

Résistance au cisaillement des sols

Olivier Cuisinier
ENSG

Cours de mécanique des sols - Master 1 « Génie Civil »

Objectifs du cours

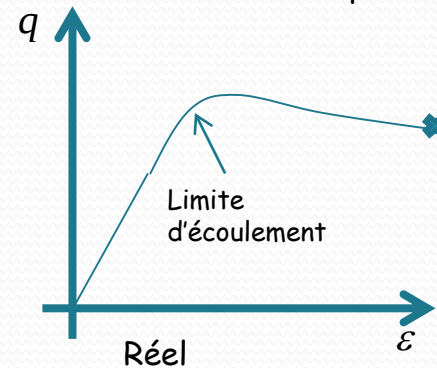
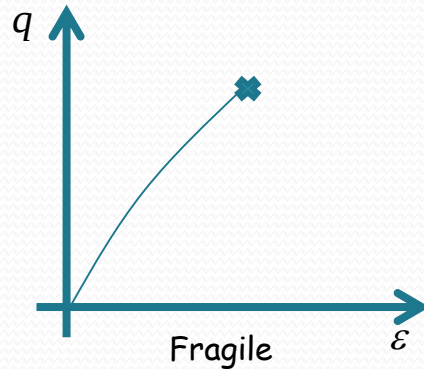
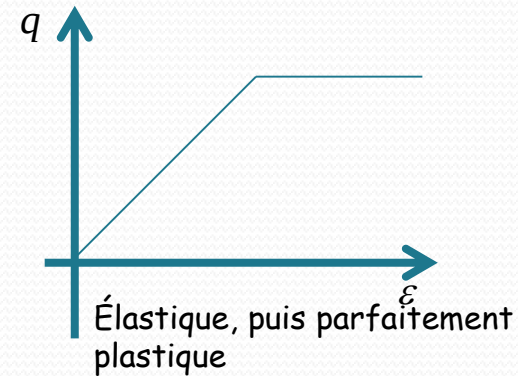
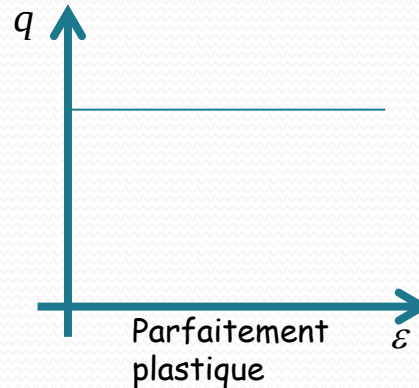
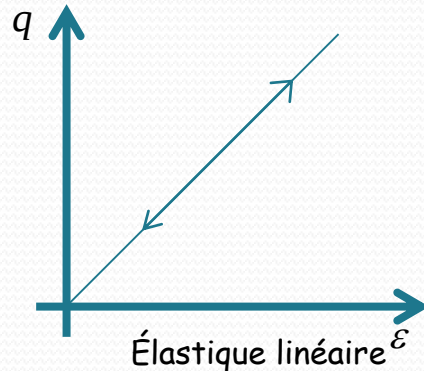
- Rupture
- Critère de Mohr-Coulomb
- Principaux essais de mécanique des sols, interprétation
- Éléments sur le comportement mécanique des sols

Quelques illustrations :



Introduction

- Comportements types

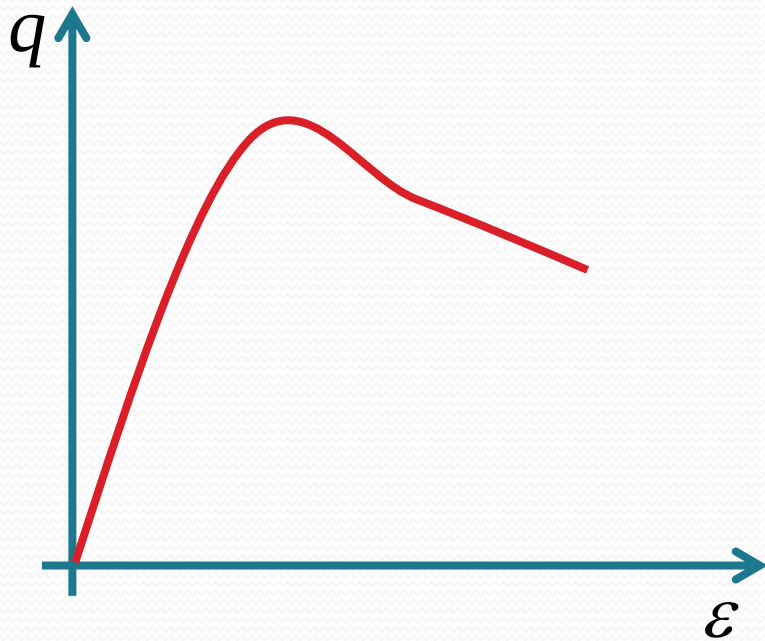


- Comment définir la rupture ?

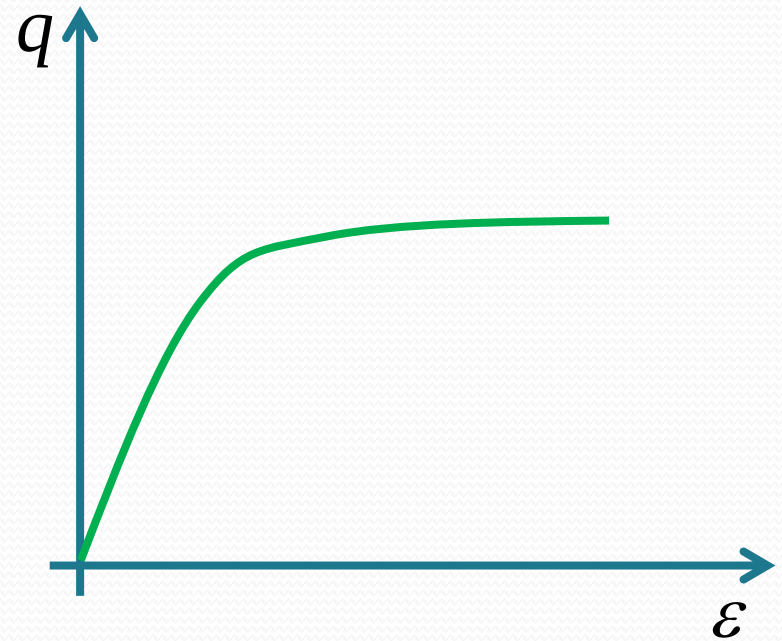
- Apparition de déformations irréversibles (déformations plastiques) ?
- Atteinte d'un seuil en déformations ?
- Apparition de discontinuités dans le milieu (fissures, etc.) ?

Définition de la rupture

- Deux « types » de courbes en général



Rupture = max de la courbe



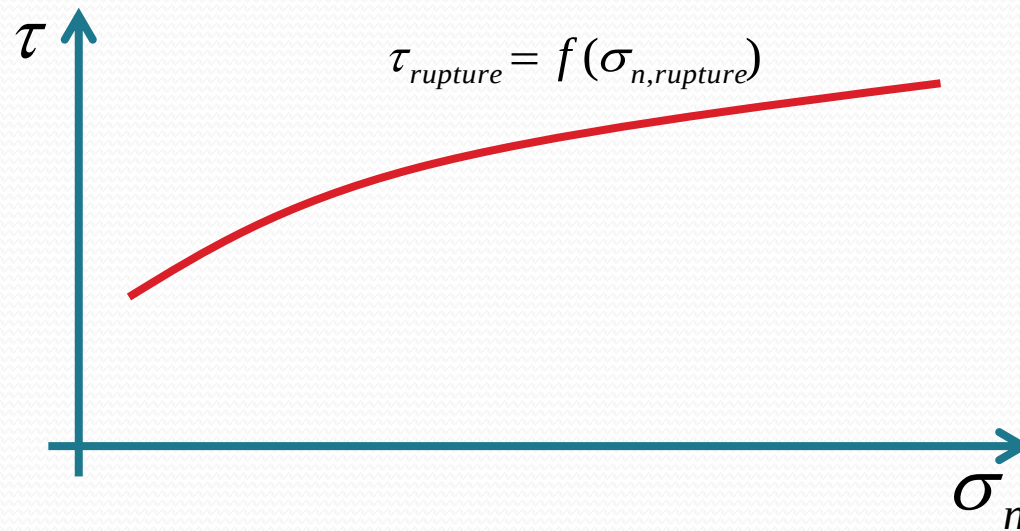
Rupture = un taux de déformation

Comment évolue la rupture en fonction de l'état de contrainte imposé ?

Critère de rupture de Mohr-Coulomb

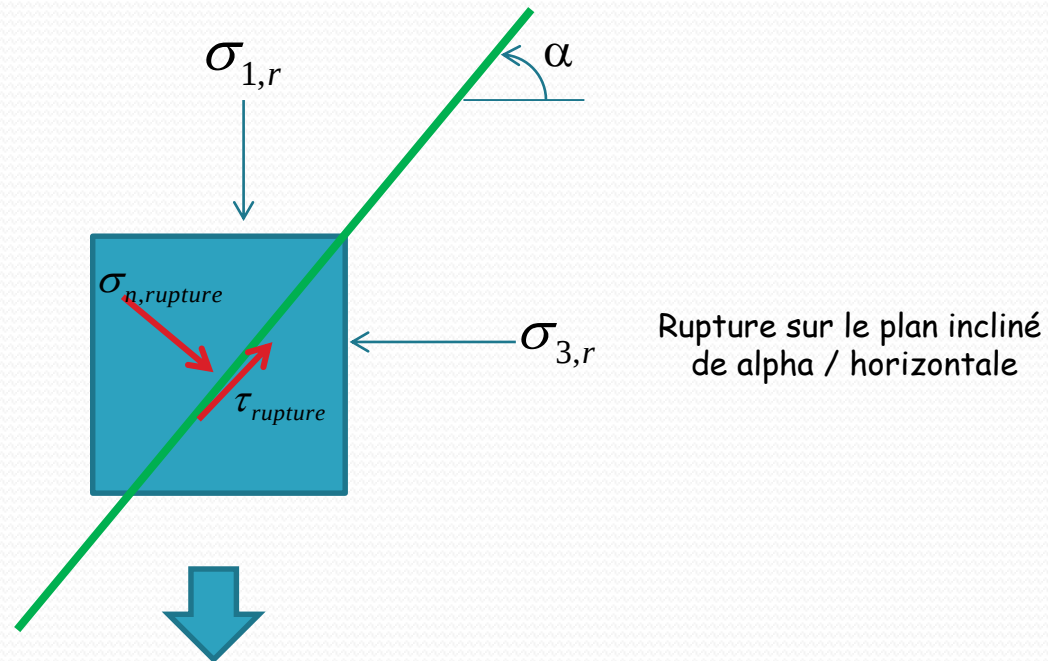
- Mohr (1900) : « la contrainte de cisaillement sur un plan de rupture est une fonction unique de la contrainte normale à ce plan »

$$\tau_{rupture} = f(\sigma_{n,rupture})$$



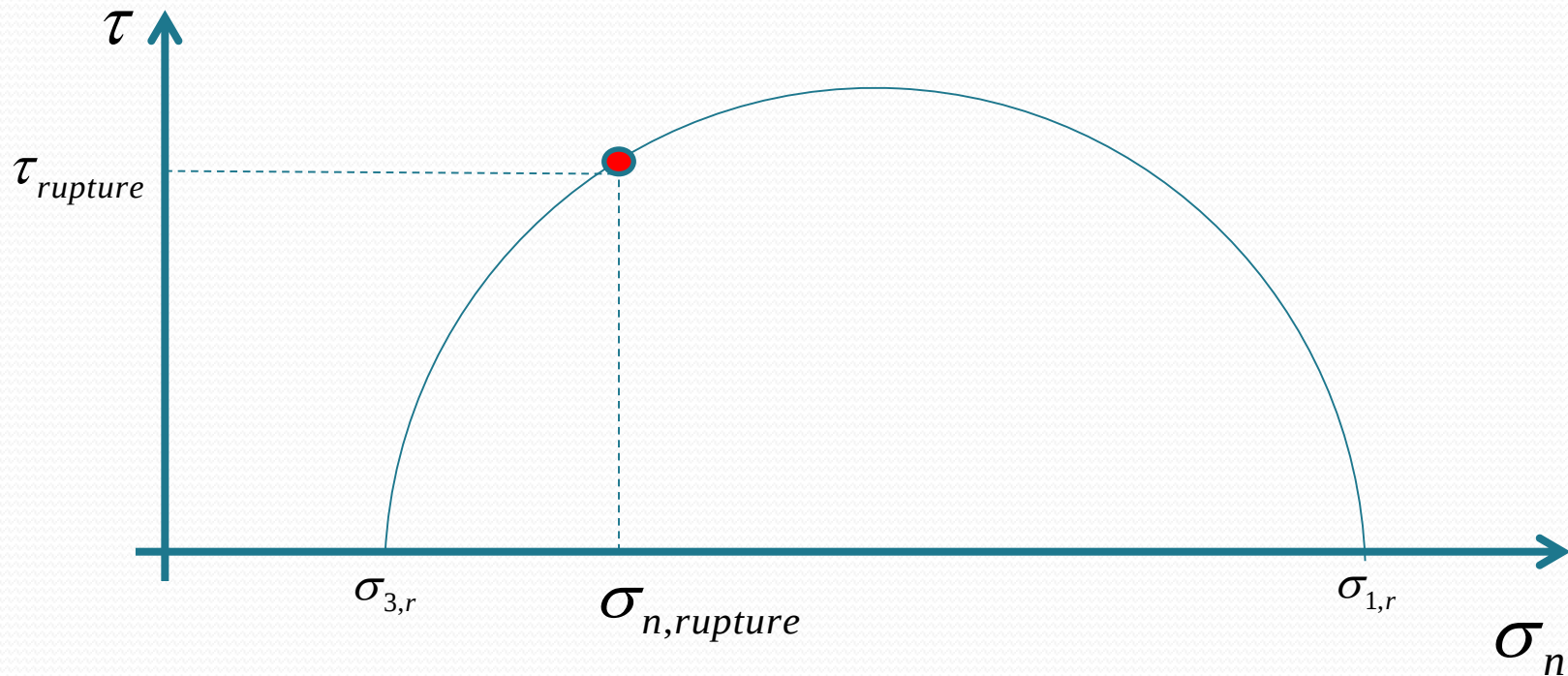
Cercle de Mohr à la rupture

- Soit un sol soumis à un état de contrainte, défini par un couple σ_1 et σ_3 , qui induit la rupture du matériau :



Un cercle de Mohr à la rupture, pour un état de contrainte donné, à la rupture

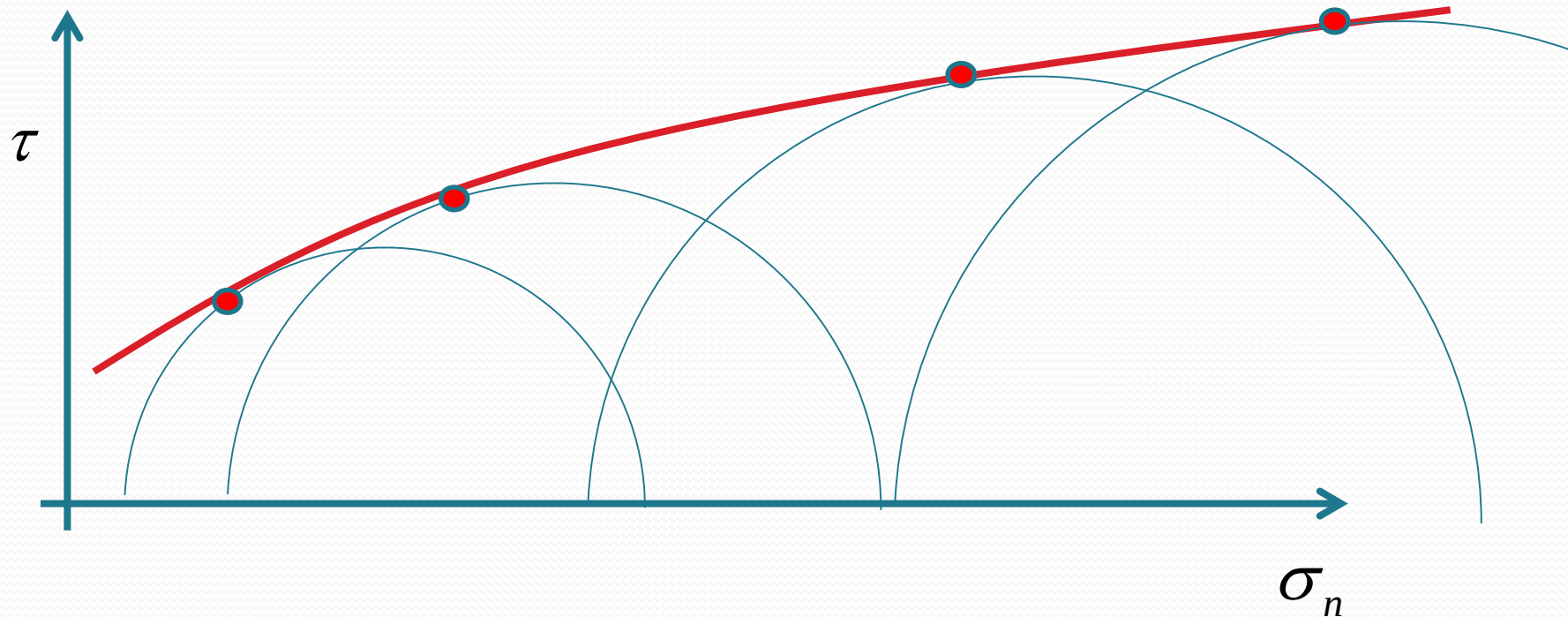
Cercle de Mohr à la rupture



- À la rupture $\rightarrow$ un couple (sigma 1; sigma 3)
- Un état de contrainte = un cercle de Mohr
- Sur un plan $\rightarrow$ rupture

Enveloppe de rupture

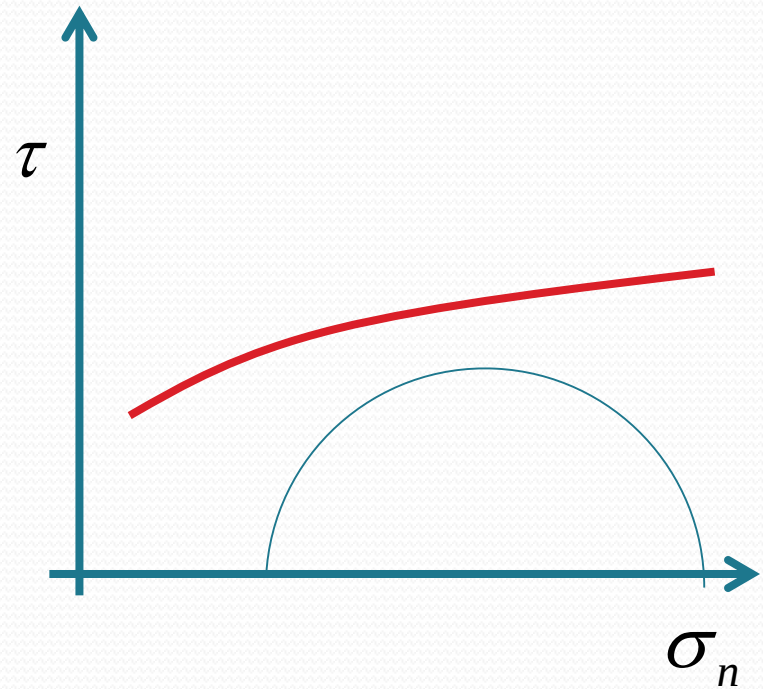
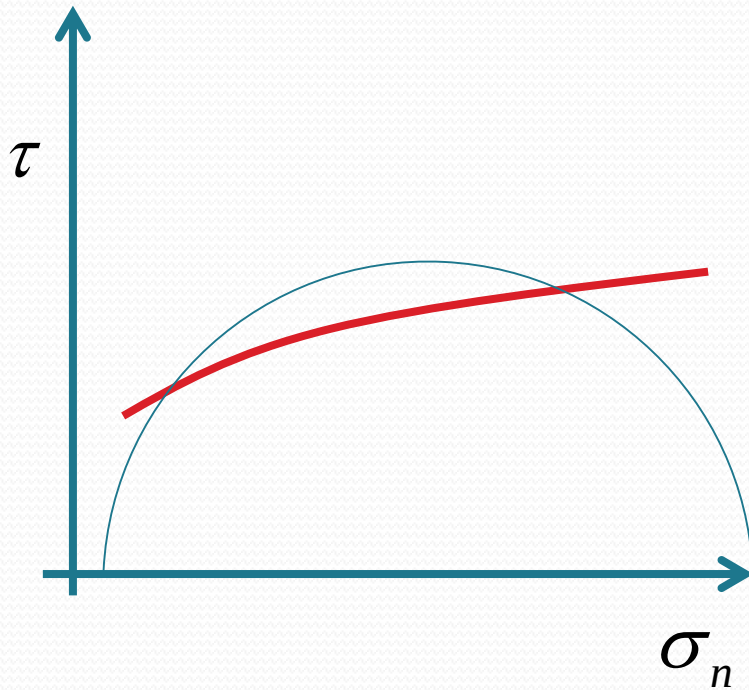
- Si l'on réalise une série d'essais qui aboutissent à la rupture



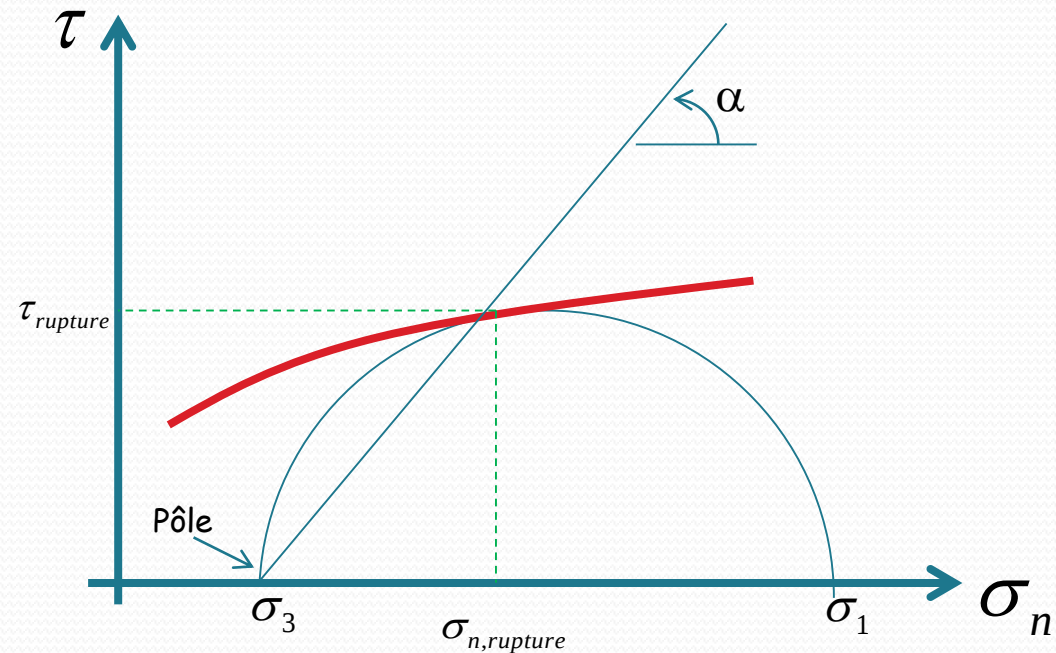
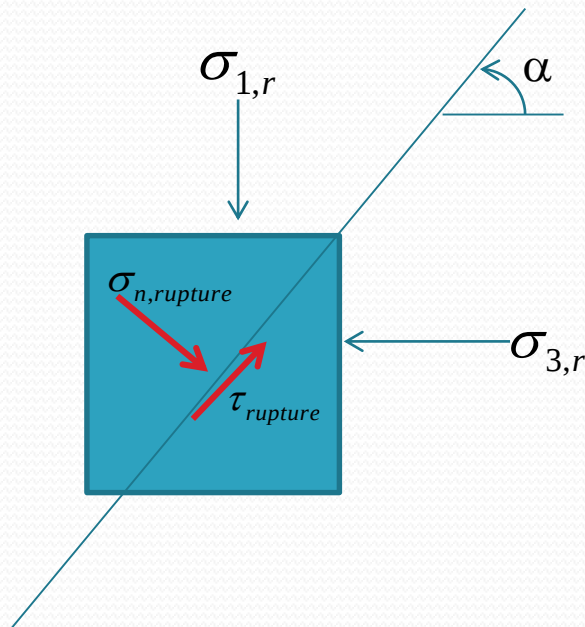
- Chaque cercle est tangent à l'enveloppe de rupture, qui est ainsi définie
- L'enveloppe de rupture permet de définir les états de contrainte pour lesquels la rupture est observée

Question :

- Soit deux états de contrainte :
 - Rupture ou pas ?
 - État possible ou pas ?



Quelle relation entre le plan réel et le plan de Mohr à la rupture ?

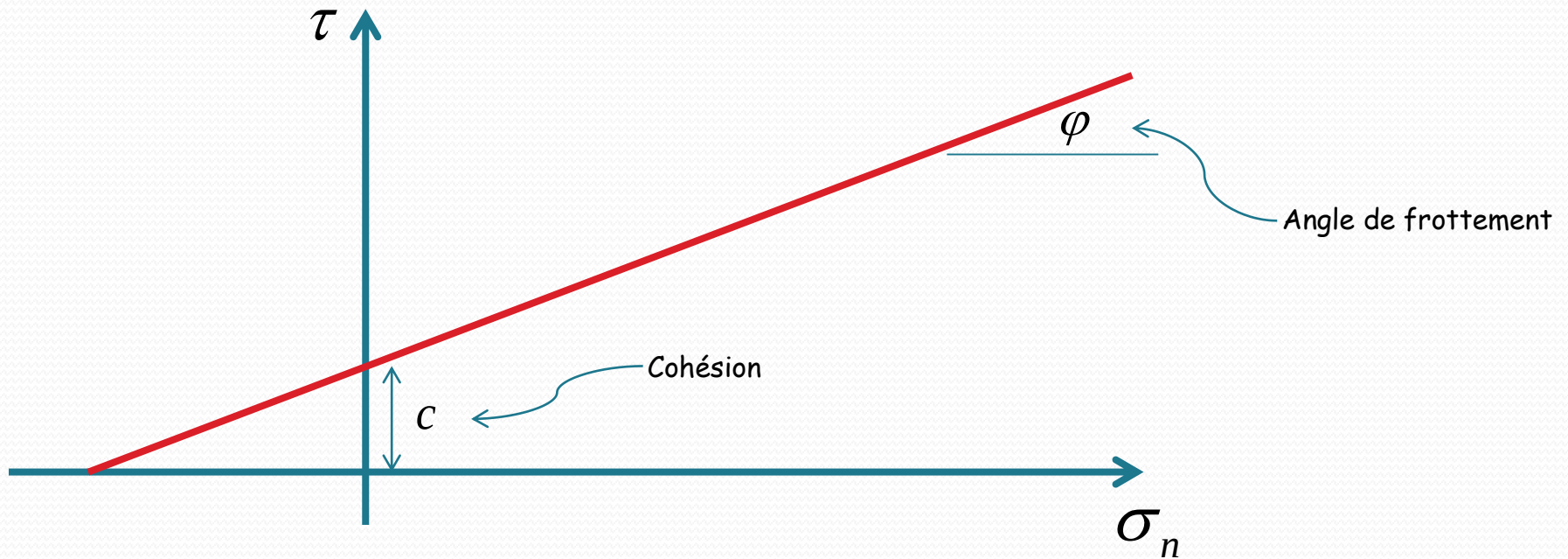


- Le point de tangence permet de définir l'orientation du plan de rupture

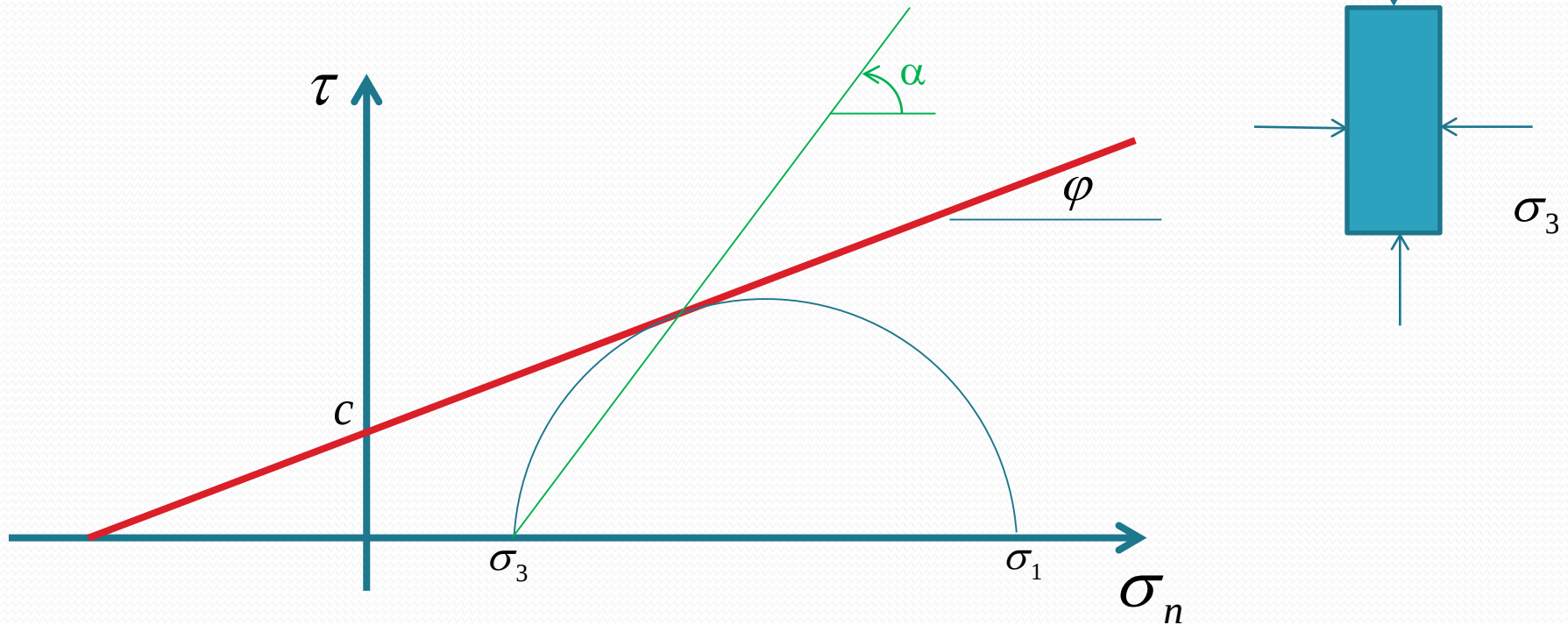
Critère de rupture de Mohr-Coulomb

- La résistance d'un matériau dépend de deux paramètres :

$$\tau_{rupture} = \sigma_n \tan \varphi + c$$



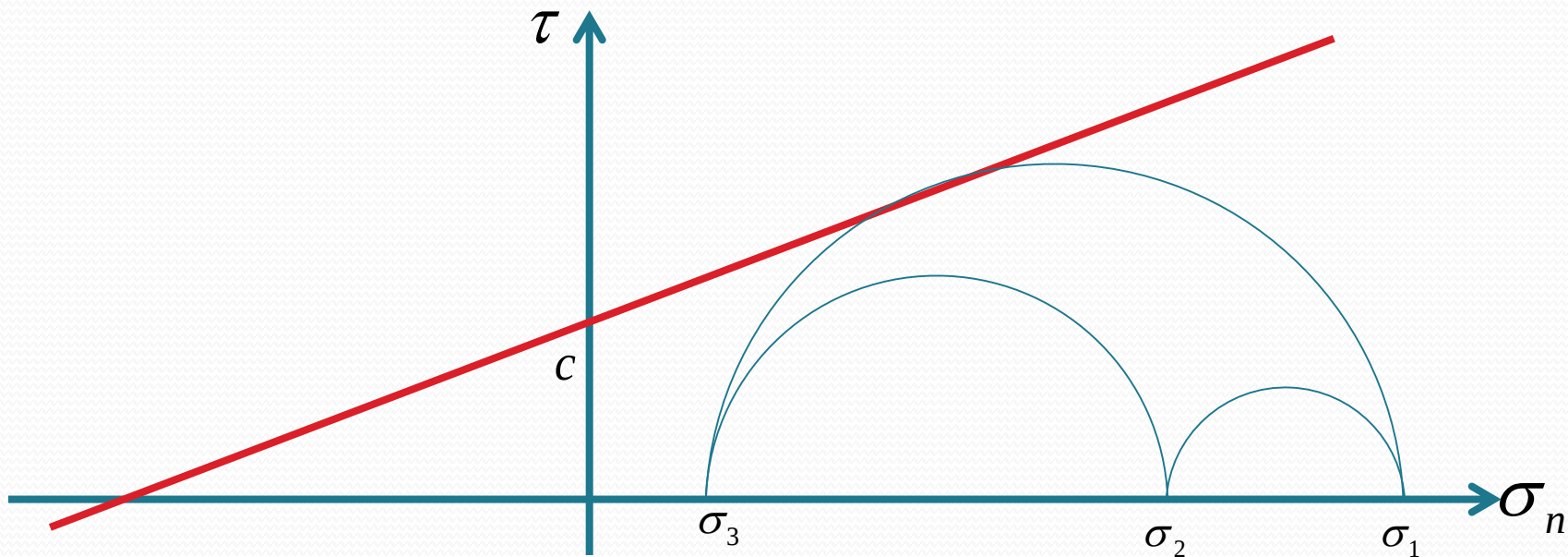
Orientation du plan de rupture



- L'orientation du plan de rupture peut être déterminée

Formulation du critère de Mohr-Coulomb

$$\sigma_1 - \sigma_3 + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2c \cos \varphi = 0 \quad \text{avec } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$



- La contrainte intermédiaire n'affecte pas la rupture

Essais de mécanique des sols - interprétation

- Boîte de Casagrande
- Essai triaxial de révolution
- Résistance à la compression simple
- Essai scissométrique

Introduction

Résistance au cisaillement: deux dispositifs classiques

- « boîte de Casagrande »
- « triaxial de révolution »

Et deux conditions expérimentales de principe:

« drainé »

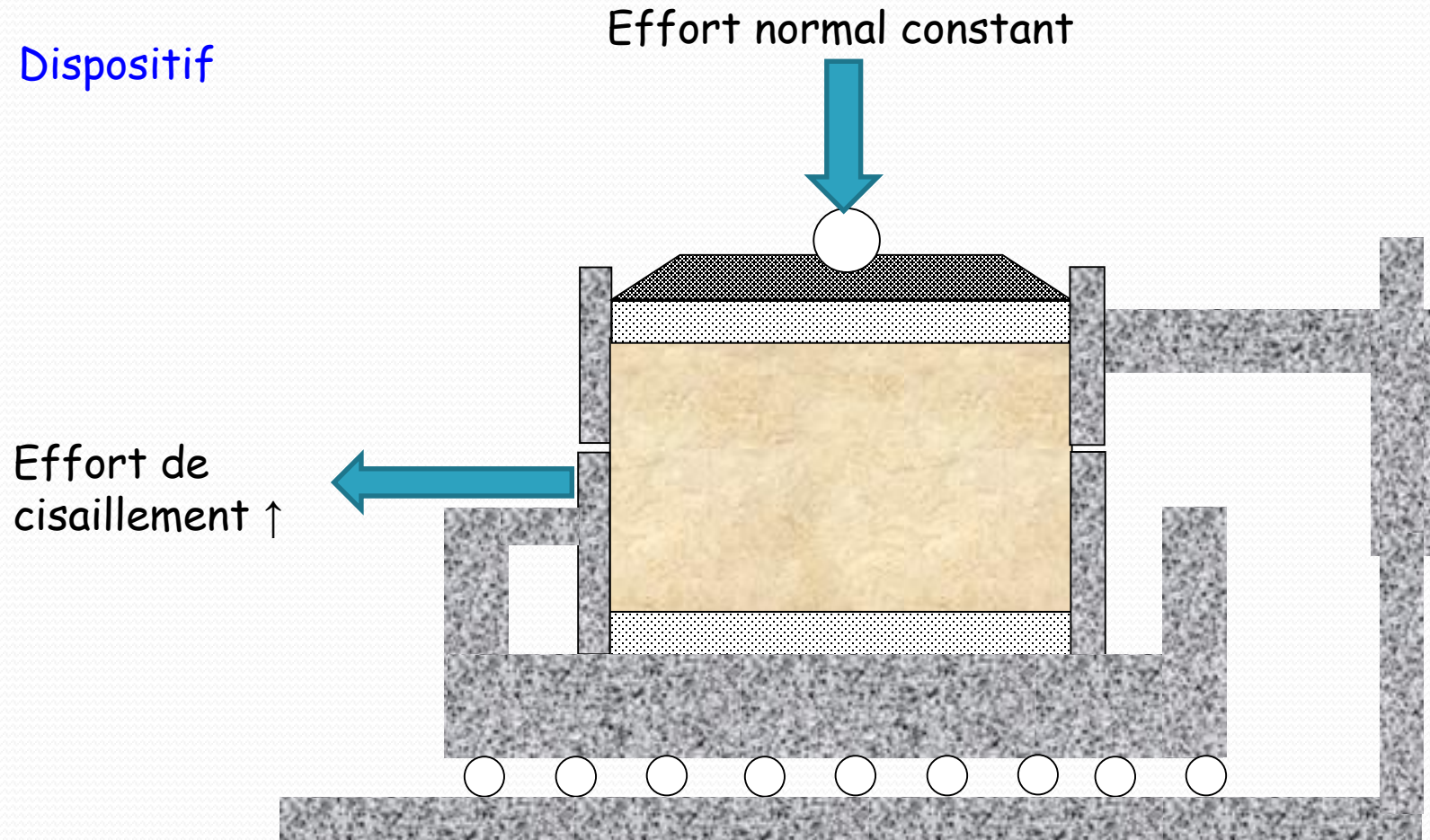
« non drainé »

Le but premier des essais de cisaillement au laboratoire est la détermination expérimentale des paramètres qui décrivent le critère de Mohr-Coulomb: cohésion et angle de frottement.

On notera que définissant des conditions expérimentales différentes, il y aura différentes valeurs possibles de paramètres.

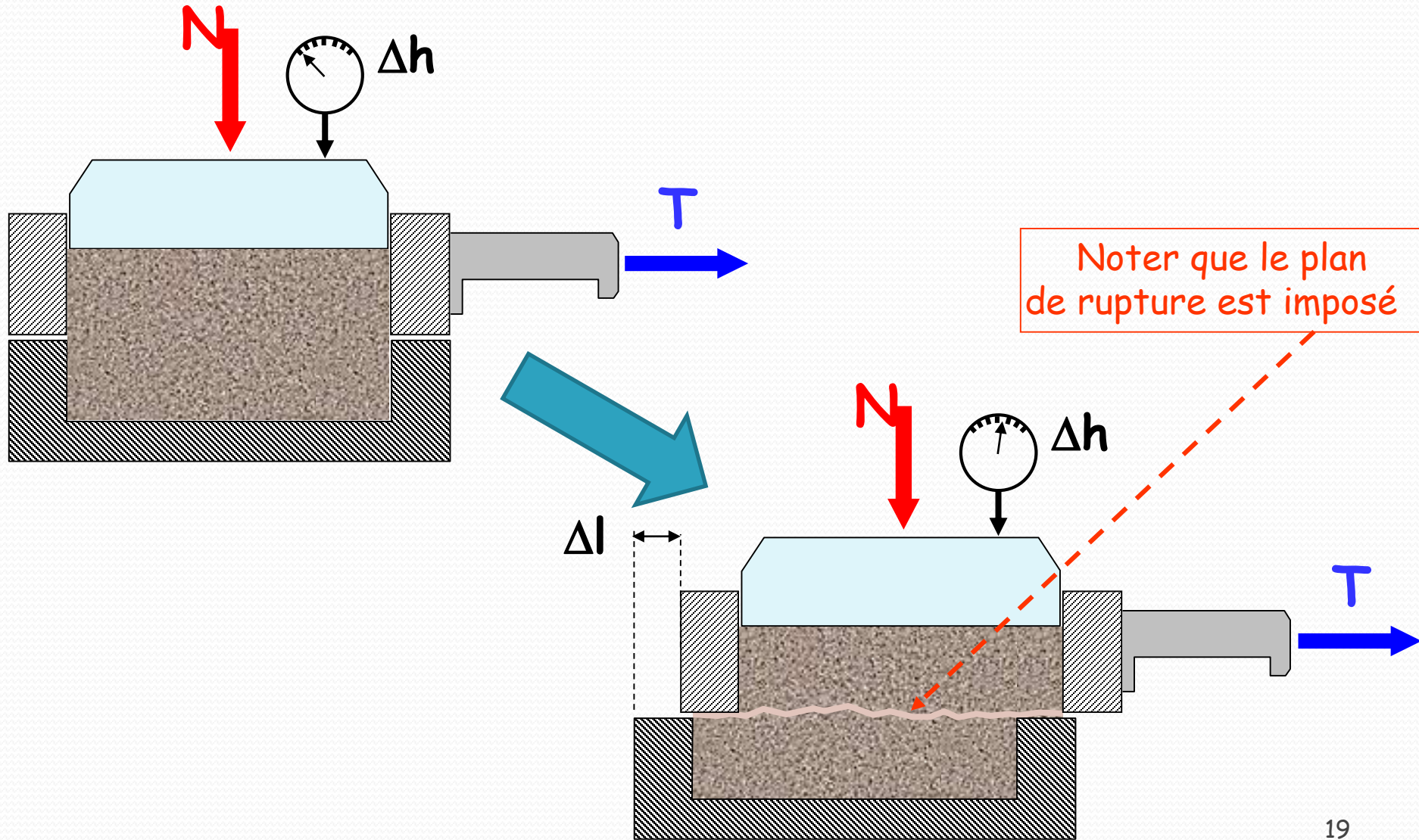
Essai de cisaillement direct

Dispositif



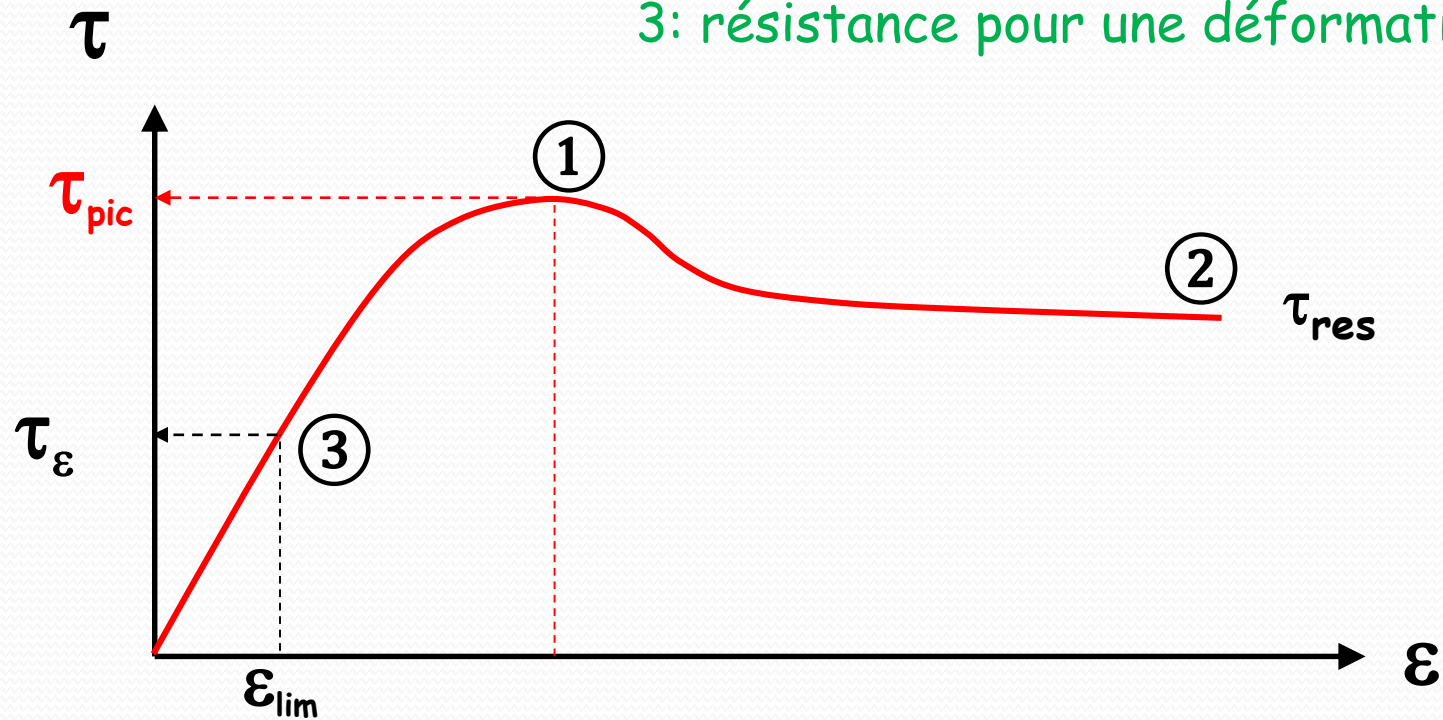
- Création d'un plan de cisaillement qui est imposé = plan de séparation des deux demi-boîtes
- À la rupture, on obtient un couple contrainte normale et contrainte tangentielle au plan de rupture

Déroulement d'un essai



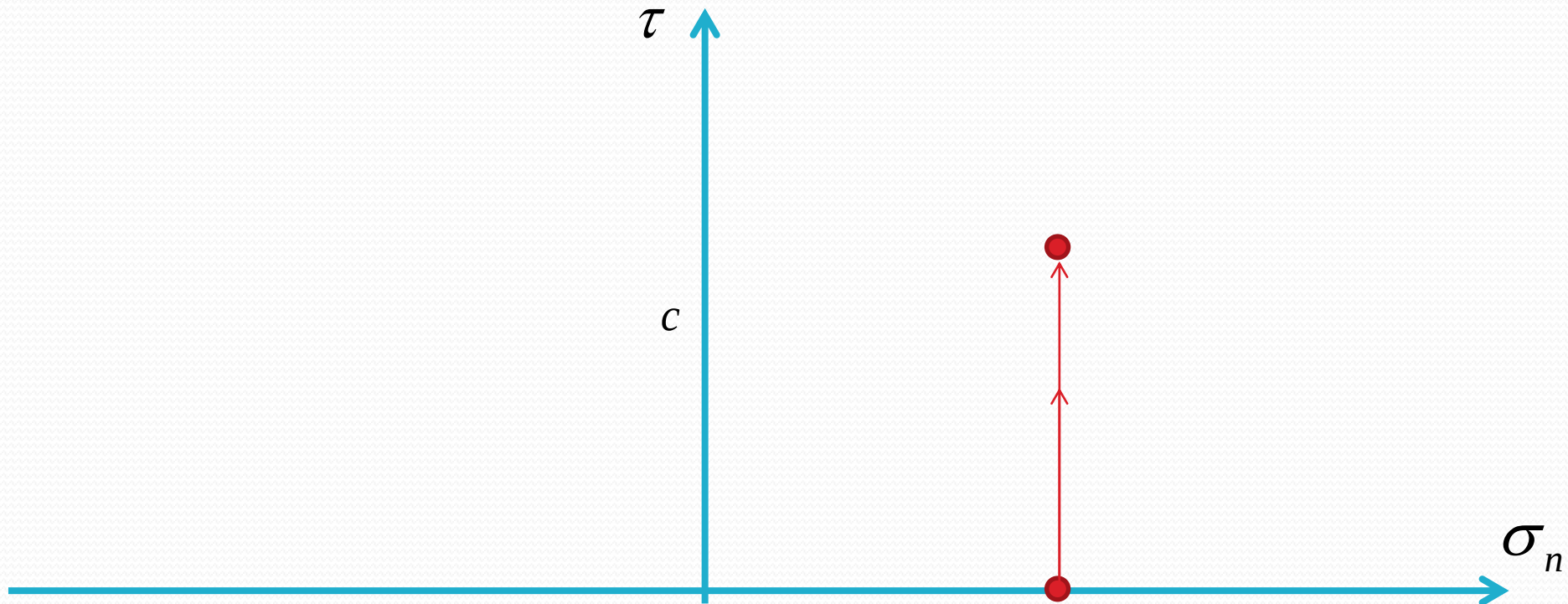
Résultat « brut »

- 1: résistance au « pic »;
- 2: résistance « résiduelle »;
- 3: résistance pour une déformation choisie.



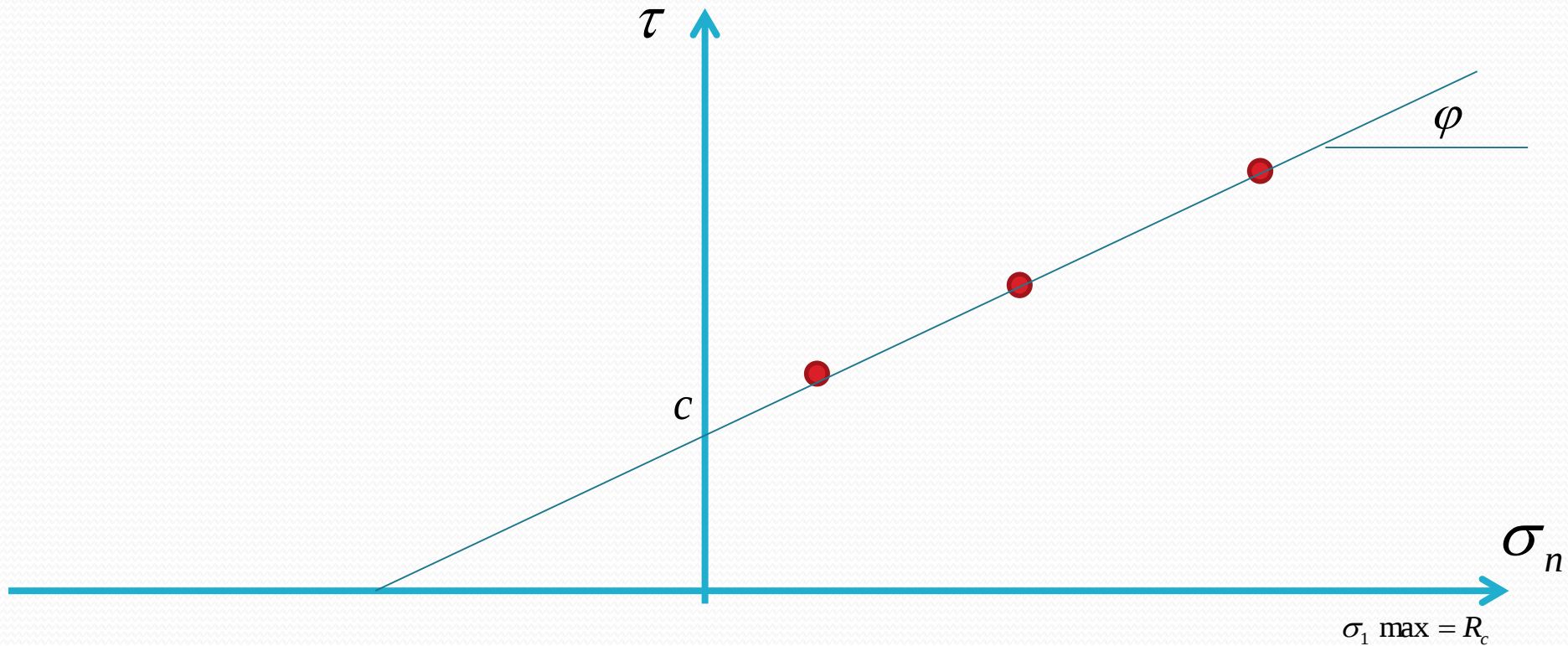
Courbe contrainte déformation et choix d'un critère de rupture.

Interprétation de l'essai



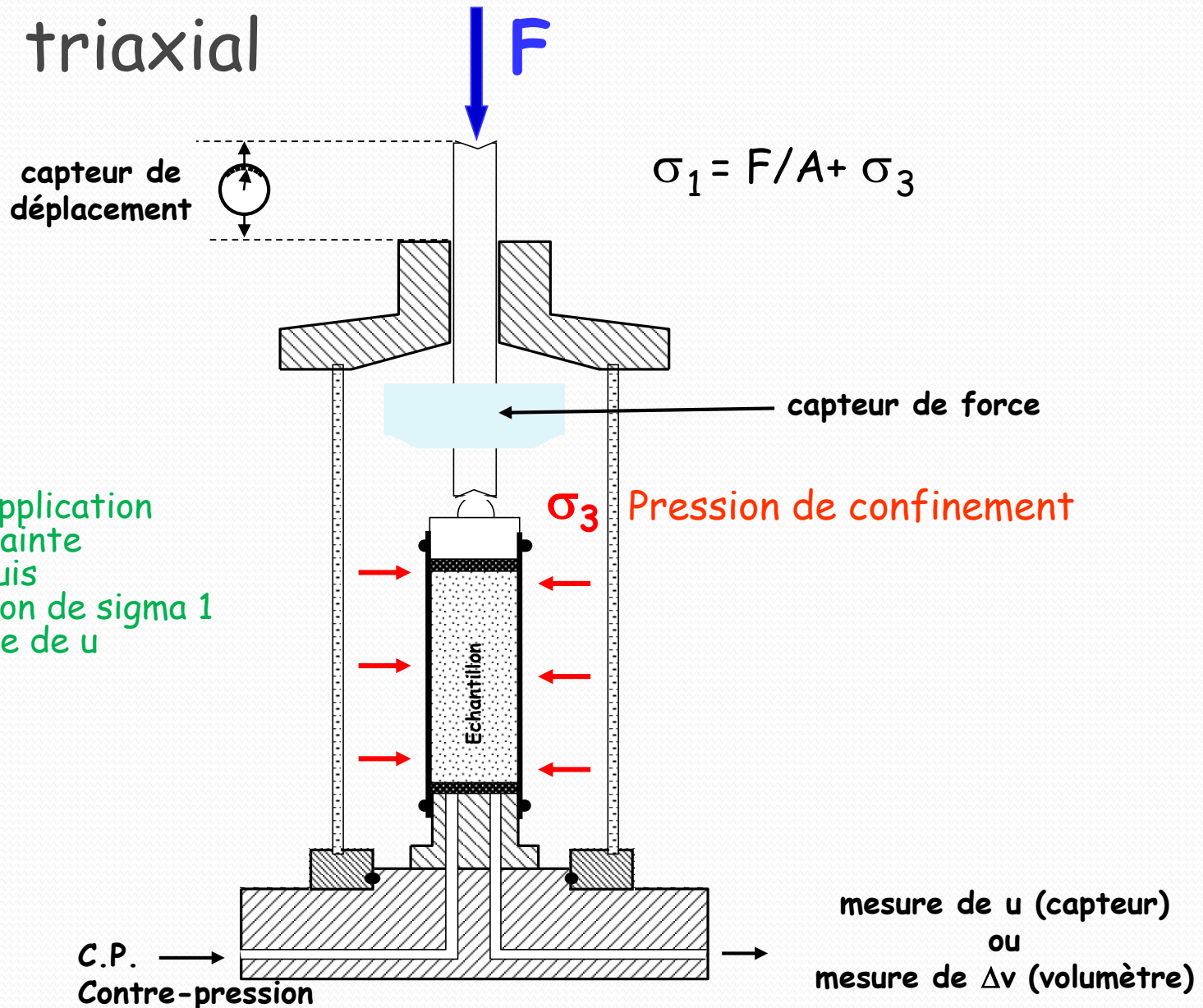
- Étape 1 : application de la contrainte normale
- Étape 2 : augmentation de la contrainte tangentielle
- Étape 3 : rupture : contrainte de cisaillement maximale
- Résultat : un point qui appartient à l'enveloppe de rupture

Détermination c et phi : 3 essais



- Ces trois points appartiennent à l'enveloppe de rupture du matériau
- On utilise le critère de Mohr-Coulomb
- On évalue c et φ

Essai triaxial



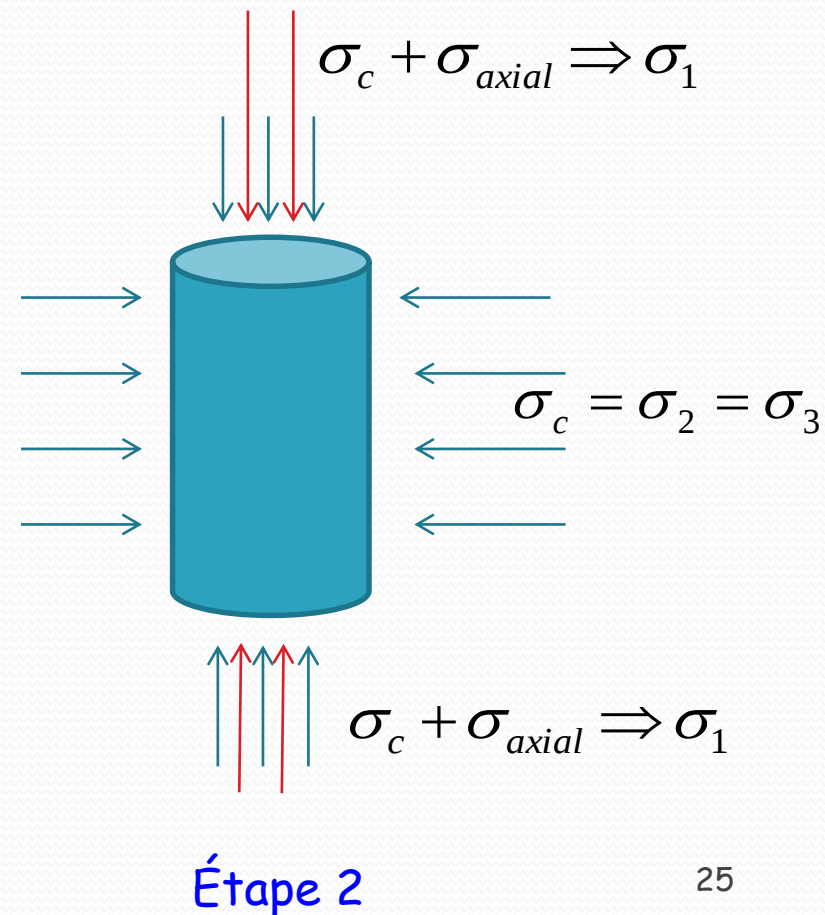
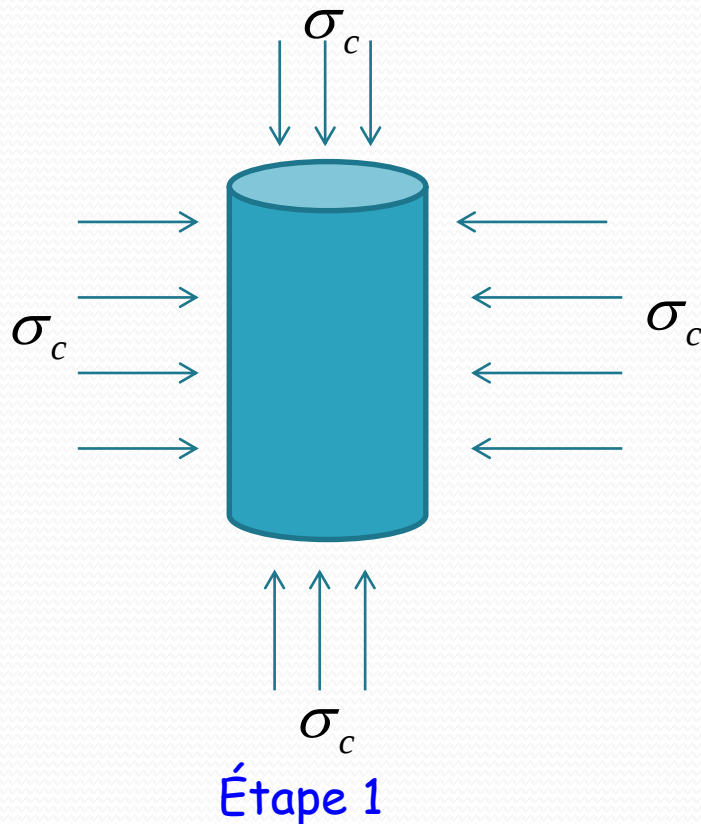
- Principe : application d'une contrainte isotrope, puis augmentation de σ_1 avec mesure de u

Essai triaxial

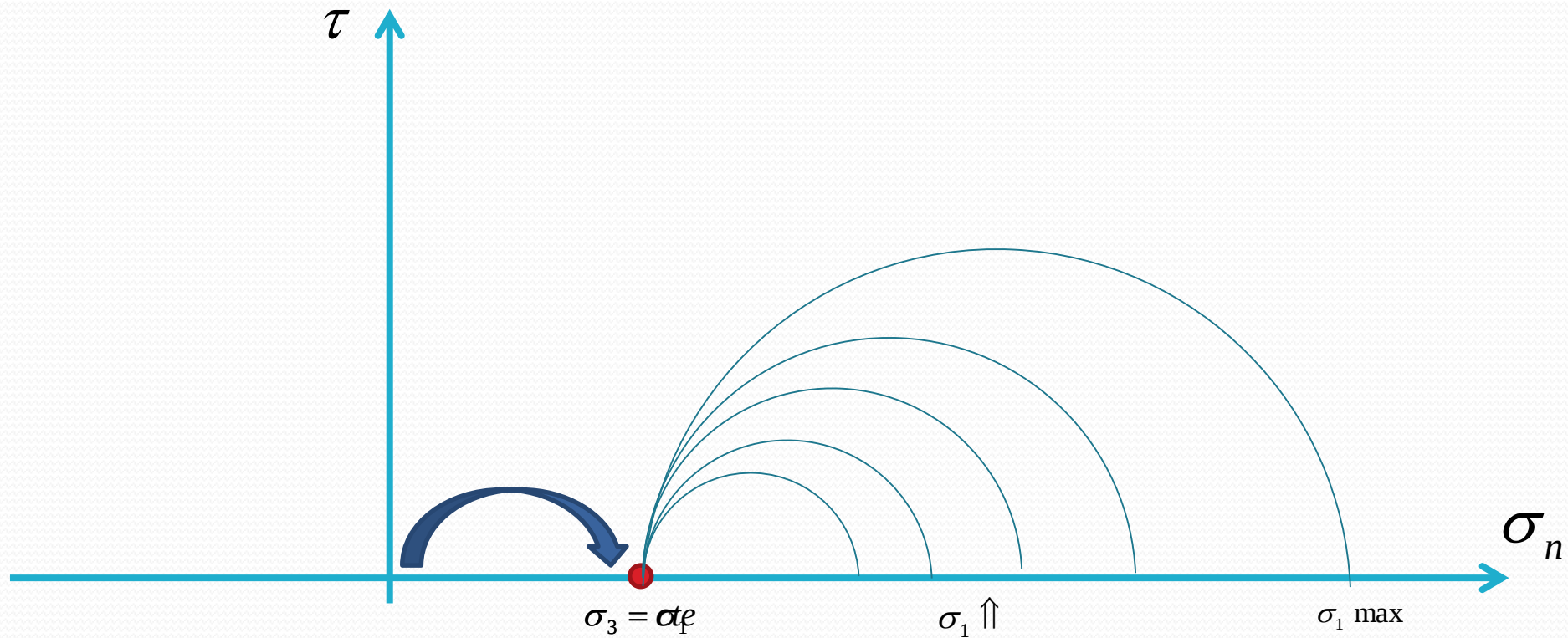


Principe de l'essai

- Deux étapes principales
 - Application contrainte isotrope
 - Augmentation déviateur

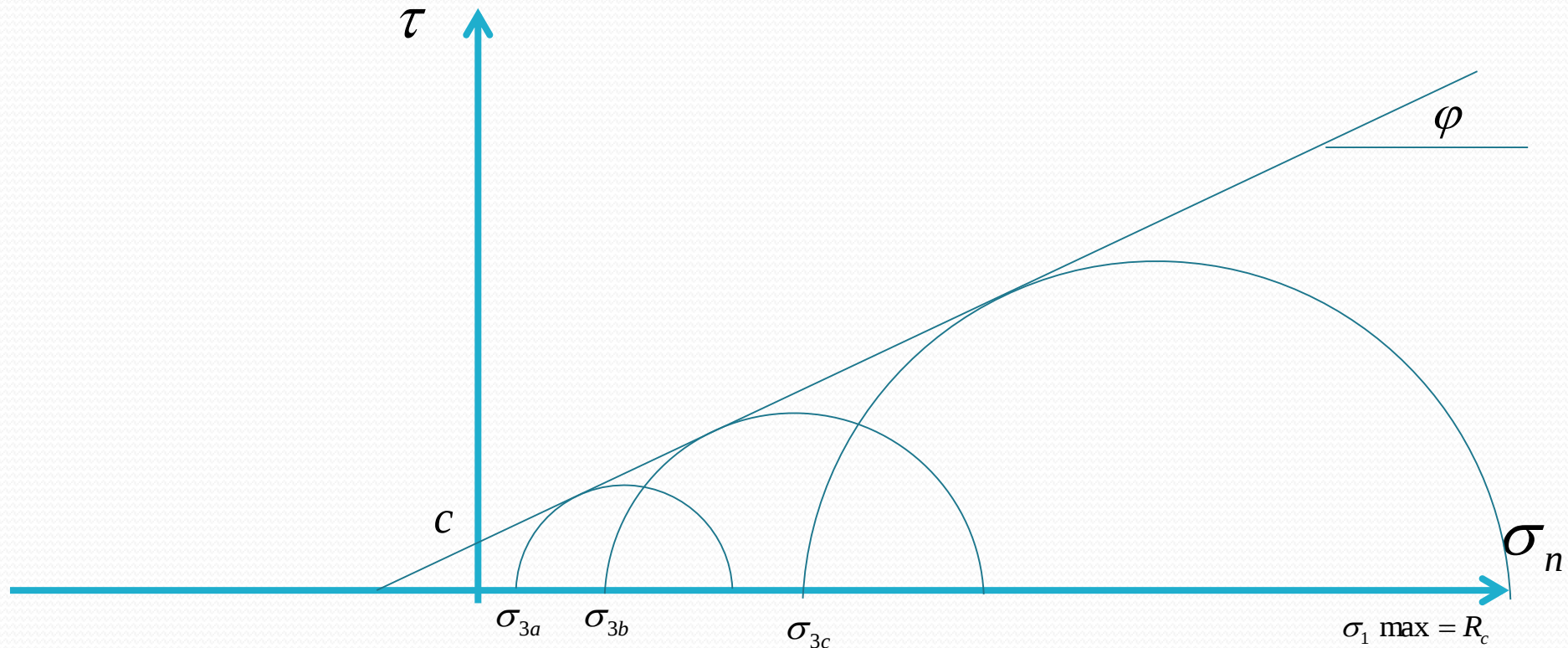


Interprétation essai triaxial



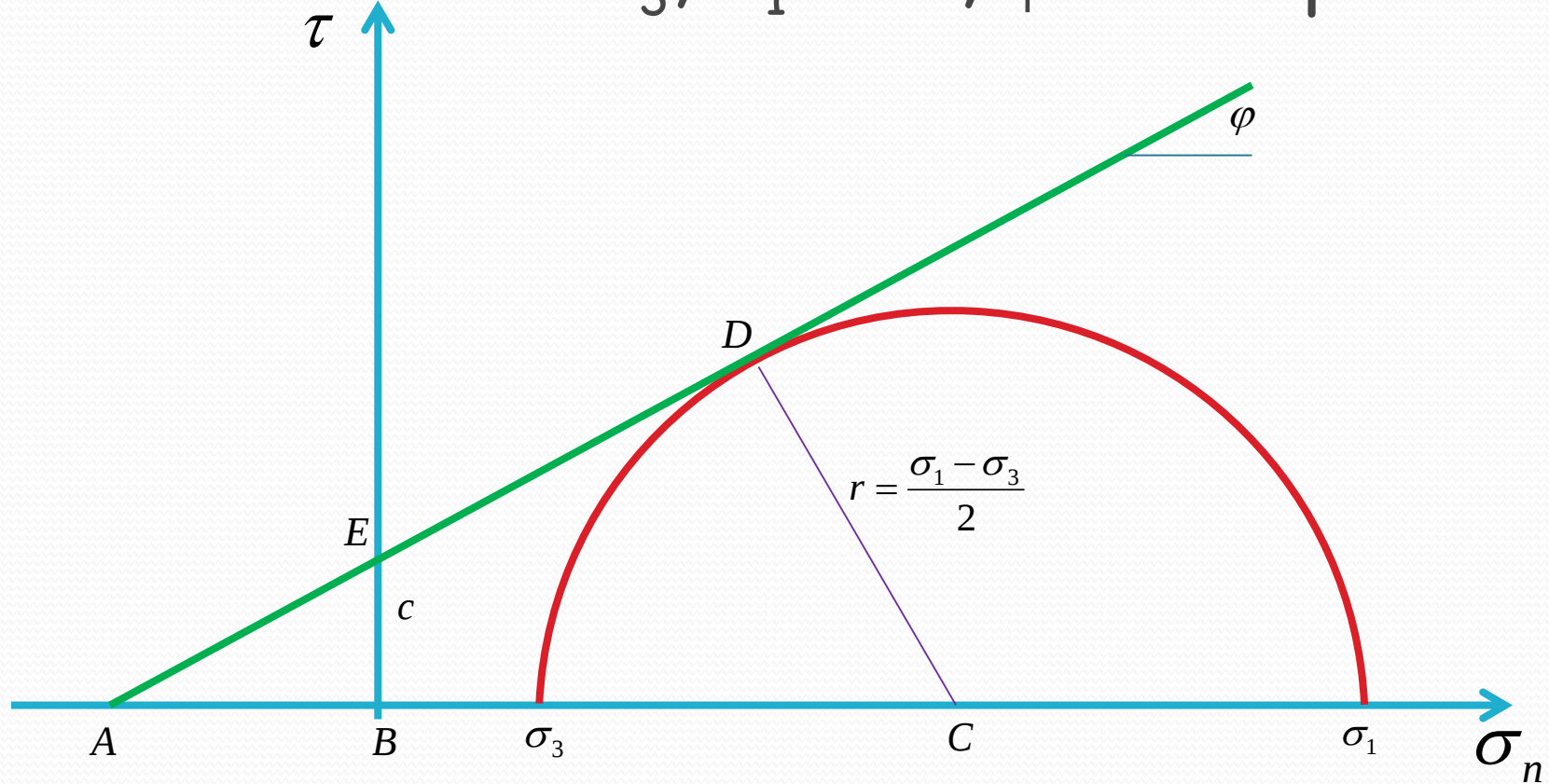
- Phase 1 : imposition de la contrainte isotrope
- Phase 2 : augmentation du déviateur $\sigma_1 - \sigma_3$
- Fin essai : rupture

Interprétation essai triaxial : 3 « essais »



- 3 essais : 3 valeur de contrainte de confinement
- 3 cercles à la rupture : le critère de rupture est tangent à chacun de ces cercles
- Il est ainsi possible de placer la droite de Mohr-Coulomb et de déterminer ses paramètres

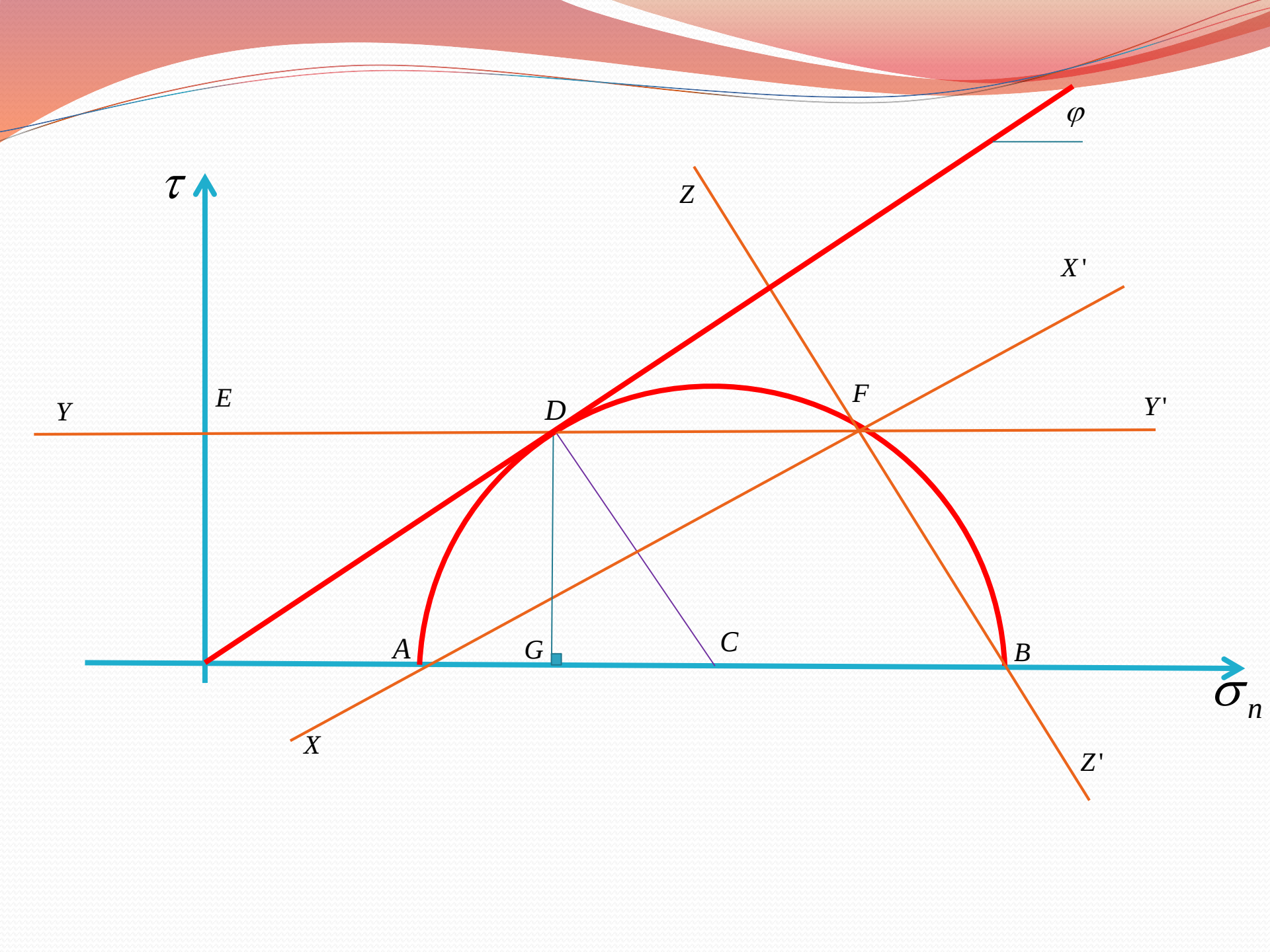
Relation entre σ_3 , σ_1 et c , φ à la rupture



$$\sin \varphi = \frac{[CD]}{[AC]} = \frac{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)}{\frac{c}{\tan \varphi} + \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)}$$

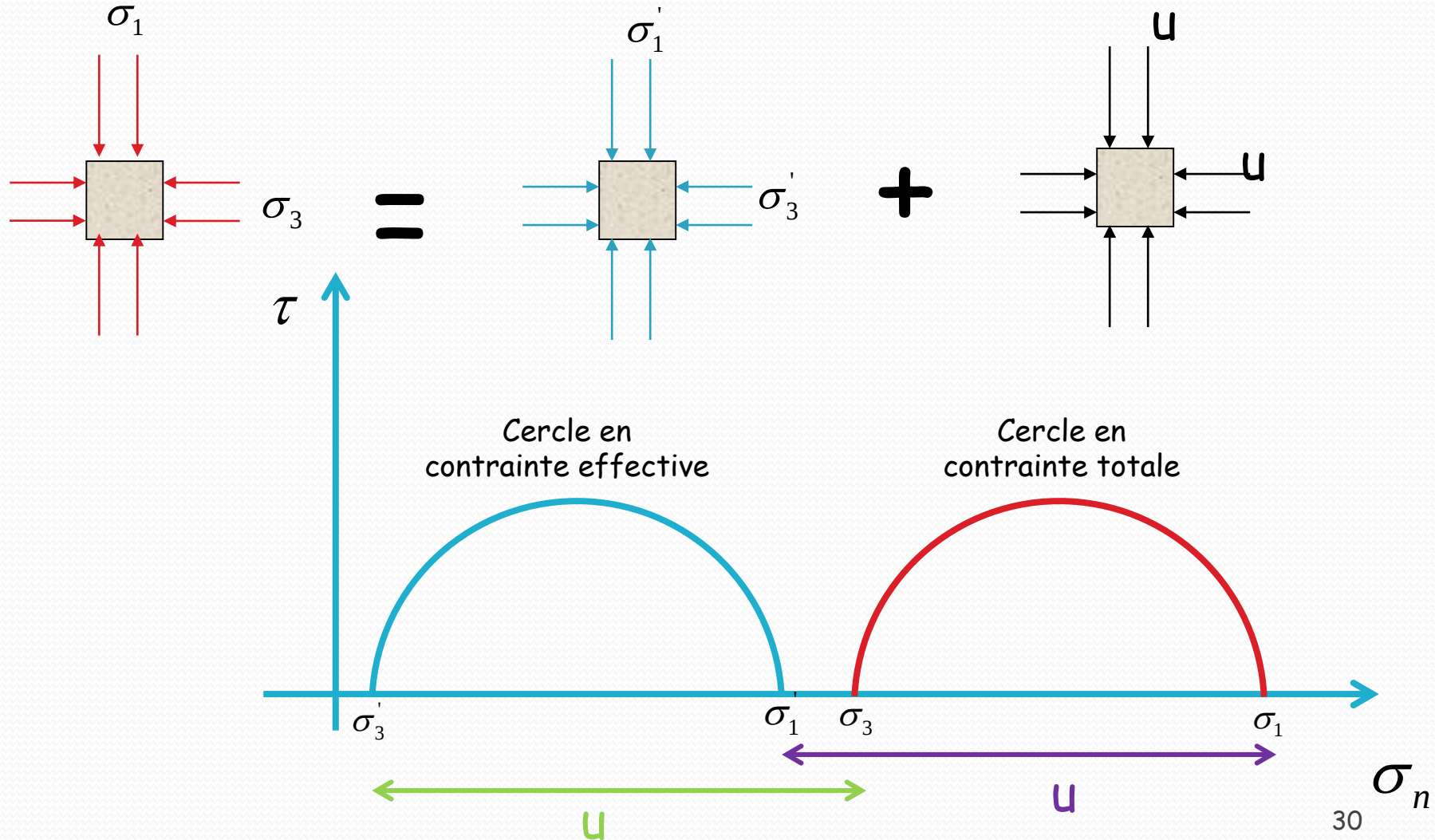


$$\sigma_1 = \frac{2c \cos \varphi + (1 + \sin \varphi) \sigma_3}{(1 - \sin \varphi)}$$



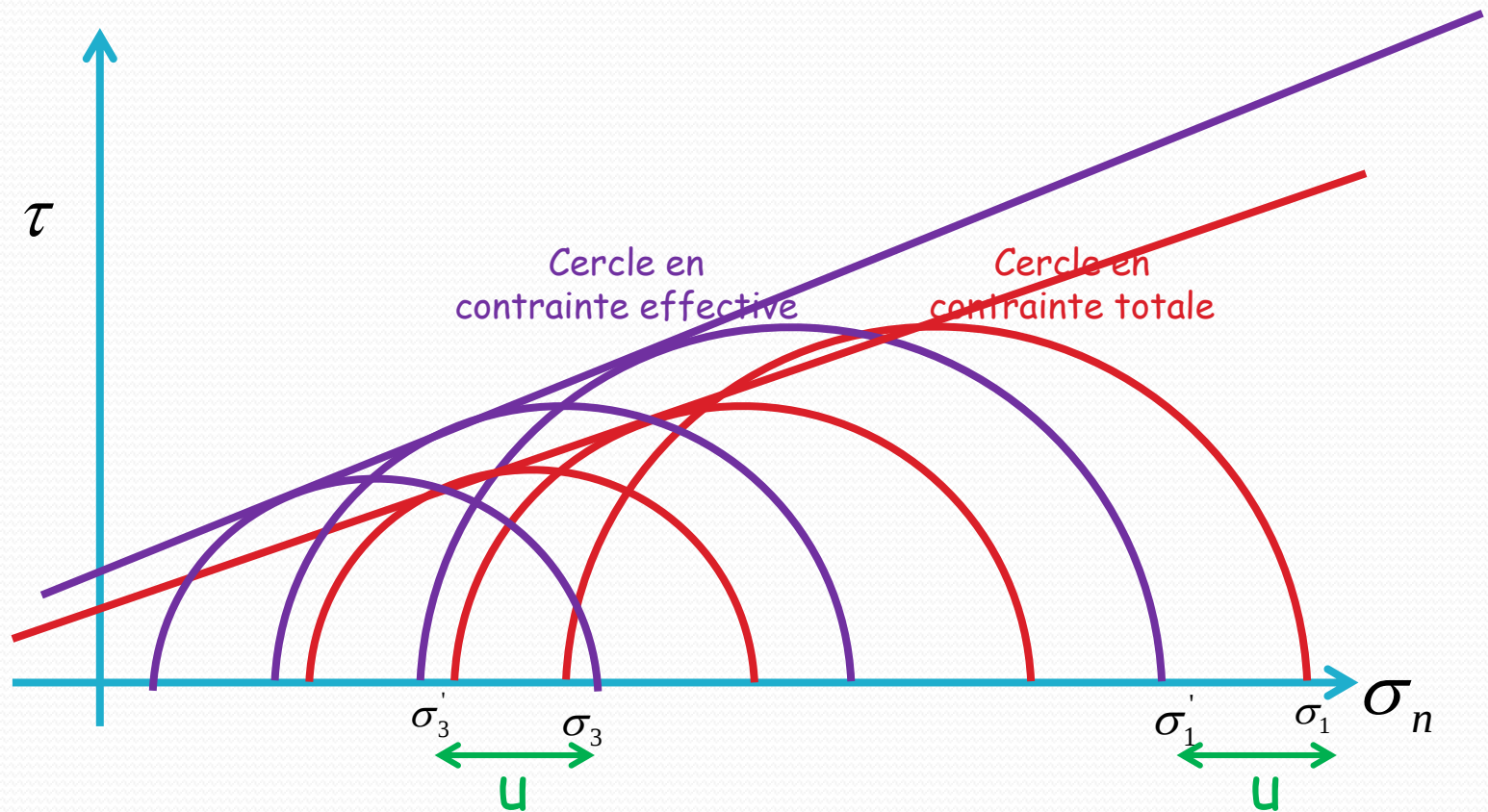
Contrainte totale vs contrainte effective

- Que se passe-t-il si la pression interstitielle est non nulle (sol saturé) ?

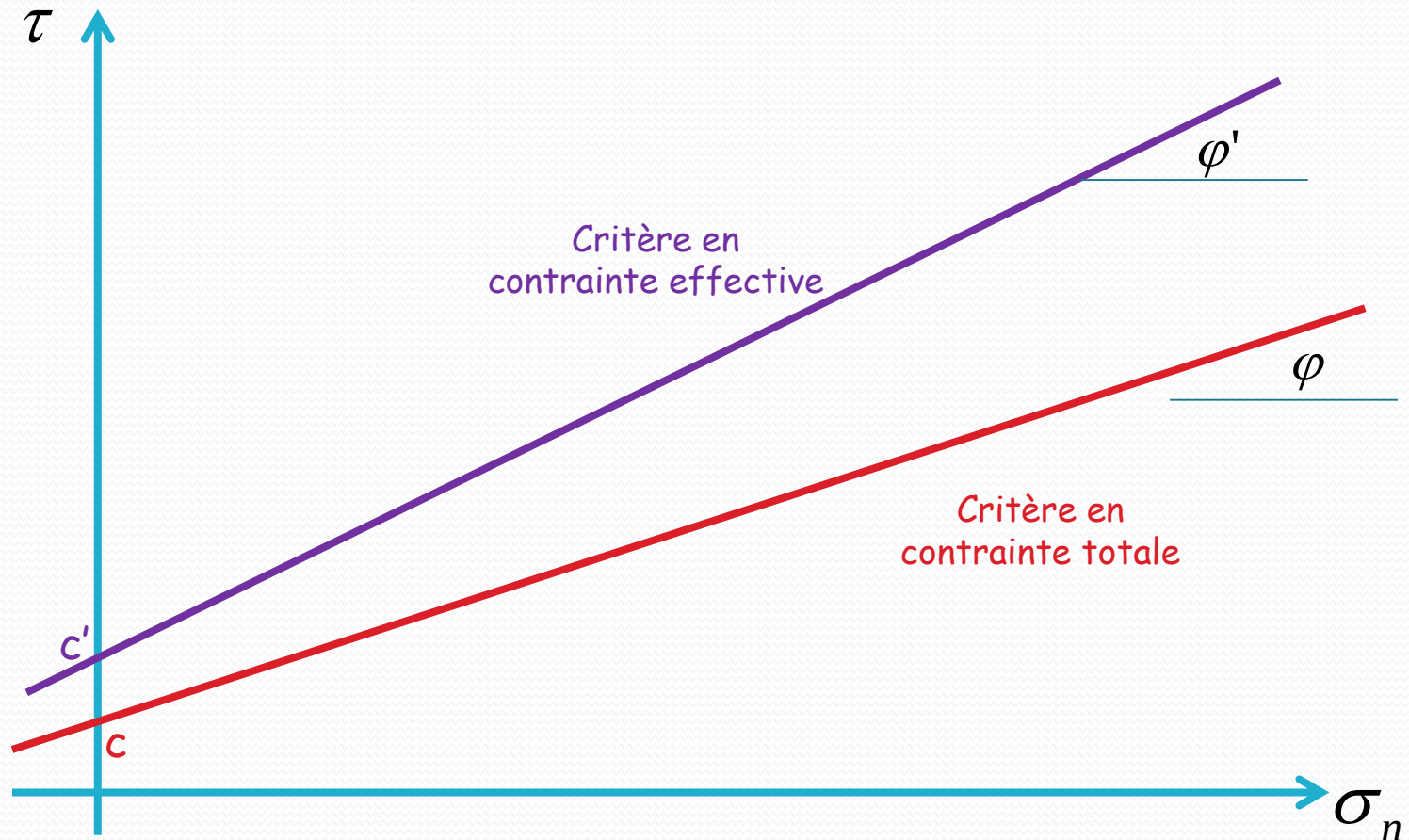


Conséquences

- À la rupture, on connaît, σ_1 , σ_3 et u pour trois essais



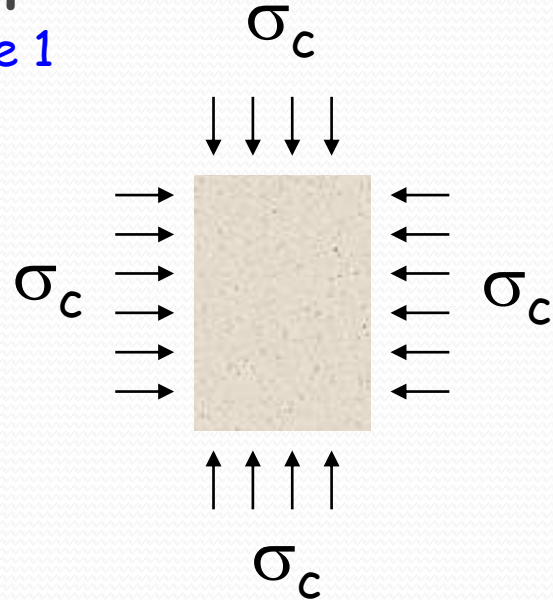
Interprétation



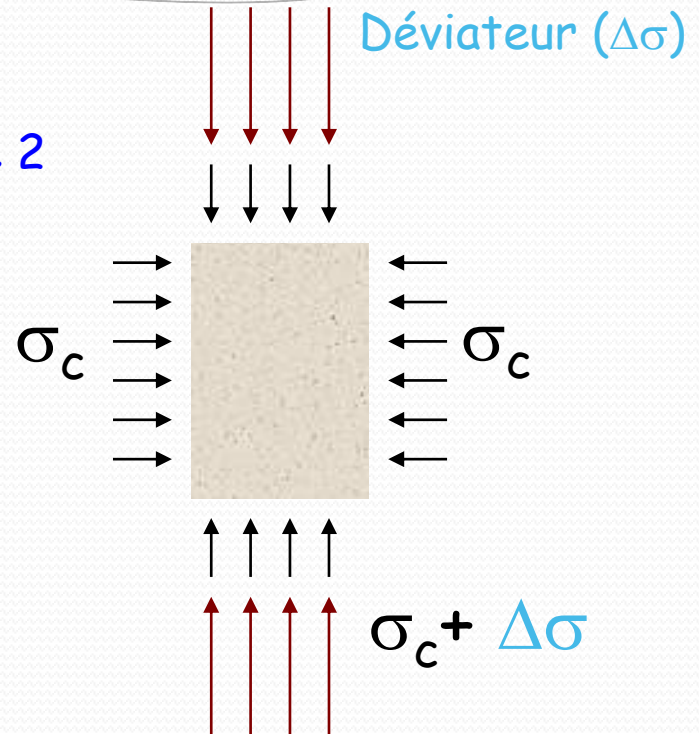
- Il est ainsi possible de définir une enveloppe de rupture en contrainte totale, ainsi qu'une en contrainte effective

Types d'essais triaxiaux

Étape 1



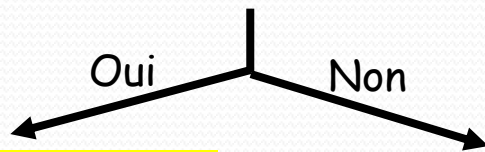
Étape 2



Pression de confinement

Chargement

Drainage ouvert ou non



Drainage ouvert ou non

Oui

Non

Drainé

Non drainé

Éprouvette consolidée

Éprouvette non consolidée

Types d'essai triaxial

Étape 1

Pression de confinement

Drainage ouvert ou non

Oui

Non

Éprouvette consolidée

Éprouvette non consolidée

Étape 2

Chargement

Drainage ouvert ou non

Oui

Non

Drainé

Non drainé

Essai CD

Essai UU

Essai CU

Boîte de cisaillement vs triaxial

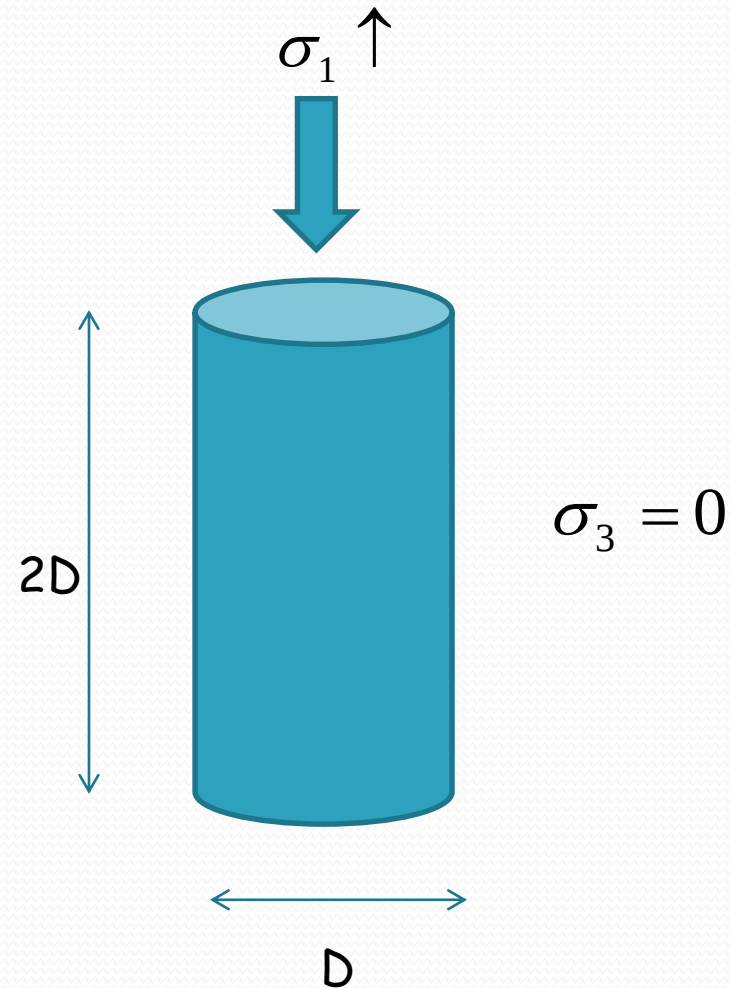
- Boîte

- Plan de rupture imposé par la géométrie de l'appareil.
- Pas de définition précise des conditions aux limites du drainage.
- Possibilité de grandes déformations.
- Changement de l'orientation des contraintes principales au cours de l'essai.
- Un seul chemin de contraintes.

- Triaxial

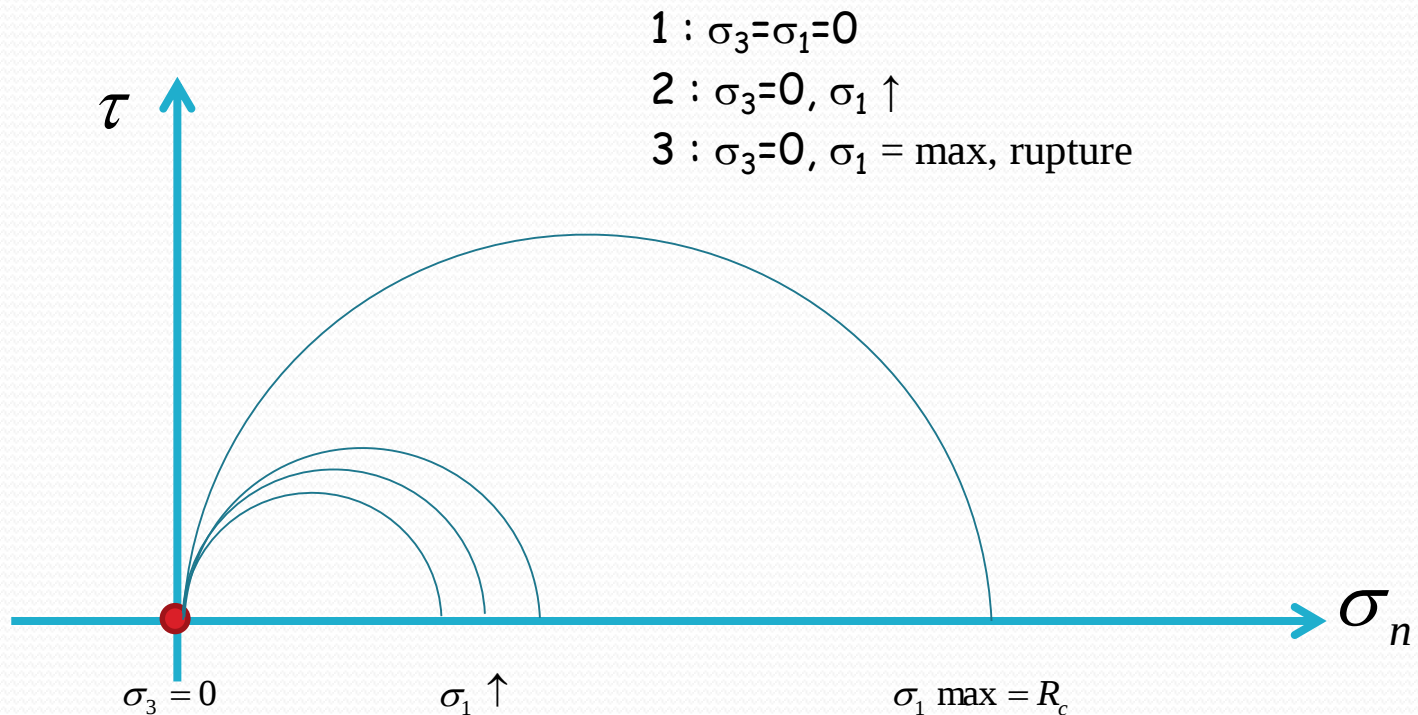
- Plan de rupture lié à la valeur de l'angle de frottement.
- Bon contrôle des conditions de drainage.
- Déformations limitées par la géométrie de l'appareil.
- L'orientation des contraintes principales reste constante.
- Une infinité de chemins de contraintes.

Traction et compression simples



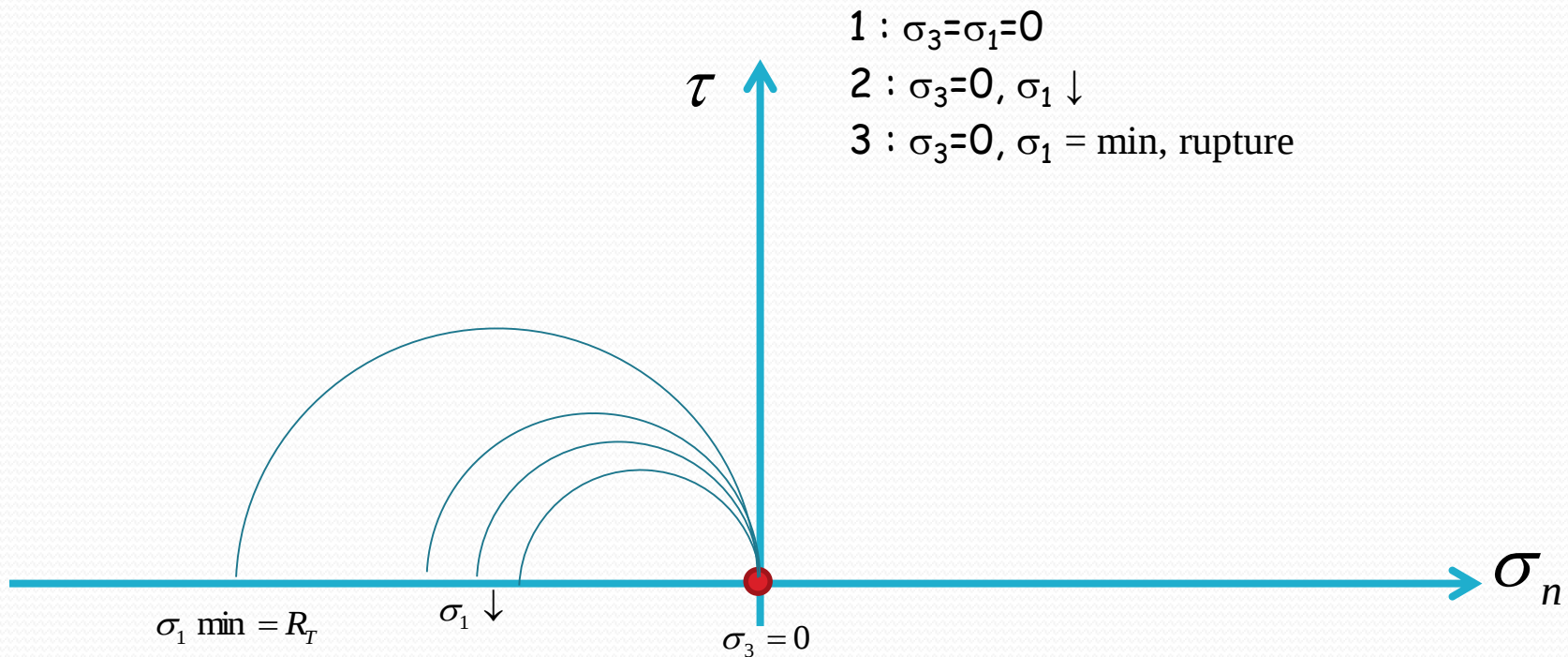
Interprétation essai compression simple

- Plan de Mohr



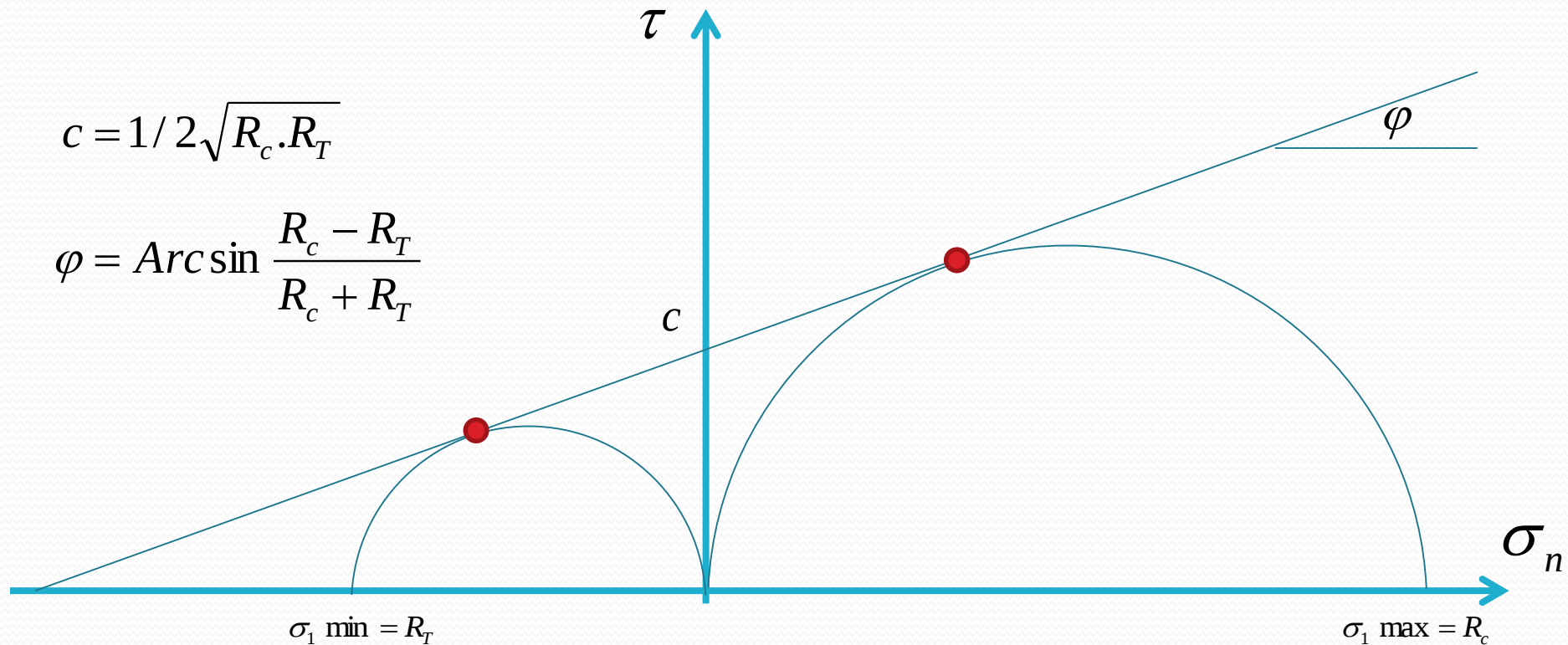
- Il y a rupture sur un plan
- L'état de contrainte sur ce plan satisfait au critère de rupture
- Cet état de contrainte = un point du cercle de Mohr
- Le critère du matériau étudié est tangent en ce point

Interprétation essai traction simple



- Il y a rupture sur un plan
- L'état de contrainte sur ce plan satisfait au critère de rupture
- Cet état de contrainte = un point du cercle de Mohr
- Le critère du matériau étudié est tangent en ce point

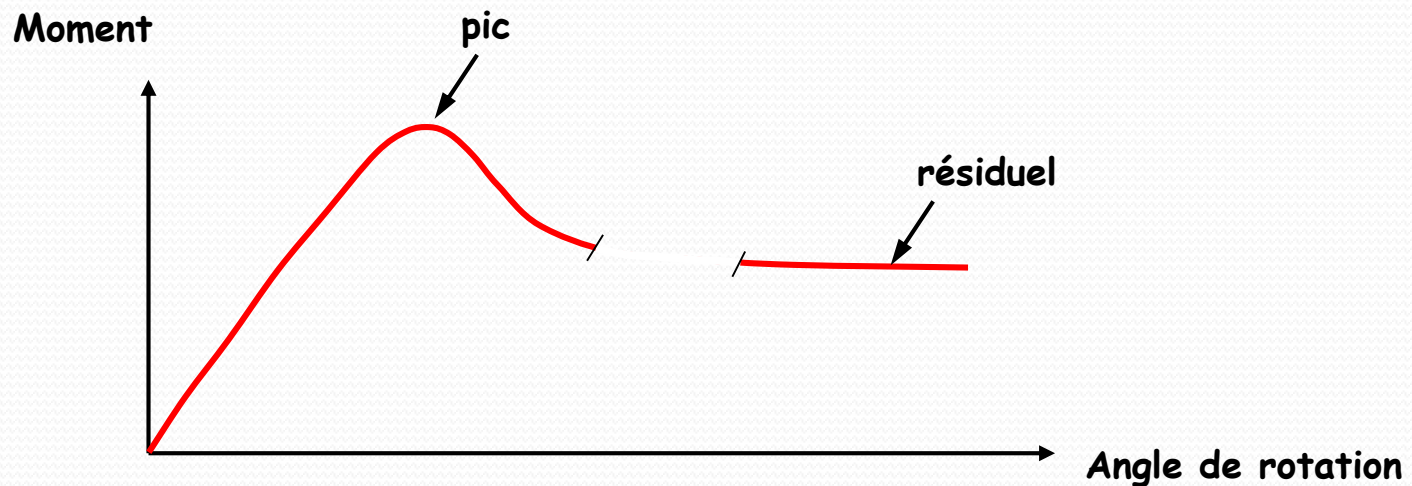
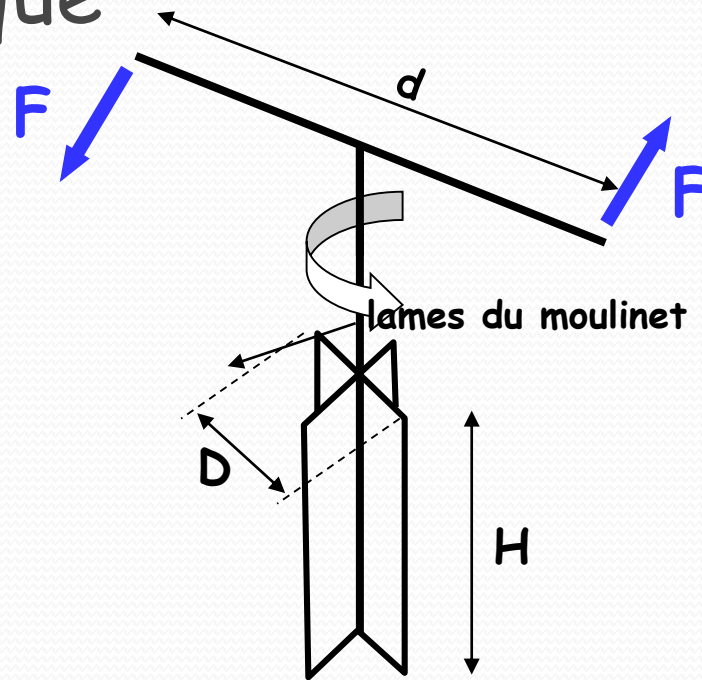
Détermination des paramètres Mohr-Coulomb



- Un point de chaque cercle permet de satisfaire au critère
- La position du critère est donc la tangente commune à ces deux cercles
- Il est donc possible de déterminer c et φ

Essai scissométrique

Appareil utilisé pour des sols à faible cohésion.
Il existe aussi en version en place.



Comparaison des différents essais

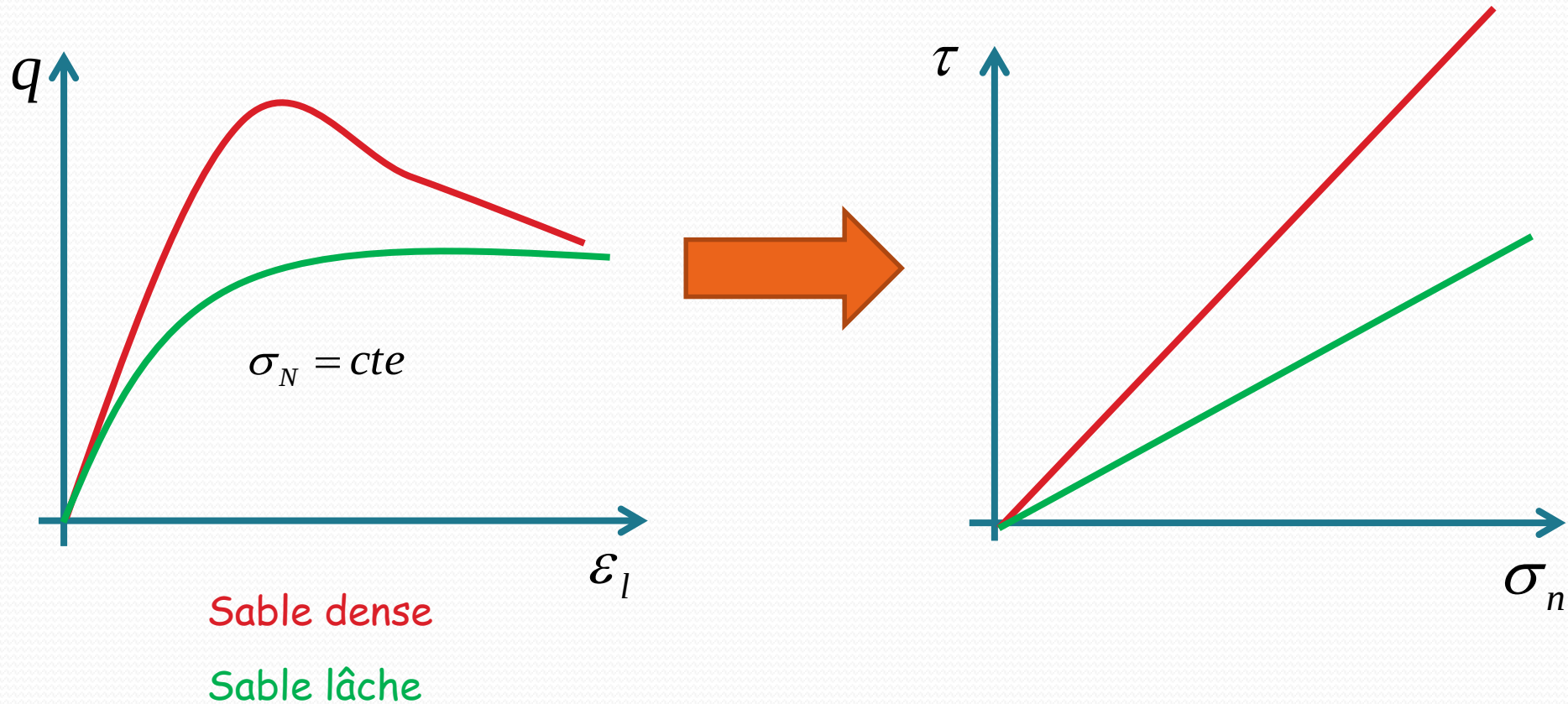
	Cisaillement à la boîte	Essai triaxial	Scissomètre	Compression simple
Type de sol	Tous	Tous	Sols cohérents à faible cohésion	Sols cohérents
Plan de cisaillement	Imposé	Dépend de l'angle de frottement	Imposé	Libre
Orientation des contraintes principales	Change en cours d'essai	Constante	Constante	Constante
Mesure de u	Non en général	Possible	Non	Non
Déformations dans le plan de cisaillement	Élevées	Limitées	Élevées	Limitées
Types d'essai	Tous	Tous	U.U uniquement	U.U.
Chemin de contrainte	Unique	Plusieurs possibilités	Unique	Unique

Types de sol

Type de sol	Type de calcul	Caractéristique s	Type d'essai	Paramètres obtenus	Appareillages
Pulvérulent	Long terme ou court terme	Drainées	CD	$(c_d) \varphi_d$	Triaxial Boîte
Cohérent saturé	Court terme	Non drainées	U.U.	c_u	Triaxial (boîte) Scissomètre Compression simple
Cohérent	Long terme	Drainées	C.D. C.U.+u	$c_d \varphi_d$ $c' \varphi'$	Triaxial
Cohérent non saturé	Court terme	Non drainées	U.U.	$c_u \varphi_u$ $\varphi_u \rightarrow 0$ Lorsque $S_r \rightarrow 100 \%$	Triaxial (boîte) Compression simple
Cohérent	Grandes déformations s + long terme	Résiduelles	Alterné	$c_r \varphi_r$	Boîte
Cohérent	Grandes déformations s + Court terme	Résiduelle Remanié	Grandes déformations remaniement à w constant	$c_{u \text{ res}}$ $c_{u \text{ rem}}$	Scissomètre

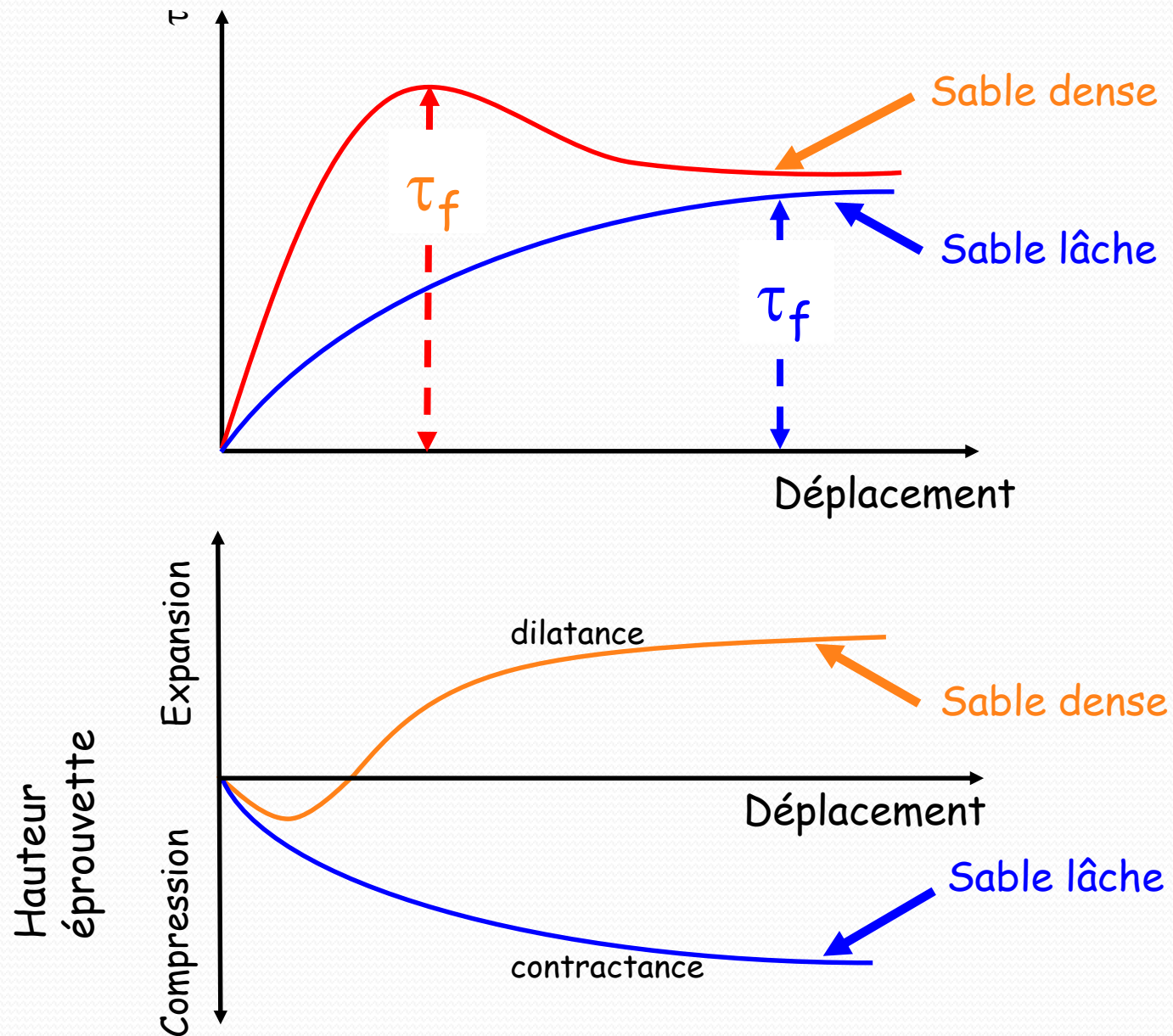
Quelques éléments sur le comportement des sables et argiles

Cas d'un sable : essai de cisaillement direct

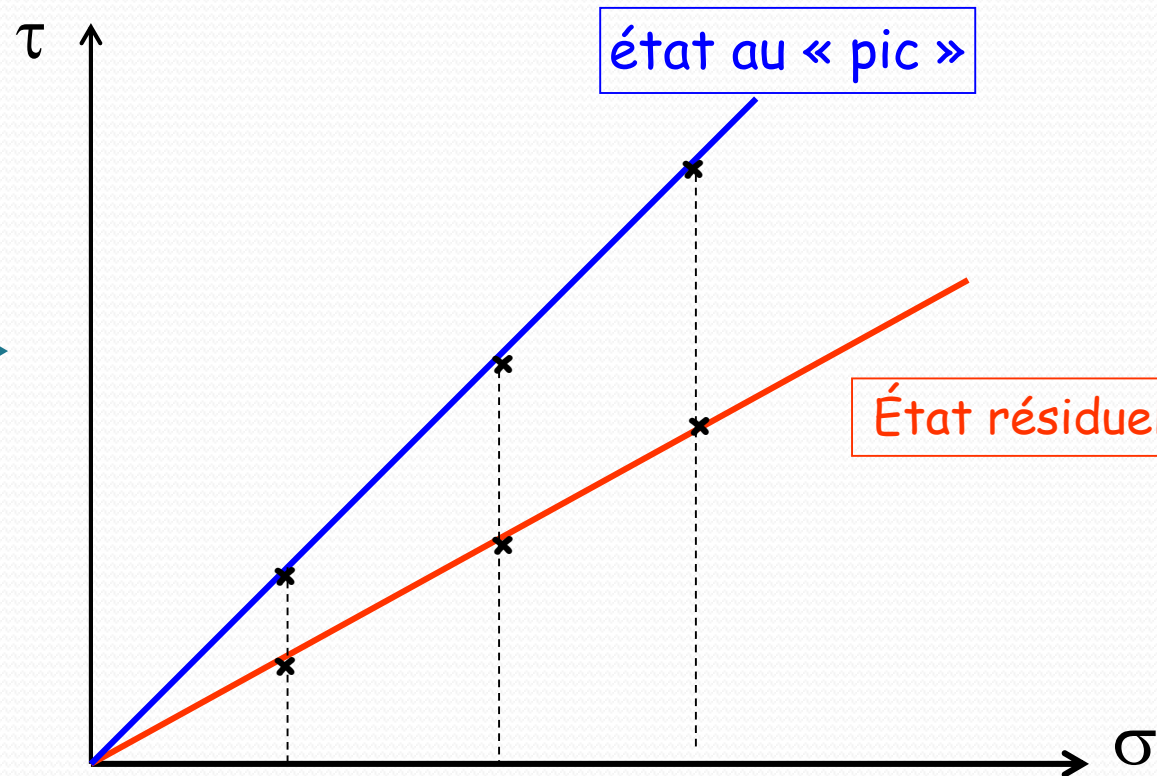
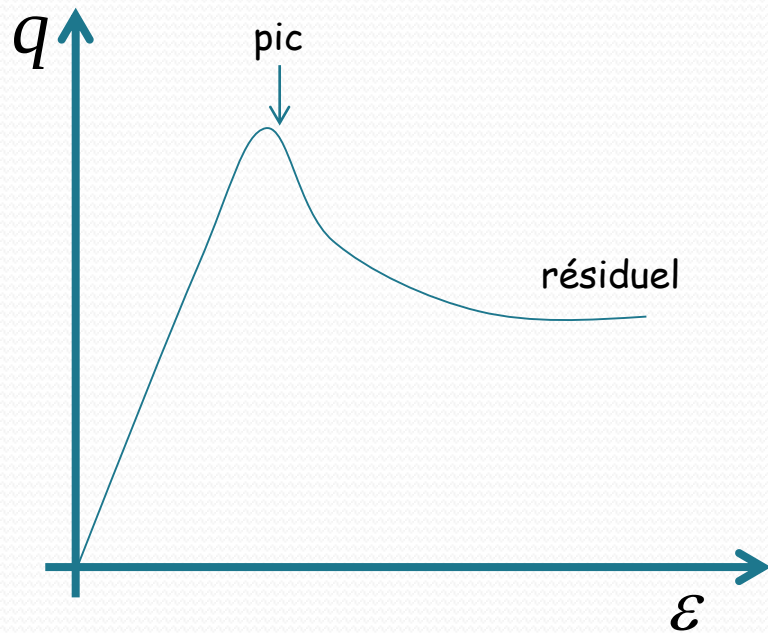


φ dépend de la compacité du sable : ce n'est pas un paramètre intrinsèque

Résultat d'essai de cisaillement sur sable



Impact du choix du critère de rupture



Comportement des sables

Sol	D ₁₀ (mm)	Cu -	Lâche		Dense	
			e	Phi (°)	e	Phi (°)
Sable silteux 1	0,03	2,1	0,85	33	0,65	37
Sable silteux 2	0,04	4,1	0,65	36	0,45	40
Sable	0,13	1,8	0,84	34	0,54	42
Sable glaciaire	0,22	1,4	0,85	33	0,6	43
Sable de plage	0,07	2,7	0,81	35	0,54	46
Mélange gravier + sable	0,16	68	0,41	42	0,12	57
Sable pour remblai	0,07	4,5	0,82	38	0,53	47
Pierre concassée compactée					0,18	60

D'après Holtz & Kovacs 1991

Comportement des sables

- Influence de différents facteurs sur les paramètres de Mohr-Coulomb

Facteur	Effet
Indice des vides e	$e \uparrow, \varphi \downarrow$
Angularité A	$A \uparrow, \varphi \uparrow$
Granulométrie	$C_u \uparrow, \varphi \uparrow$
Rugosité de surface R	$R \uparrow, \varphi \uparrow$
Taille des grains S	Aucun effet (e constant)

Comportement des sols argileux (cohérents)

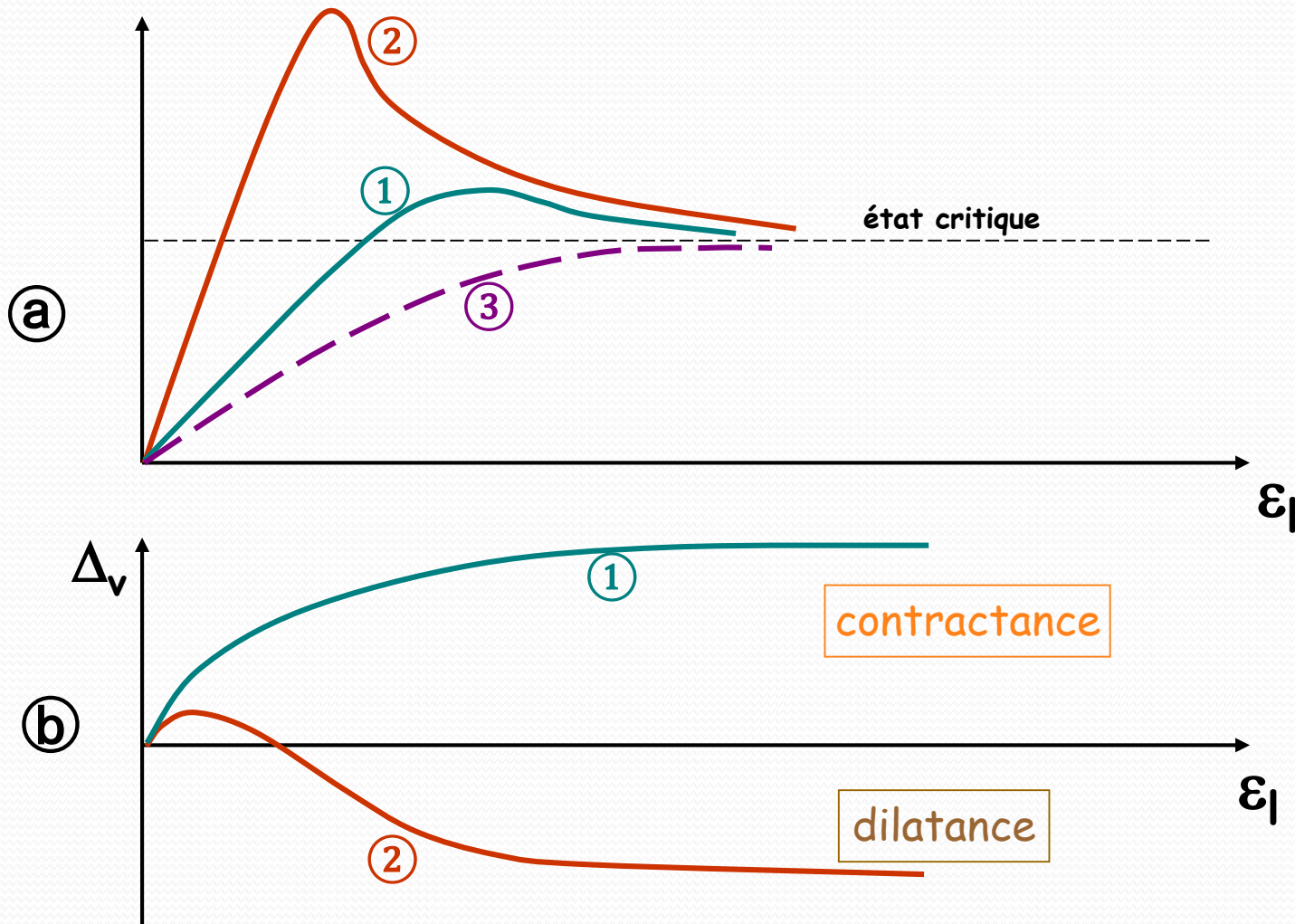
- Pour ces sols à perméabilité faible voire très faible, on va pouvoir différencier les comportements drainés et non drainés; pour cela on contrôle le drainage.
- Les notions de court et long terme sont très importantes, il faudra toujours se poser la question: quelle est la date critique?
- On commence par étudier le cas simple du sol saturé et normalement consolidé, puis on regardera d'une manière rapide d'autres cas possibles: non-saturation ou surconsolidation.
- La cohésion de ce type de sol est toujours visible à court terme; à long terme elle peut être absente (non visible).
- Les raisons physiques de l'existence de la cohésion sont diverses: elle peut être due à des effets de physico-chimie de surface ou à des cimentations entre grains.

Comportement en cours d'essai CD

① Courbes contrainte/déformation

② Variation de volume/déformation

① sol normalement consolidé / ② sol surconsolidé / ③ sol remanié



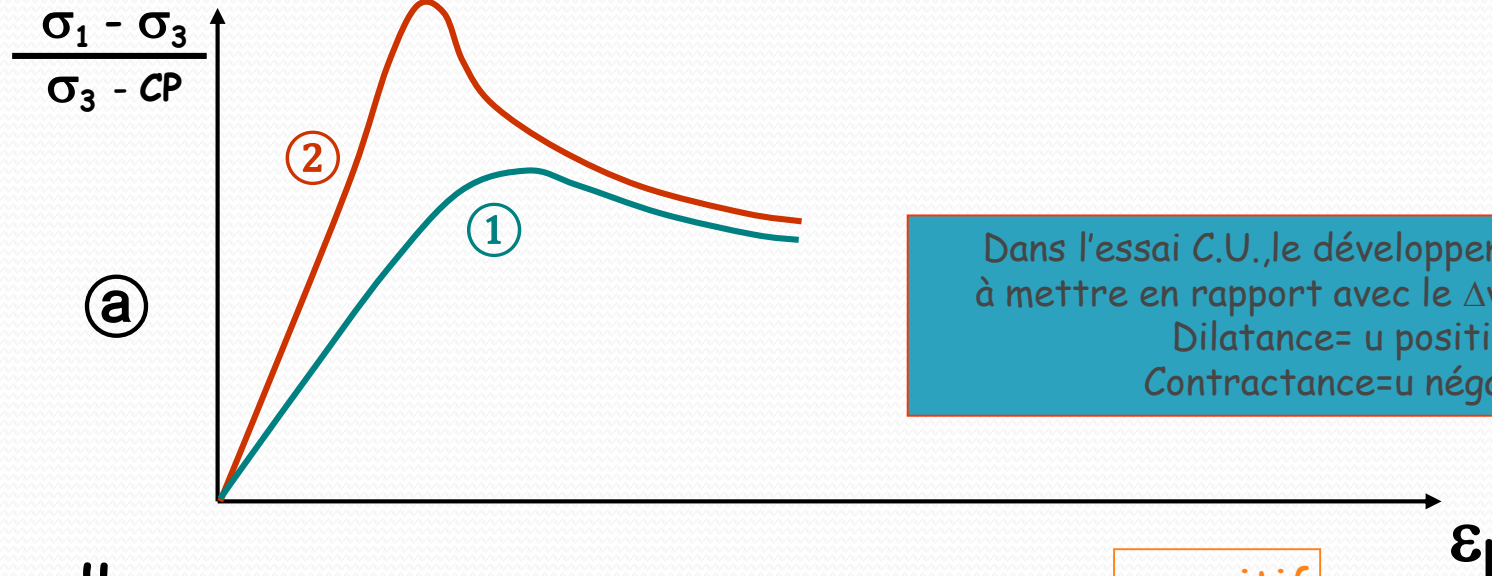
Comportement lors d'un essai CU + u

Essai de cisaillement C.U.

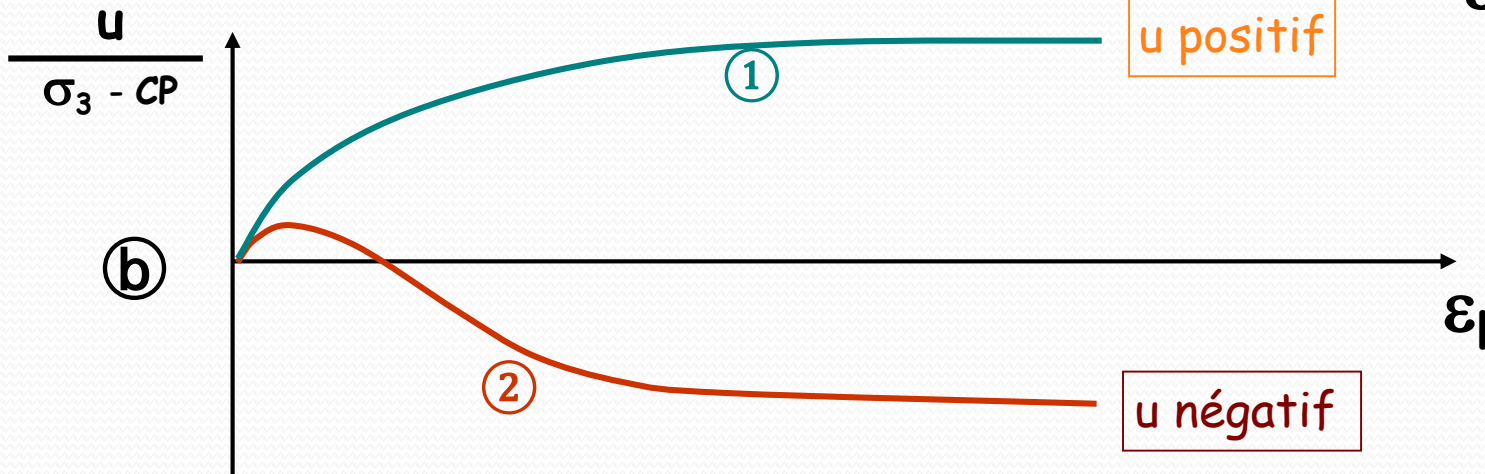
(a) Courbes contrainte/déformation

(b) Pression interstitielle/déformation

① sol normalement consolidé / ② sol surconsolidé



Dans l'essai C.U., le développement de u est à mettre en rapport avec le Δv de l'essai C.D.
Dilatance = u positif ;
Contractance = u négatif.



Essai non consolidé non drainé UU

Totale, σ

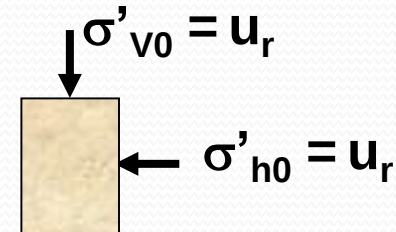
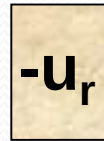
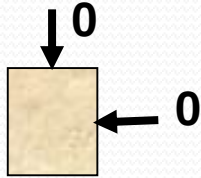
=

Eau, u

+

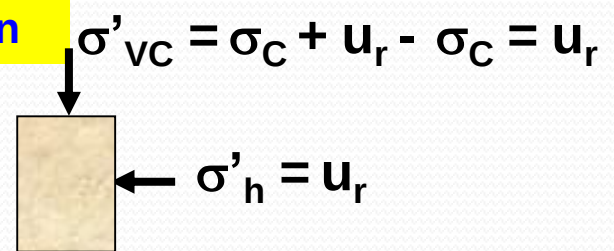
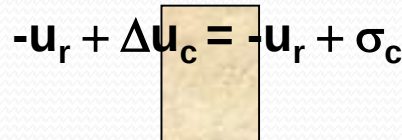
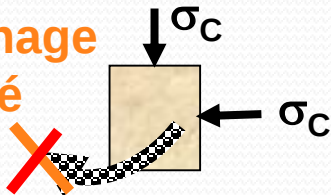
Effective, σ'

Étape 1: Immédiatement après prélèvement



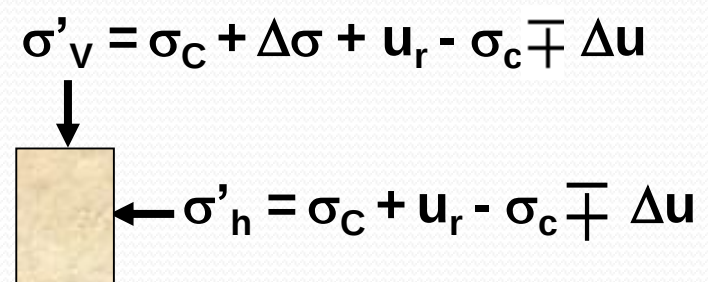
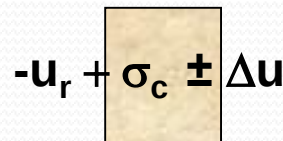
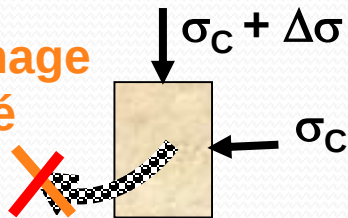
Étape 2 : après application de la pression consolidation

Drainage
fermé



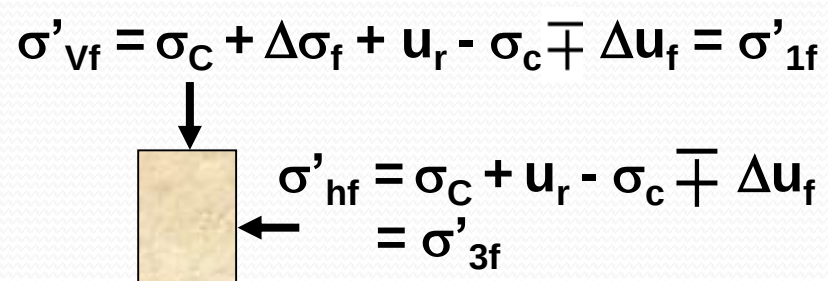
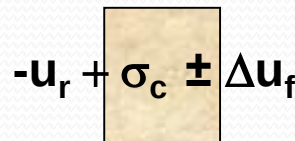
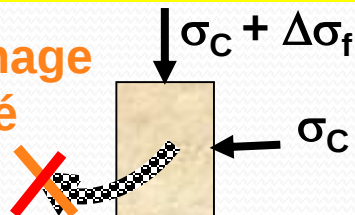
Étape 3 : pendant le chargement axial

Drainage
fermé



Étape 4 : à la rupture

Drainage
fermé



Essai non consolidé non drainé UU

Totale, σ

=

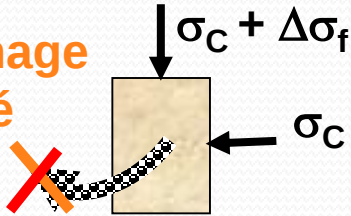
eau, u

+

Effective, σ'

Étape 4 : à la rupture

Drainage
fermé



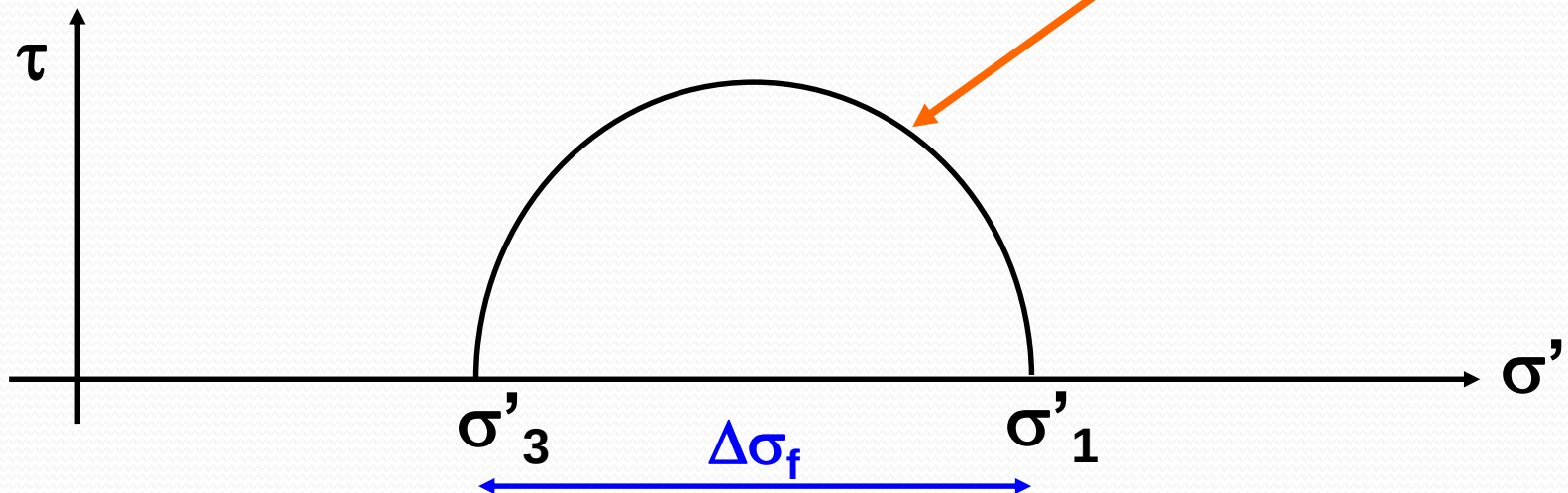
$$-u_r + \sigma_c \pm \Delta u_f$$

$$\sigma'_{vf} = \cancel{\sigma_c} + \Delta\sigma_f + u_r - \cancel{\sigma_c} \mp \Delta u_f = \sigma'_{1f}$$

$$\sigma'_{hf} = \cancel{\sigma_c} + u_r - \cancel{\sigma_c} \mp \Delta u_f = \sigma'_{3f}$$

Le cercle de Mohr à la rupture ne dépend pas de la contrainte de consolidation

Il n'y a donc qu'un seul cercle de Mohr en contrainte effective



Unconsolidated- Undrained test (UU Test)

Totale, σ

=

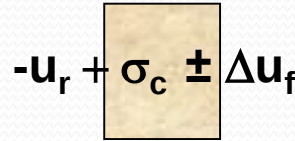
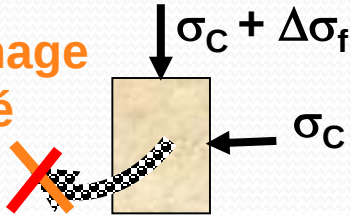
Eau, u

+

Effective, σ'

Étape 4 : à la rupture

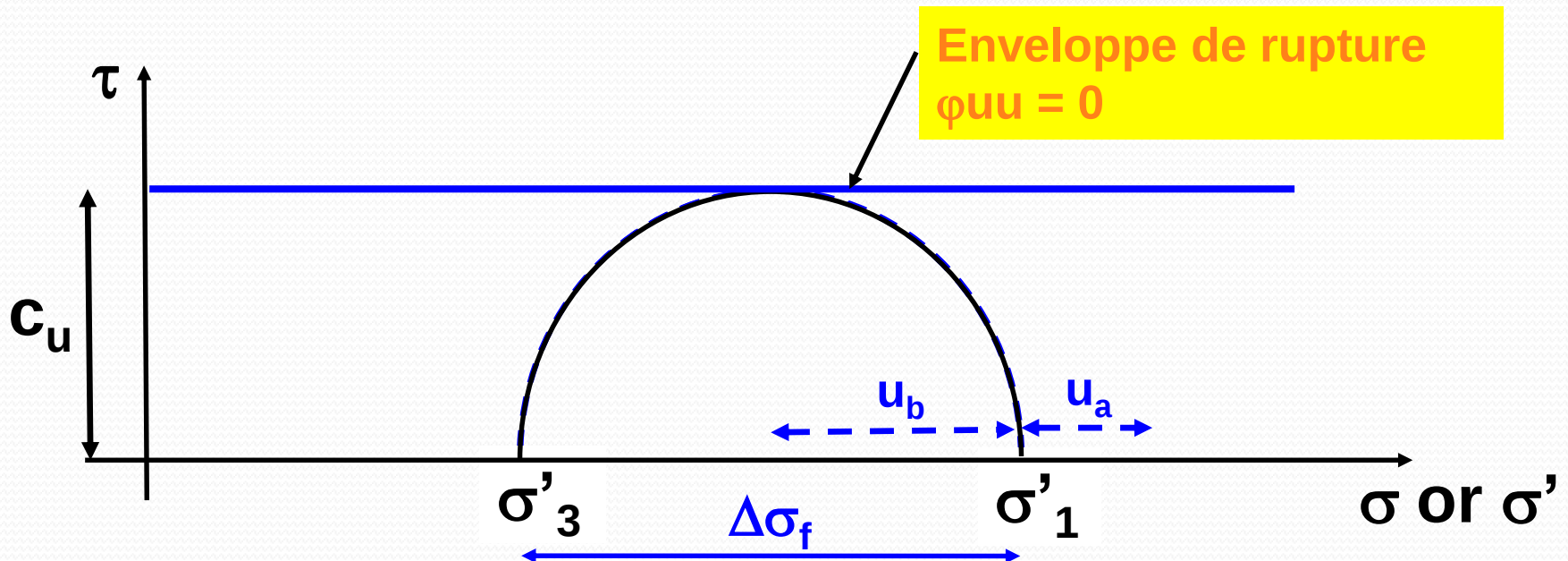
Drainage
fermé



$$\sigma'_{vf} = \cancel{\sigma_c} + \Delta\sigma_f + u_r - \cancel{\sigma_c} \mp \Delta u_f = \sigma'_{1f}$$

$$\sigma'_{hf} = \cancel{\sigma_c} + u_r - \cancel{\sigma_c} \mp \Delta u_f = \sigma'_{3f}$$

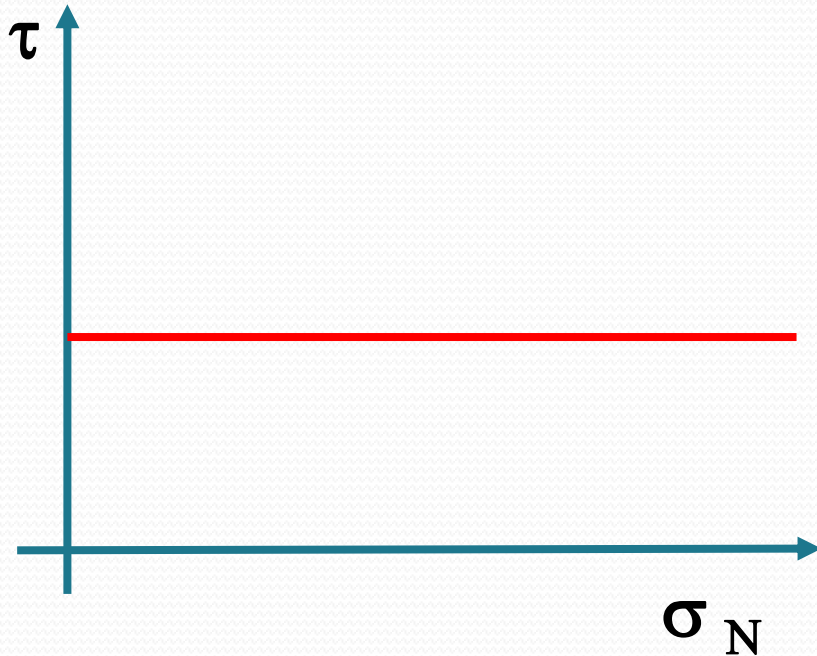
Cercle de Mohr en contrainte totale



Forme du critère de rupture pour une argile

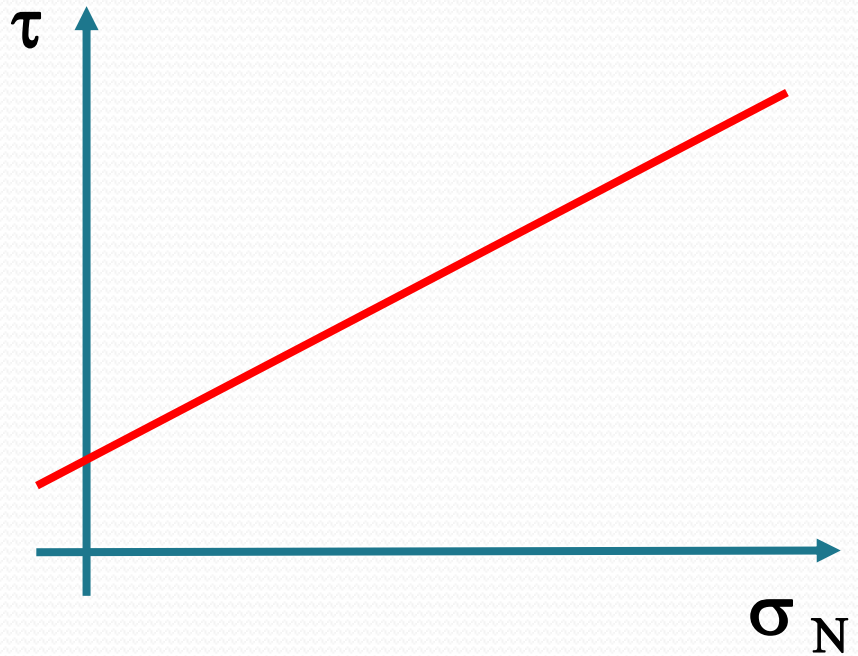
● Court terme

● UU



● Long terme

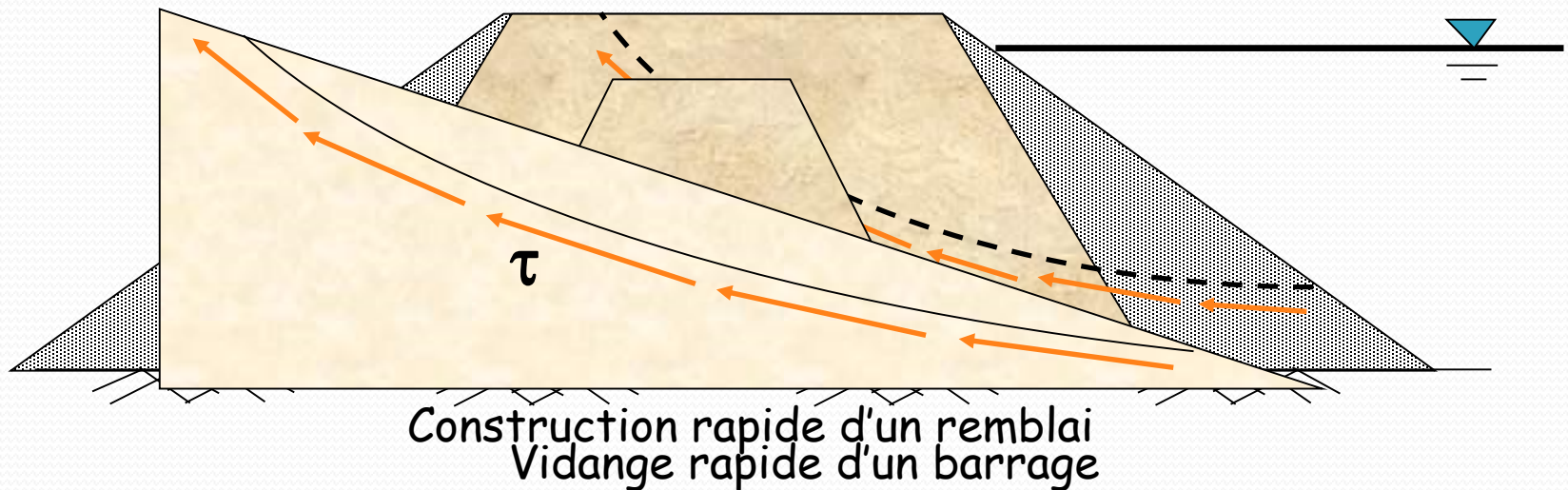
● CU ou CD



Toujours prendre en compte les conditions de drainage

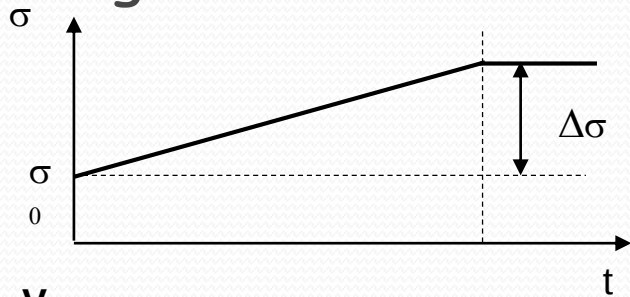
Contrainte totale ou contrainte effective ?

- Appréciation fonction de la rapidité du processus en tenant compte des caractéristiques du sol
 - Les surpressions interstitielles peuvent elles se dissiper ?



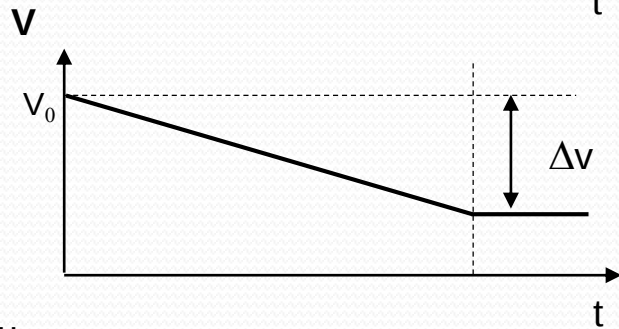
Chargement drainé

(a)



Contrainte totale

(b)



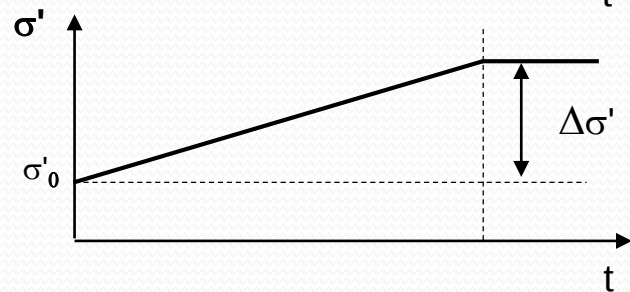
Volume

(c)



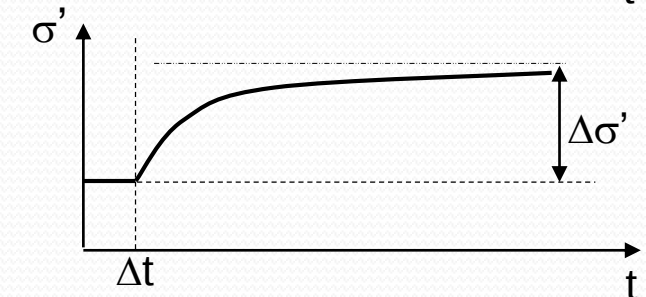
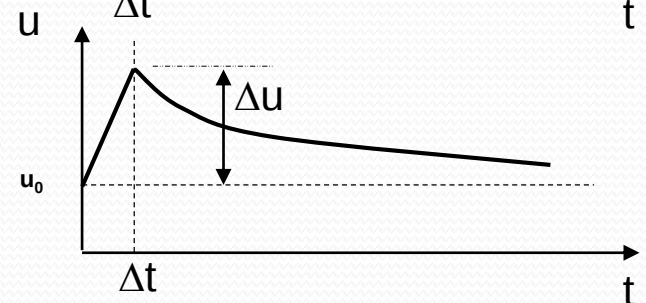
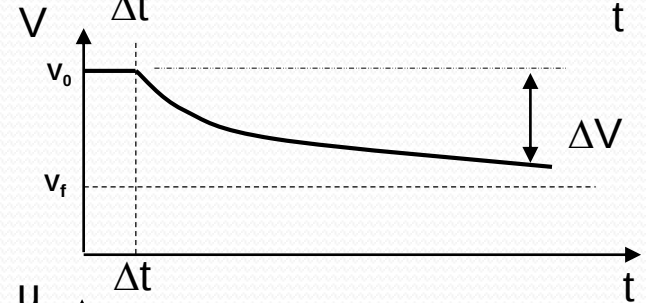
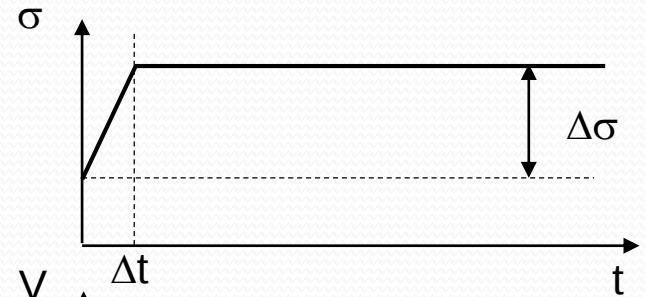
Pression interstitielle

(d)



Contrainte effective

Chargement non drainé



Quelles conditions de drainage ?

- Perméabilité(m/s)

Graviers	$>10^{-2}$
Sables	$10^{-2}-10^{-5}$
Silts	$10^{-5}-10^{-8}$
Argiles	$<10^{-8}$

Phénomène	Durée
Choc(séisme)	<1 s
Houle	10 s
Petite excavation	10-30 h
Grande excavation	1-6mois
Constuction barrage	1-3 ans
Érosion/sédimentation naturelle	100-10000 ans

Exercices

• Exercice 1

On connaît l'angle de frottement interne d'un sable sec. Ce sable est soumis à un essai de cisaillement à la boîte de Casagrande. On connaît s_n et t au moment de la rupture, dans le plan de cisaillement. Déterminez graphiquement et analytiquement les valeurs des contraintes principales et la direction des plans principaux.

• Exercice 2

- Deux séries d'essais drainés à la boîte de cisaillement ont été réalisés sur des échantillons d'argile saturée. Dans la première série, les argiles sont consolidées sous des contraintes normales de 200, 400 et 600 kPa puis cisailées dans les mêmes conditions. Dans la deuxième série, les trois éprouvettes sont consolidées sous 600 kPa puis on ramène la contrainte normale respectivement à 50, 200 et 300 kPa et le cisaillement a lieu sous cette même contrainte normale. Les résultats des essais figurent ci-dessous. Déterminez pour les deux séries d'essais les courbes enveloppes et les valeurs de c_d et f_d .

Résultats des essais (valeurs en kPa) :

Pression de consolidation	200	400	600	600	600	600
σ_n (cisaillement)	200	400	600	50	200	300
τ (cisaillement)	90	185	275	65	125	170

• Exercice 3

- On réalise à l'appareil triaxial un essai de cisaillement sur un sable dense. A la rupture, l'état de contrainte est : $s_3 = 100$ kPa, $s_1 = 400$ kPa.

Déterminer l'angle de frottement interne, l'orientation du plan de rupture et les valeurs des contraintes normales et tangentielles dans le plan de rupture.

• Exercice 4

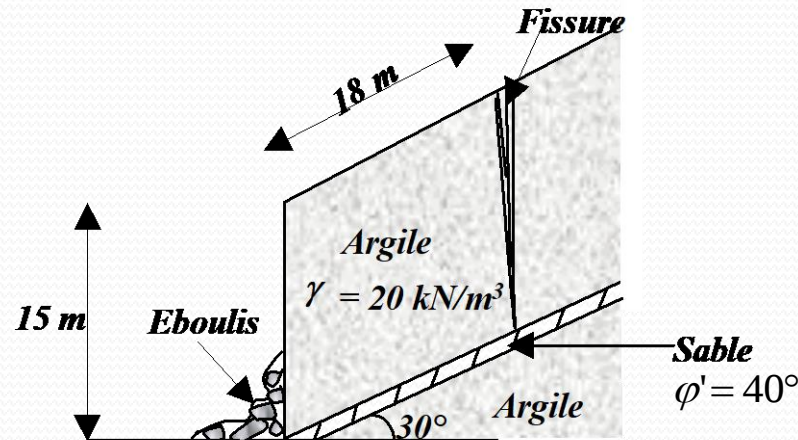
On connaît l'angle de frottement interne d'un sable qui est égal à 30° . Deux éprouvettes de ce sable sont consolidées sous une pression isotrope égale à 500 kPa. La première éprouvette est amenée à la rupture par augmentation de la contrainte axiale, la seconde, par diminution de la contrainte radiale. Déterminer, dans chaque cas, l'état des contraintes à la rupture.

• Exercice 5

Un échantillon de sable compact est soumis à un essai triaxial, on suppose que l'angle de frottement interne f est voisin de 36° , si la contrainte principale minimale s_3 est de 300 kPa, pour quelle valeur de la contrainte maximale s_1 l'échantillon se rompra-t-il?

Exercices

- **Exercice 6**
- Dans un essai triaxial drainé sur un échantillon de sable propre et sec, la rupture survient pour une contrainte verticale totale de 423 kPa et une contrainte latérale de 138 kPa. Déterminer graphiquement et par le calcul:
 - a) la valeur de f' pour le sable ;
 - b) l'effort normal et l'effort de cisaillement agissant sur le plan de rupture ;
 - c) l'inclinaison du plan de rupture sur l'horizontale.
- **Exercice 7**
- - On considère le sol correspondant au schéma de la figure ci-dessous. En temps normal, il n'y a pas d'accumulation d'eau dans la couche de sable; par contre, lors de fortes précipitations la capacité de drainage des éboulis est faible et de l'eau peut s'accumuler dans la couche de sable avec une alimentation par la fissure.
 - a) Calculez σ_n et τ sur la couche de sable.
 - b) Vérifiez la stabilité en l'absence d'eau.
 - c) Quelle est la hauteur d'eau dans la fissure pour mettre en mouvement le bloc compris entre la falaise et la fissure ?



Exercices

- Exercice 9 : Une éprouvette comporte un plan de discontinuité incliné de θ par rapport à l'horizontale. La résistance au cisaillement de ce plan est donnée par la loi de Coulomb : $\tau = \sigma_n \tan \phi + c$. Dans quel cas la résistance à la compression simple de l'éprouvette est-elle modifiée par la présence de cette discontinuité ? Quelle sera alors la nouvelle résistance à la compression simple de l'éprouvette ?
- Exercice 10 : Peut-on dessiner les cercles de Mohr représentant les états de contraintes successifs subis par une éprouvette au cours d'un essai de cisaillement pur ? et si oui sous quelles conditions ?

Exercice 5 - Un remblai est constitué d'argile pour laquelle $c' = 25$ kPa et $\phi' = 26^\circ$ (obtenu à partir d'essais consolidés non drainés avec mesure de la pression interstitielle). Le poids volumique apparent moyen du matériau du remblai est de 19 kN/m³. Estimer la résistance au cisaillement du matériau dans un plan horizontal, en un point situé à 20 m en dessous de la surface du remblai, si la pression interstitielle en ce point, indiquée par un piézomètre est de 180 kPa.

Exercice 6 - On construit un remblai en un sol dont les caractéristiques sont:

$$\begin{aligned}c' &= 50 \text{ kPa} \\ \phi' &= 21^\circ \\ \gamma &= 16 \text{ kN/m}^3\end{aligned}$$

Les paramètres de pression interstitielle trouvés par des essais triaxiaux sont :

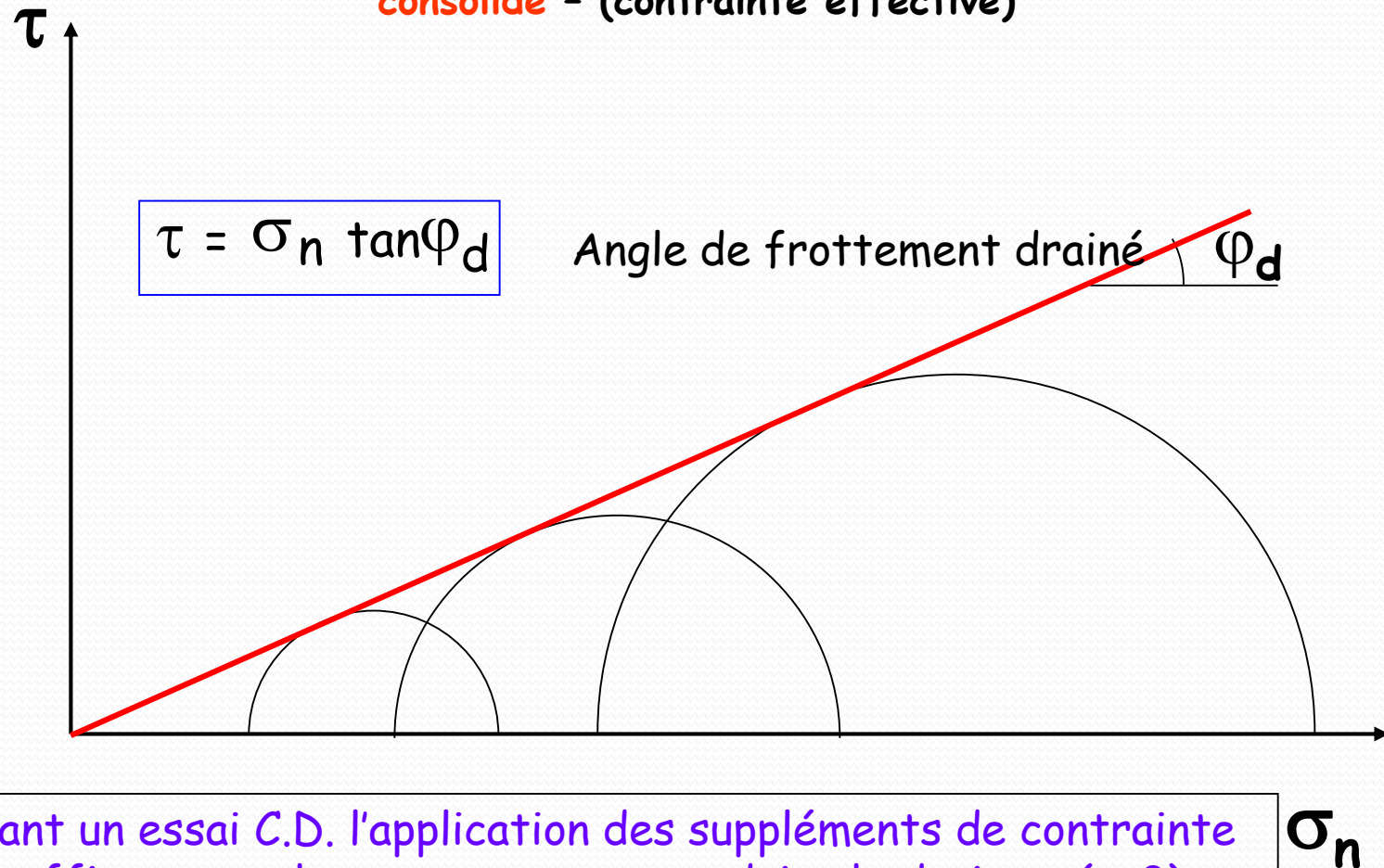
$$A = 0,5 \quad \text{et} \quad B = 0,9$$

Trouver la résistance au cisaillement du sol à la base du remblai, juste après que la hauteur de matériau de remblai ait été surélevée de 3 à 5 m. Supposer que la dissipation de la pression interstitielle pendant cette étape de la construction est négligeable, et que la pression latérale en tout point est égale à la moitié de la pression verticale.

$$\Delta U = B[\Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)]$$

Essai consolidé/drainé

Résultat d'un essai C.D. dans le cas d'un sol fin saturé, normalement consolidé - (contrainte effective)



Durant un essai C.D. l'application des suppléments de contrainte est suffisamment lente pour que se produise le drainage ($u=0$); on mesure alors les variations de volume.

De l'essai CD à l'essai CU+u

- La réalisation pratique des essais C.D. est très longue: la durée d'un « simple » cisaillement peut atteindre quelques semaines en raison de la très faible perméabilité de certains sols argileux.
- On a alors imaginé, en appliquant le postulat de Terzaghi, un nouvel essai hybride: l'essai C.U.+ u.
- La première phase (application de la pression de confinement) est identique à celle de l'essai C.D.; par contre durant le cisaillement, on empêche le drainage et on mesure u ce qui permet, en principe, de déterminer les valeurs des contraintes effectives et d'atteindre indirectement le comportement à long terme.
- Dans la pratique cet essai est utilisé la plupart du temps.
- L'angle de frottement mesuré est alors noté: φ' .

Résultat d'un essai CD

Résultat d'un essai C.D. dans le cas d'un sol fin saturé, normalement consolidé - (contrainte effective)

