

NOM :

PRENOM :

**UE4 Sciences de l'Information - EC Mathématiques Discrètes**

**J.F. PETIN - Durée : 1 heure (documents autorisés)**

*Les réponses doivent être saisies sur le sujet.*

**Question 1.** Soit la fonction  $Y=f(a,b,c)$  définie par la table de vérité ci-dessous.

Points

| c | b | a | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

a) Déterminez le support  $S_3(f)$  et en déduire la première forme normale de Lagrange de  $f$ .

$S_3(f) = \{ \quad \quad \quad \}$

$f =$

b) Déterminez la deuxième forme normale de Lagrange de  $f$ .

$f =$

c) A l'aide de la méthode des tableaux de Karnaugh, déterminez une forme simplifiée de  $f$

|       |   |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|---|
|       |   | 0 | 0 | 1 | 1 |
| c \ b | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0     |   |   |   |   |   |
| 1     |   |   |   |   |   |

$f =$

**Question 2.** Donnez les automates reconnaissant les expressions régulières suivantes ( $L_G$  : langage généré et  $L_M$  : langage marqué)

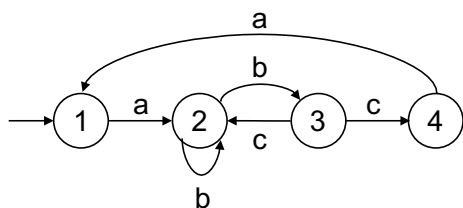
Points

$L_G = (abc)^*(\varepsilon + a + ab + ad)$   
 $L_M = (ab)^*$

$L_G = \varepsilon + a^* + a^*b^* + a^*b^*c^*$   
 $L_M = a^*b^*c^*$

**Question 3.** Déterminez l'automate suivant

Points



NOM :

PRENOM :

**Question 4.** A l'aide du lemme d'Aden, déterminez quels sont les langages générés et marqués par l'automate suivant

Points

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |  |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  | <p>L1 =</p> <p>L2 =</p> <p>L3 =</p> <p>Par substitution, on obtient</p> <p>L2 =</p> <p>Par application du lemme d'Arden, on obtient alors :</p> <p>L2 =</p> <p>L3 =</p> <p>L1 =</p> <p>d'où</p> <p>Langage généré <math>L_G =</math></p> <p>Langage marqué <math>L_M =</math></p> |  |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

**Question 5.** Calculez le produit et la composition synchrone entre les automates A et B.

Points

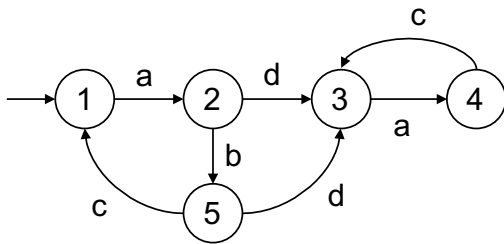
|                                 |                                          |  |
|---------------------------------|------------------------------------------|--|
| <p><b>A</b></p> <p><b>B</b></p> | <p><u>A X B</u></p> <p><u>A II B</u></p> |  |
|---------------------------------|------------------------------------------|--|

NOM :

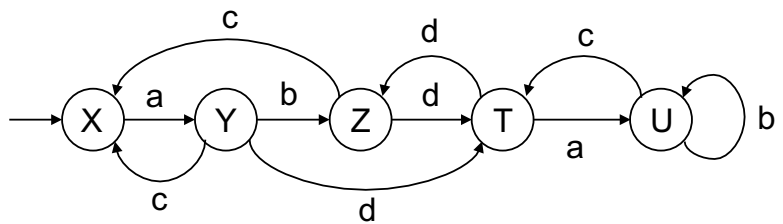
PRENOM :

**Question 6.** Soit  $G$  un automate de procédé et  $K$  un automate décrivant sa spécification. Soient  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  quatre événements appartenant à l'alphabet de  $G$  et  $K$  :  $a$  et  $b$  sont deux événements incontrôlables, tandis que  $c$  et  $d$  sont contrôlables. Appliquez l'algorithme de Kumar pour déterminer le superviseur maximal permissif pour  $G$  et  $K$ .

**G (procédé)**



**K (spécification)**



Points

G X K

Etat(s) interdit(s) :

*Justification :*

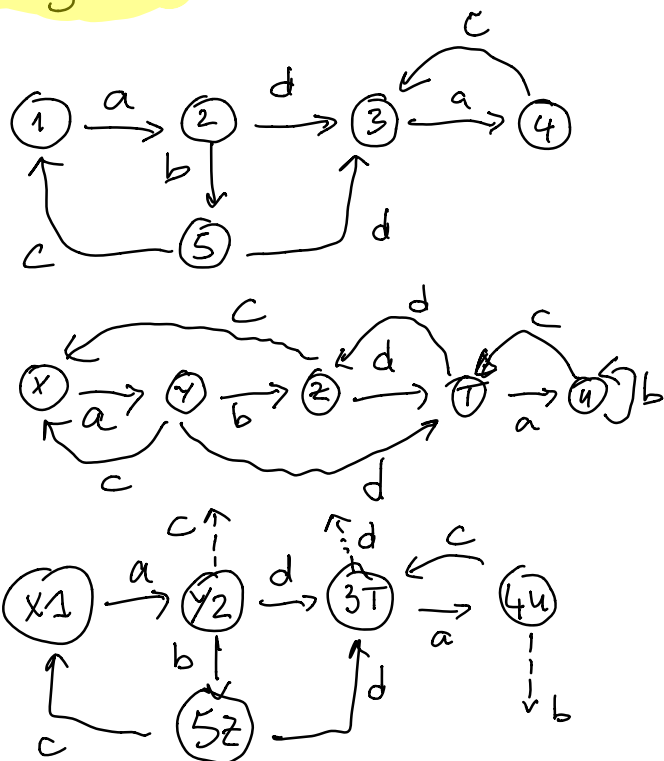
Etat(s) faiblement interdit(s) :

*Justification :*

Automate générant le langage suprême contrôlable  $L(K/G)$

# EXAM ISN math discrètes 2020

## Exo synthèse

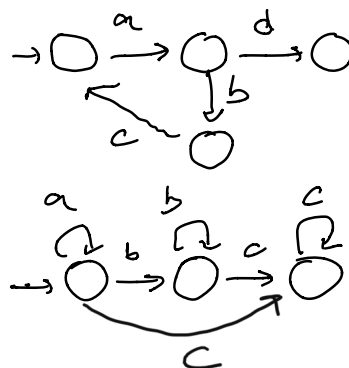


$a, b \in \Sigma_u$   
 $4u$  Interdit  
 $3T$  Faiblement interdit

## Langage vers automate

$$(abc)^* (\epsilon + a + ab + ad)$$

$$\epsilon + a^* + a^* b^* + a^* b^* c^*$$

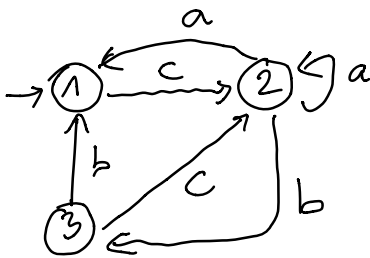


## Automate vers langage (ARDEW)

$$L1 = \epsilon + L2a + L3b$$

$$L2 = L1c + L3c + L2a$$

$$L3 = L2b$$



$$L2 = (\epsilon + L2a + L3b)c$$

$$+ L2bc + L2a$$

$$L2 = (\epsilon + L2a + L2bb)c$$

$$c + L2ac + L2bbc + L2bc + L2a$$

$$L2 = c + L2(ac + bbc + bc + a)$$

$$L2 = c(ac + bbc + bc + a)^*$$

$$L3 = c(ac + bbc + bc + a)b$$

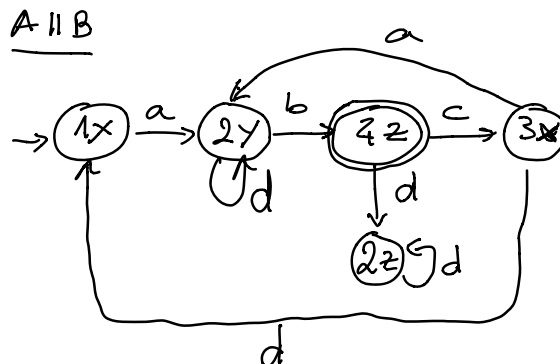
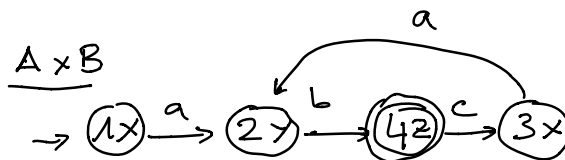
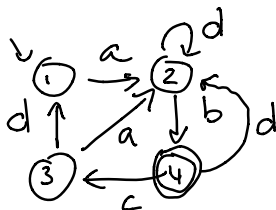
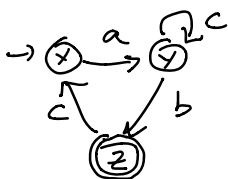
$$L1 = \epsilon + c(ac + bbc + bc + a)^*a + c(ac + bbc + bc + a)^*bb$$

$$L1 = \epsilon + c(ac + bbc + bc + a)^*(a + bb)$$

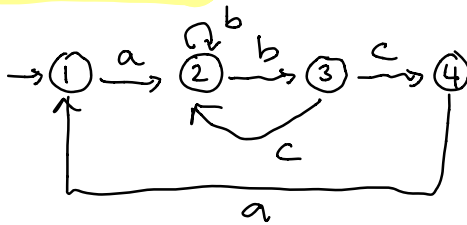
$$L2 = c(ac + bbc + bc + a)^*$$

$$L3 = c(ac + bbc + bc + a)^*b$$

## Produit & Composition

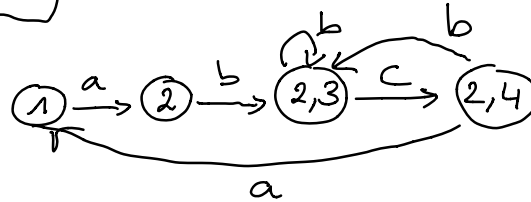


## Determinisation



$1 \xrightarrow{a} 2$   
 $2 \xrightarrow{b} 2, 3$   
 $2, 3 \xrightarrow{b} 2, 3$   
 $2, 3 \xrightarrow{c} 2, 4$

$2, 4 \xrightarrow{a} 1$   
 $2, 4 \xrightarrow{b} 2, 3$



## Algebre de Boole

a)  $S_3(f) = \{(0,0,0), (0,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$

$$f = \bar{c}\bar{b}\bar{a} + \bar{c}\bar{b}a + cb\bar{a} + cba$$

b)  $f = (c + \bar{b} + a) \cdot (c + \bar{b} + \bar{a}) \cdot (\bar{c} + b + a) \cdot (\bar{c} + b + \bar{a})$

| c \ b | 0 | 1 | 0 | 1 |
|-------|---|---|---|---|
| 0     | 1 |   |   | 1 |
| 1     |   | 1 | 1 |   |

$$f = cb + \bar{c}\bar{b}$$