

Outils Logiques - L1 MIASHS - TD 6

Romain Péchoux

Exercice 1 (Terme clos). *Dire si les termes suivants sont clos :*

- $(\lambda x.(x (\lambda x.x)))$
- $(\lambda x.(y (\lambda y.y)))$
- $(\lambda y.y) (\lambda x.(y x))$

Exercice 2 (Réduction). *Essayer de réduire les termes suivants :*

- $((((\lambda x.(\lambda y.x + ((\lambda z.x^2 + y + 8z) 16))) 4) 5)$
- $(Y g)$ avec $Y = (\lambda f.((\lambda x.(f (x x))) (\lambda x.(f (x x))))$

Ces calculs terminent-ils ?

Ces termes sont-ils typables ? Si oui, fournir leur dérivation de typage.

Exercice 3 (Booléens). *On peut coder les Booléens de la manière suivante : $true = (\lambda x.(\lambda y.x))$ et $false = (\lambda x.(\lambda y.y))$.*

- *Que représente le terme $M = (\lambda p.(p false) true)$?*
- *Que représente le terme $M = (\lambda p.(\lambda q.((p q) p)))$?*

Astuce: calculer $M true$ ou $M true false, \dots$

Exercice 4 (Entiers de Church). *On peut coder les entiers en utilisant les entiers de Church: $\lambda f.(\lambda x.(\underbrace{f (f \dots (f x))}_{n \text{ applications de } f}))$ représente l'entier n .*

Donner :

- *un terme calculant la fonction $f(n) = n + 1$, où l'entrée et la sortie sont des entiers de Church.*
- *un terme calculant la fonction $f(n, m) = n + m$, où les entrées et la sortie sont des entiers de Church.*

Exercice 5 (Curry-Howard). *Reprendre la preuve de $\vdash_{NJ} P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$ en déduction naturelle intuitionniste. A quel lambda-terme, cette preuve correspond-elle ?*

Typier le lambda-terme, $(\lambda m.(\lambda n.(\lambda f.(m (n f)))))$. A quelle proposition logique, ce terme correspond-t-il ? (N.B. il s'agit de la multiplication sur les entiers de Church).