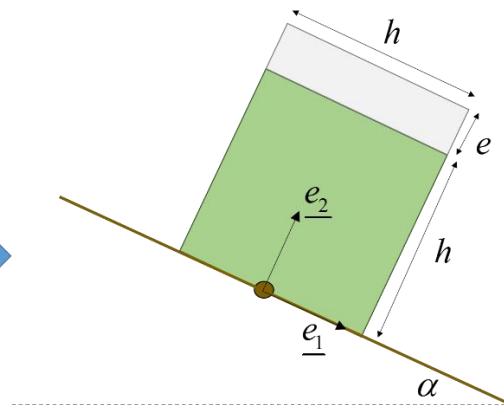


Mécanique des Milieux Continus (MMC)

Test du 15 novembre 2019 – pas de documents – pas de calculatrice – durée : 1h

On considère une haie de hauteur et de largeur h , de longueur L dans la troisième direction, inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale, sur laquelle une épaisse couche de neige e vient de tomber. La haie est fixée au sol par son tronc, situé au point O de coordonnées $(0,0)$ dans le repère ci-dessous. On cherche à écrire l'équilibre de cette haie, puis on s'intéressera à décrire la transformation en réponse au poids de la neige.



1. Le poids de la neige s'exerce sous la forme d'un champ d'efforts volumiques $\rho \underline{g}$ sur tout le volume de neige. Calculer la résultante de ce champ. (/1)

2. Vérifier la dimension de la résultante ci-dessus. (/1)

3. On considère que la résultante du poids de la neige s'applique au centre de gravité de l'épaisseur de neige. Calculer le moment au point O de cette résultante. (/2)

En raison de ce chargement on donne la transformation suivante dans toute la haie:

$$\underline{x} = (X_1 + eX_2^2)\underline{e}_1 + X_2(1 - e/3)\underline{e}_2 + X_3\underline{e}_3$$

4. Cette formulation est-elle lagrangienne ou eulérienne ? Quelles sont les trajectoires ? (/1)

5. Calculer le tenseur gradient de la transformation (notation au choix) (/2)

6. Le volume de la haie est-il conservé lors de la transformation ? (/1)

7. Dessiner l'allure de la haie dans le plan $(\underline{e}_1, \underline{e}_2)$ après transformation. (/2)

8. On considère le vecteur infinitésimal $dA = \underline{e}_2$. Que devient-il après transformation ? (/2)

9. Que vaut la dilatation dans cette direction ? (/1)

10. Calculer le tenseur des déformations de Green-Lagrange. (/2)

11. Calculer le tenseur des déformations linéarisé (HPP).

(/2)

12. Montrer que ces deux tenseurs sont équivalents quand e est petit.

(/1)

13. Interpréter les différentes composantes du tenseur des déformations linéarisé

(/2)

Formulaire

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{F}}^T \underline{\underline{F}} - \underline{\underline{I}}) = \frac{1}{2} (\underline{\underline{Grad}} \underline{u} + (\underline{\underline{Grad}} \underline{u})^T + (\underline{\underline{Grad}} \underline{u})^T \cdot \underline{\underline{Grad}} \underline{u})$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{Grad}} \underline{u} + (\underline{\underline{Grad}} \underline{u})^T)$$

$$\underline{\underline{F}}(\underline{X}, t) = \frac{\partial \underline{x}}{\partial \underline{X}} = \underline{\underline{Grad}} \underline{x}(\underline{X}, t) = \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{Grad}} \underline{u}(\underline{X}, t)$$