

Nom

Prénom

Formation

Test de MSS

12 Novembre 2020

15h45-16h45

1A NRJ et ISN

Les rappels sont sur la dernière page (p4)

1. Définir ce qu'est un signal déterministe

2. Définir la stationnarité d'un signal à l'ordre 1 puis à l'ordre 2

3.

3.1. Soit la fonction porte $p(t)$ définie comme telle

$$p(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{si } |t| > \frac{T}{2} \end{cases}$$

3.2. Calculer l'énergie de $p(t)$

3.3. Calculer la transformée de Fourier $P(f)$ de la fonction porte $p(t)$:

3.4. Exprimer l'énergie de $P(f)$

Nom

Prénom

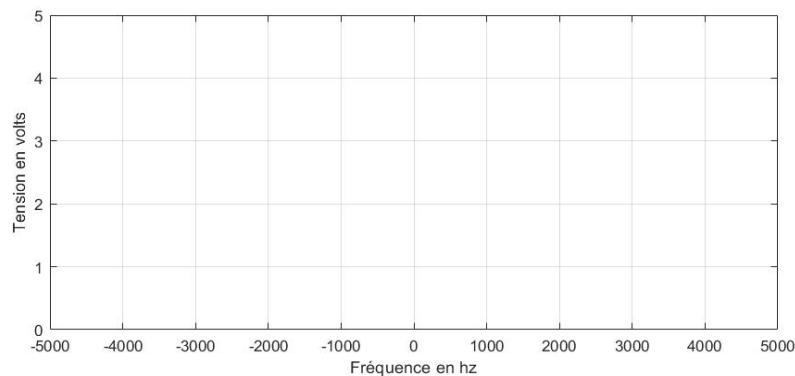
Formation

4. 4.1. Soit un signal de période T_0 avec offset tel que : $e(t) = A + B \cos(2\pi F_0 t)$

A et B sont 2 constantes. En application numérique on prendra $F_0 = 1000\text{Hz}$, $A=2$ et $B=3$

Exprimer la transformée de Fourier $E(f)$ de $e(t)$ au sens des distributions pour $t \in \mathbb{R}$

4.2. Représenter le module $|E(f)|$ sur un graphe

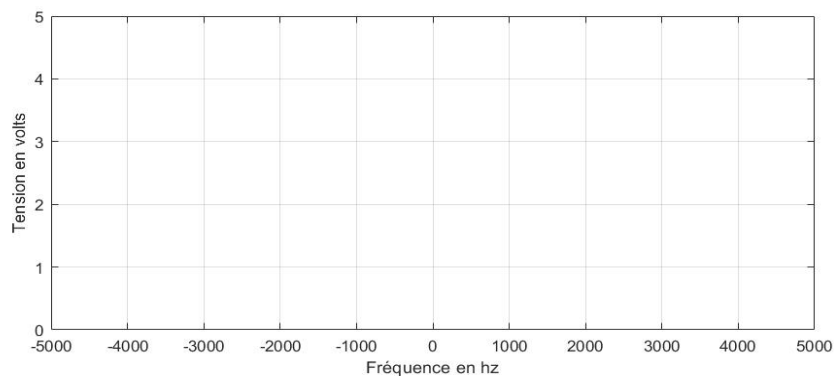


Si ce signal n'est observé que pour une durée T finie avec $T = 100\text{ms}$ autrement dit le signal devient :

$$e_1(t) = \llbracket A + B \cos(2\pi F_0 t) \rrbracket \cdot p_1(t) \text{ avec } p_1(t) = 1 \cdot \Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{si } |t| > \frac{T}{2} \end{cases}$$

4.3. Exprimer la transformée de Fourier $E_1(f)$ de $e_1(t)$ pour $t \in \mathbb{R}$

4.4. Représenter le module $|E_1(f)|$ sur un graphe



Nom	Prénom	Formation
5.5.1. Exprimer la sortie $s(t)$ d'un système linéaire et invariant H de réponse impulsionnelle $h(t)$ soumis à une entrée $e(t)$		
5.2. Exprimer la relation qui relie $S(jf)$, $H(jf)$ et $E(jf)$ respectivement les transformées de Fourier de la sortie $s(t)$, de la réponse impulsionnelle $h(t)$, et de l'entrée $e(t)$ de ce système linéaire et invariant par translation		
5.3. Exprimer la relation qui lie la réponse impulsionnelle $h(t)$ du système linéaire et invariant H et la fonction de transfert $H(jf)$		
5.4. A partir de l'équation de convolution, exprimer la sortie du système $s(t) = e(t) * h(t)$ en fonction de $H(jf)$ si l'entrée $e(t)$ a pour expression $e(t) = V_{max} \cos(2\pi F_0 t + \varphi)$ avec en application numérique		
5.5. En fait , le système est un circuit RC en série, sa fonction de transfert peut se mettre sous la forme : $H(jf) = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ avec , l'entrée $e(t)$ est la même que la question précédente $e(t) = V_{max} \cos(2\pi F_0 t + \varphi)$, Exprimer $s(t)$ la sortie du circuit		

Nom

Prénom

Formation

Rappels

Convolution : $z(t) = x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)y(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)y(\tau)d\tau$

Transformée de Fourier : $X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t).e^{-j2\pi ft} dt$

Transformée de Fourier inverse : $x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f).e^{+j2\pi ft} df$

Série de Fourier de $x(t)$ signal périodique de période T :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n(n)e^{j2\pi \frac{n}{T}t} \quad \text{et} \quad c_n(n) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t).e^{-j2\pi \frac{n}{T}t} dt$$

La décomposition en série d'un signal carré d'amplitude A_0 et de période T_0 est telle que

$$x(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4}{\pi(2n+1)} A_0 \sin\left(\frac{2\pi t(2n+1)}{T_0}\right)$$

Egalité de Parseval : $E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$ (E = énergie)

Le carré de la valeur efficace d'un signal est égal à la somme des carrés des valeurs efficaces de chacune de ses composantes.

Rapport signal sur bruit : $RSB = 20\log \frac{Signal_{eff}}{Bruit_{eff}} = 10\log \frac{Puissance_{signal}}{Puissance_{bruit}}$

Gain en dB : $G_H(\omega) = 20\log |H(j\omega)|$

Quelques propriétés $TF(x(t)) = X(f)$

$TF(x(at)) = \frac{1}{ a } X\left(\frac{f}{a}\right)$	$TF(x(t)e^{j2\pi at}) = X(f-a)$
$TF(x(t-a)) = e^{-j2\pi af} X(f)$	$TF\left(\frac{d^n x(t)}{dt^n}\right) = (j2\pi f)^n . X(f)$

Transformée des signaux périodiques → spectre de raies

$$\cos(2\pi f_0 t) \rightleftharpoons \frac{1}{2} [\delta(f+f_0) + \delta(f-f_0)] \quad \sin(2\pi f_0 t) \rightleftharpoons \frac{1}{2j} [\delta(f+f_0) - \delta(f-f_0)]$$

$$e^{j2\pi f_0 t} \rightleftharpoons \delta(f-f_0)$$

Formule trigonométrique

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b)) \quad \sin a \sin b = \frac{1}{2} (\cos(a-b) - \cos(a+b))$$

$$\cos a \sin b = \frac{1}{2} (\sin(a+b) - \sin(a-b)) \quad \cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \quad \text{et} \quad \sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$$

Puissance moyenne fonction de la densité spectrale de puissance $P = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f) df$

Densité spectrale de puissance de sortie $G_s(f)$ en fonction de la densité spectrale d'entrée $G_e(f)$ d'un système $H(f)$: $G_s(f) = |H(f)|^2 G_e(f)$

La valeur efficace en tension a pour expression en fonction de la puissance, la fonction suivante

$$V_{eff} = \sqrt{P}$$