

TD1 : stabilité du barrage pesant

Objectif #1

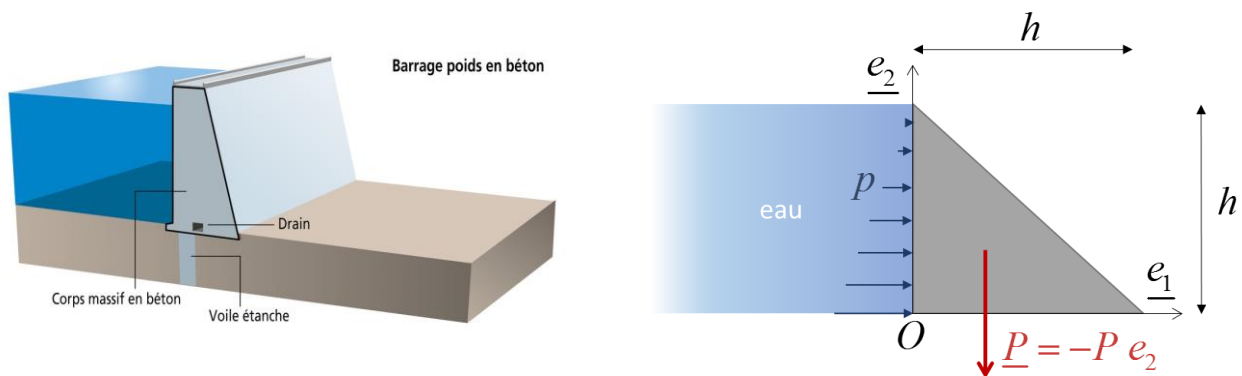
Différencier les notions de pression et d'effort résultant et écrire des conditions aux limites.

Objectif #2

Ecrire le principe fondamental de la statique et résoudre l'équilibre des efforts.

Enoncé du problème

Un barrage-poids (ou barrage pesant), est conçu pour retenir l'eau en utilisant le seul poids de la matière. Chaque section du barrage est stable, indépendamment du reste du barrage, contrairement au barrage voûte qui vient s'appuyer sur le flan d'une montagne. On peut donc facilement faire l'hypothèse d'un problème plan et effectuer cette modélisation :



Le matériau qui constitue le barrage possède une masse volumique ρ , tandis qu'on note ρ_0 la masse volumique de l'eau. La section du barrage est un triangle isocèle de côté h , et la longueur totale du barrage est L . On nomme f le coefficient de frottement entre le barrage et le socle rocheux sur lequel il est posé. L'évolution de la pression est évidemment linéaire avec la profondeur et de la forme $p = \rho_0 g \times \text{profondeur}$.

Problème posé

On cherche à déterminer la masse volumique ρ minimale pour que le barrage ne glisse pas sur le socle rocheux et ne bascule pas en raison de la pression de l'eau.

Hypothèses

- La pression de l'air est négligée
- Le barrage est rempli jusqu'à affleurement
- On se place dans le plan milieu du barrage

Questions

- 1) Ecrire la résultante des forces de pression qui s'exercent sur le barrage.
- 2) Déterminer le poids du barrage et son point d'application.
- 3) Ecrire l'équilibre des efforts et en déduire une condition nécessaire sur la masse volumique du barrage pour que le barrage ne glisse pas sur le socle rocheux.
- 4) On considère qu'il y a adhérence parfaite entre le socle rocheux et le barrage (il n'y a plus de glissement, contrairement à la première partie du TD) : écrire la condition de non basculement du barrage.
- 5) Application numérique : *quid* d'un barrage en béton ? en sapin ? en acier ?

$$\rho_{\text{sapin}} = 450 \text{ kg / m}^3 \quad \rho_{\text{béton}} = 2200 \text{ kg / m}^3 \quad \rho_{\text{acier}} = 7800 \text{ kg / m}^3$$

- 6) Effectuer la même démarche en utilisant la statique graphique.

Formules utiles

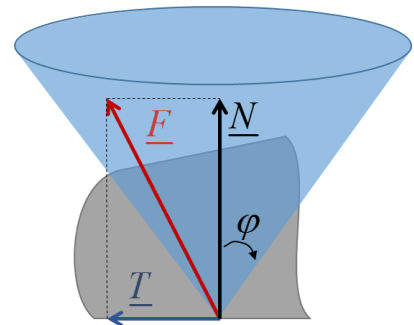
Loi de Coulomb :

Si une pièce exerce un effort $\underline{F}$ sur une autre, et qu'on appelle $\underline{T}$ et $\underline{N}$ respectivement les composantes tangentes et normales de cet effort, alors on peut introduire le coefficient de *frottement statique* f tel que :

- lorsque $\|\underline{T}\| < f \|\underline{N}\|$: le glissement ne se produit pas, on dit qu'on a adhérence

- à la limite $\|\underline{T}\| = f \|\underline{N}\|$: le glissement apparaît.

Il y a adhérence lorsque la résultante $\underline{F}$ se situe dans un cône de demi-angle au sommet φ , appelé *cône de frottement*, de telle sorte qu'on a la relation $f = \tan \varphi$.



Principe fondamental de la statique :

Variation de la quantité de mouvement : $\frac{d\underline{p}}{dt} = m\underline{a} = \sum \underline{F}^{ext}$

Variation du moment cinétique : $\frac{d\underline{L}_O}{dt} = \sum \underline{\mathcal{M}}_O(\underline{F}^{ext})$

Si le solide est à l'équilibre, ces deux quantités sont nulles et on a par conséquent :

$$\underline{0} = \sum \underline{F}^{ext}$$
$$\underline{0} = \sum \underline{\mathcal{M}}_O(\underline{F}^{ext}) \quad \forall O$$

Statique graphique :

Dans le cas d'un solide soumis à **trois** forces dans le même plan :

- les trois efforts forment un triangle fermé
- les trois droites d'action des efforts sont parallèles **ou** concourantes