

Exercices Corrigés

MSS 4

1A NRJ & ISN

Partie 4: Synthèse Signaux et Systèmes

Exercice 4.1

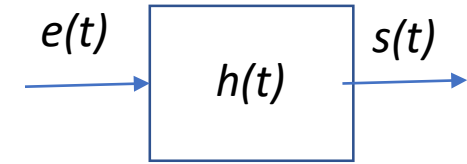
Un système linéaire et invariant par translation a pour entrée $e(t)$ pour réponse impulsionnelle $h(t)$ et pour sortie $s(t)$. $E(f)$, $H(f)$, $S(f)$ sont les transformées de Fourier respectives de $e(t)$, $h(t)$ et $s(t)$.

1. Exprimer la sortie $s(t)$ en fonction de $h(t)$ et $e(t)$
2. Que devient la sortie si $e(t) = E e^{j\omega_0 t}$
3. Que devient la sortie si $e(t) = \frac{E}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$
4. Exprimer la sortie $S(f)$ en fonction de $H(f)$ et $E(f)$

$$s_{fin}(t) \approx \alpha s(t)$$

2

Partie 4: Synthèse Signaux et Systèmes



Exercice 4.1

Exercice corrigé 4.1

Un système linéaire et invariant par translation a pour entrée $e(t)$ pour réponse impulsionnelle $h(t)$ et pour sortie $s(t)$. $E(f)$, $H(f)$, $S(f)$ sont les transformées de Fourier respectives de $e(t)$, $h(t)$ et $s(t)$.

1. Exprimer la sortie $s(t)$ en fonction de $h(t)$ et $e(t)$

$$s(t) = h(t) * e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot e(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau) \cdot e(\tau) d\tau$$

2. Que devient la sortie si $e_1(t) = E e^{j\omega_0 t}$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot e(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot E \cdot e^{j\omega_0(t-\tau)} d\tau = E \cdot e^{j\omega_0 t} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot e^{-j\omega_0 \tau} d\tau = E \cdot e^{j\omega_0 t} H(j\omega_0) = e_1(t) H(j\omega_0)$$

3. Que devient la sortie si $e_2(t) = \frac{E}{2} (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$ avec $H(j\omega_0) = H(-j\omega_0)$

$$s(t) = E \cdot \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2} H(j\omega_0) = E \cdot H(j\omega_0) \cdot \cos(\omega_0 t) = e_2(t) H(j\omega_0)$$

4. Exprimer la sortie $S(j\omega)$ en fonction de $E(j\omega)$ et $H(j\omega)$

Les fonctions exponentielles complexes sont les fonction propres

$$S(j\omega) = E(j\omega) H(j\omega)$$

Partie 4: Synthèse Signaux et Systèmes

Exercice 4.2

Exercice corrigé 4.2

Un système réel causal linéaire et invariant par translation a pour réponse impulsionnelle $h(t)$ telle que :

$h(t) = \frac{K}{\tau_0} e^{-t/\tau_0}$ K et τ_0 deux constantes et $\tau_0 > 0$. L'impulsion d'entrée a lieu à $t=0$.

Calculer la transformée de Fourier $H(j\omega)$ de $h(t)$.

$$H(j\omega) = \frac{K}{1 + j\tau_0\omega}$$

$$s_{fin}(t) \approx \alpha s(t)$$

Partie 4: Synthèse Signaux et Systèmes

Exercice 4.3

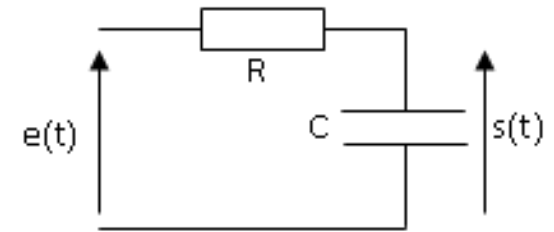


Figure 1

Soit le système de la figure 1 (Les parties 4a et 4b peuvent être traitées indépendamment des parties 4c et 4d)

- Donner l'expression de l'équation différentielle d'entrée $e(t)$ –sortie $s(t)$ de ce système
- Le système étant linéaire et invariant par translation si l'entrée est de type $e(t) = Ee^{j\omega_0 t}$ la sortie est de la forme $s(t) = Se^{j(\omega_0 t + \varphi)}$. A partir de ces expressions de $e(t)$, de $s(t)$ et de l'équation différentielle du système, exprimer S et φ en fonction de E , R , C et ω_0
- Calculer la fonction de transfert en régime harmonique $H(j\omega)$ du système, son module et sa phase en fonction de ω , de R et C
- Si l'entrée est de type $e(t) = Ee^{j\omega_0 t}$ la sortie est de la forme $s(t) = Se^{j(\omega_0 t + \varphi)}$. Exprimer S et φ à partir du module, de la phase de $H(j\omega)$, de ω_0 et de E
- Si la pulsation de l'entrée vaut $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ exprimer le gain en dB de la sortie S de ce système par rapport à l'entrée E .
- En se référant à la question 3, que pouvez vous conclure sur la réponse impulsionnelle de ce système

Partie 4: Synthèse Signaux et Systèmes

Exercice 4.3

Exercice corrigé 4.3

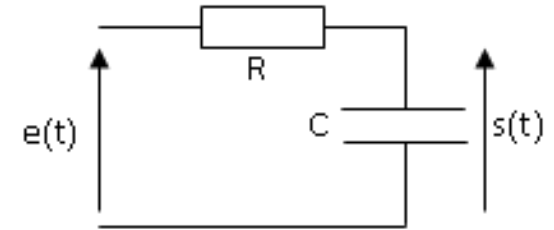


Figure 1

Soit le système de la figure 1 (Les parties 4a et 4b peuvent être traitées indépendamment des parties 4c et 4d)

a. Donner l'expression de l'équation différentielle d'entrée $e(t)$ –sortie $s(t)$ de ce système

$$s(t) + RC \frac{ds(t)}{dt} = e(t)$$

b. Le système étant linéaire et invariant par translation si l'entrée est de type $e(t) = Ee^{j\omega_0 t}$ la sortie est de la forme $s(t) = Se^{j(\omega_0 t + \varphi)}$. A partir de ces expressions de $e(t)$, de $s(t)$ et de l'équation différentielle du système, exprimer S et φ en fonction de E , R , C et ω_0

$$Se^{j(\omega_0 t + \varphi)} + RCj\omega_0 Se^{j(\omega_0 t + \varphi)} = Ee^{j\omega_0 t} \quad \text{alors} \quad Se^{j\varphi} + RCj\omega_0 Se^{j\varphi} = E$$

donc

$$S = \frac{E}{\sqrt{1 + (RC\omega_0)^2}} \quad \text{et} \quad \varphi = -\arctan(RC\omega_0)$$

Partie 4: Synthèse Signaux et Systèmes

Exercice 4.3

Exercice corrigé 4.3

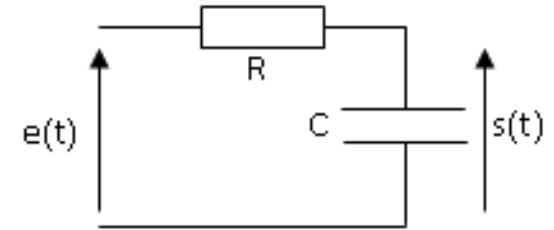


Figure 1

Soit le système de la figure 1 (Les parties 4a et 4b peuvent être traitées indépendamment des parties 4c et 4d)

- c. Calculer la fonction de transfert en régime harmonique $H(j\omega)$ du système, son module et sa phase en fonction de ω , de R et C

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

- d. Si l'entrée est de type $e(t) = Ee^{j\omega_0 t}$ la sortie est de la forme $s(t) = Se^{j(\omega_0 t + \varphi)}$. Exprimer S et φ à partir du module, de la phase de $H(j\omega)$, de ω_0 et de E

$$S = \frac{E}{\sqrt{1 + (RC\omega_0)^2}} \quad \text{et} \quad \varphi = -\arctan(RC\omega_0)$$

Partie 4: Synthèse Signaux et Systèmes

Exercice 4.3

Exercice corrigé 4.3

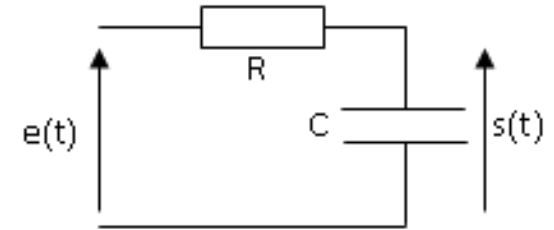


Figure 1

Soit le système de la figure 1 (Les parties 4a et 4b peuvent être traitées indépendamment des parties 4c et 4d)

e. Si la pulsation de l'entrée vaut $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ exprimer le gain en dB de la sortie S de ce système par rapport à l'entrée E .

$$\begin{aligned}
 G(\omega_0)_{dB} &= 20 \log \left| \frac{S}{e} \right|_{\omega=\omega_0} = -20 \log \sqrt{1 + (RC\omega_0)^2} = -20 \log \sqrt{1 + 1} \\
 &= -20 \log \sqrt{2} = -3dB
 \end{aligned}$$

Partie 4: Synthèse Signaux et Systèmes

Exercice 4.3

Exercice corrigé 4.3

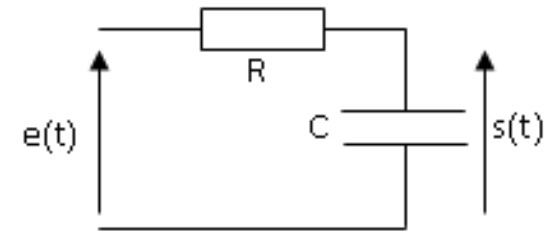


Figure 1

Soit le système de la figure 1 (Les parties 4a et 4b peuvent être traitées indépendamment des parties 4c et 4d)

f. En se référant à la question **4,2**, que pouvez vous conclure sur la réponse impulsionnelle de ce système

Ce système a pour réponse impulsionnelle

$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{-t/RC}$$