

CHAPITRE VI

Applications aux matériaux solides : élasticité linéaire

EFFORT



TECHNICITE



RISQUE



OBJECTIF

*Comment un solide
« simple » se comporte-
t-il ?*

CHAP VI: Applications aux matériaux solides

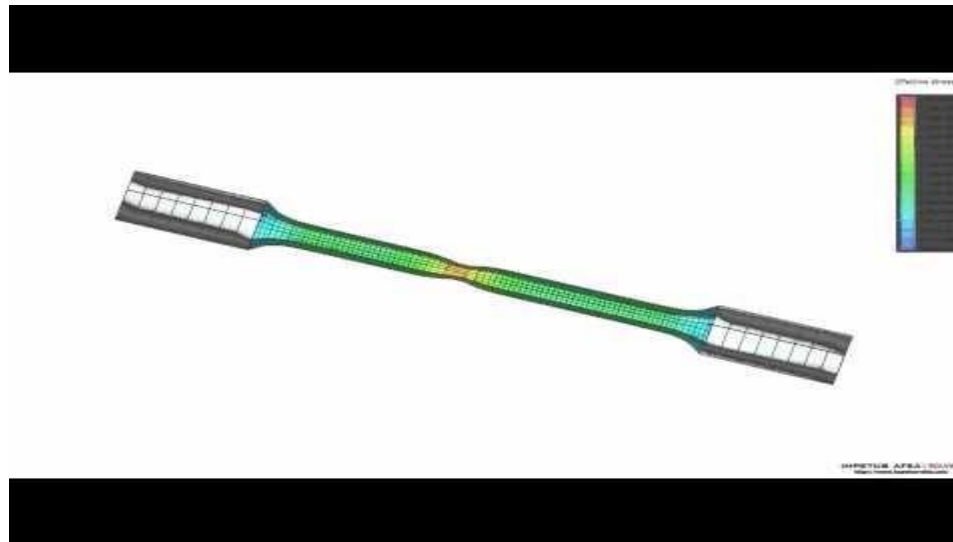
Constatations expérimentales

- L'essai de traction
- Limite d'élasticité
- Cas unidimensionnel : module d'Young

Recherche d'une *loi de comportement* =
relation locale entre champ de déformation, champ des efforts intérieurs et champ de température

ex: loi de Hooke en 1D $\rightarrow$ relation linéaire

- $\rightarrow$ On cherche une loi **locale** à partir d'essais à l'échelle **globale**
- $\rightarrow$ hypothèse d'homogénéité des champs (traction simple, ...)



ex: essai de traction: on suppose les contraintes/déformations constantes dans la partie utile de l'éprouvette

→ Champ imposé $\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_{zz} \underline{e_z} \otimes \underline{e_z}$ $\sigma_{zz} \left(\varepsilon_{zz}, \dot{\varepsilon}_{zz}, T, \dots \right)$

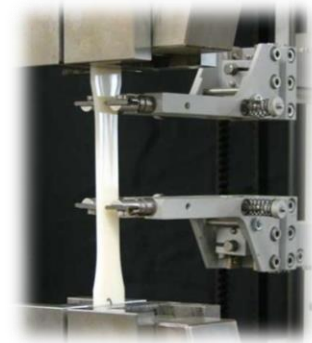


- **Mesure des efforts** : cellules de charge
- **Mesure des déformations**

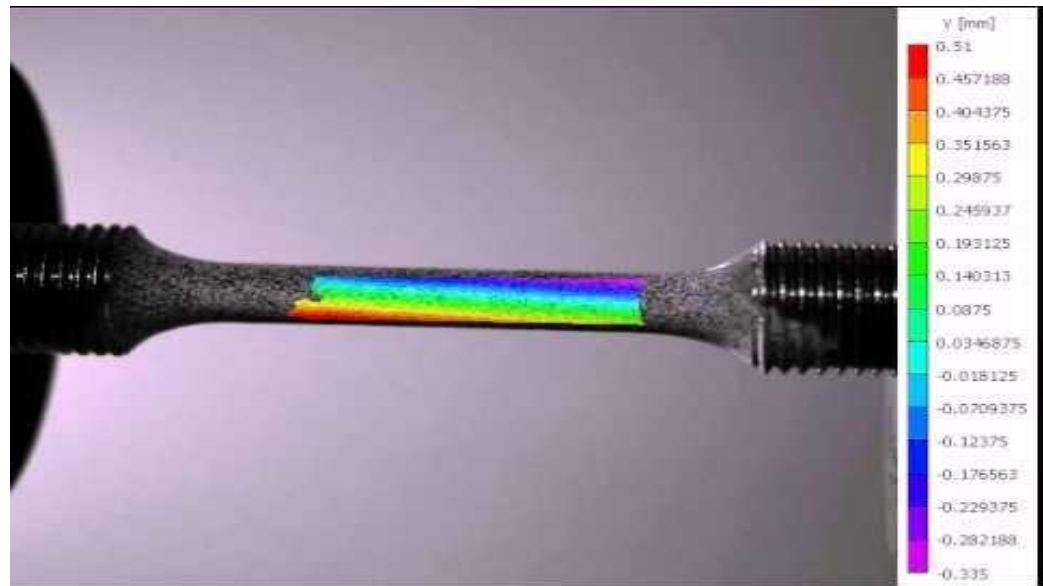
→ Jauge de déformation



→ Extensomètres



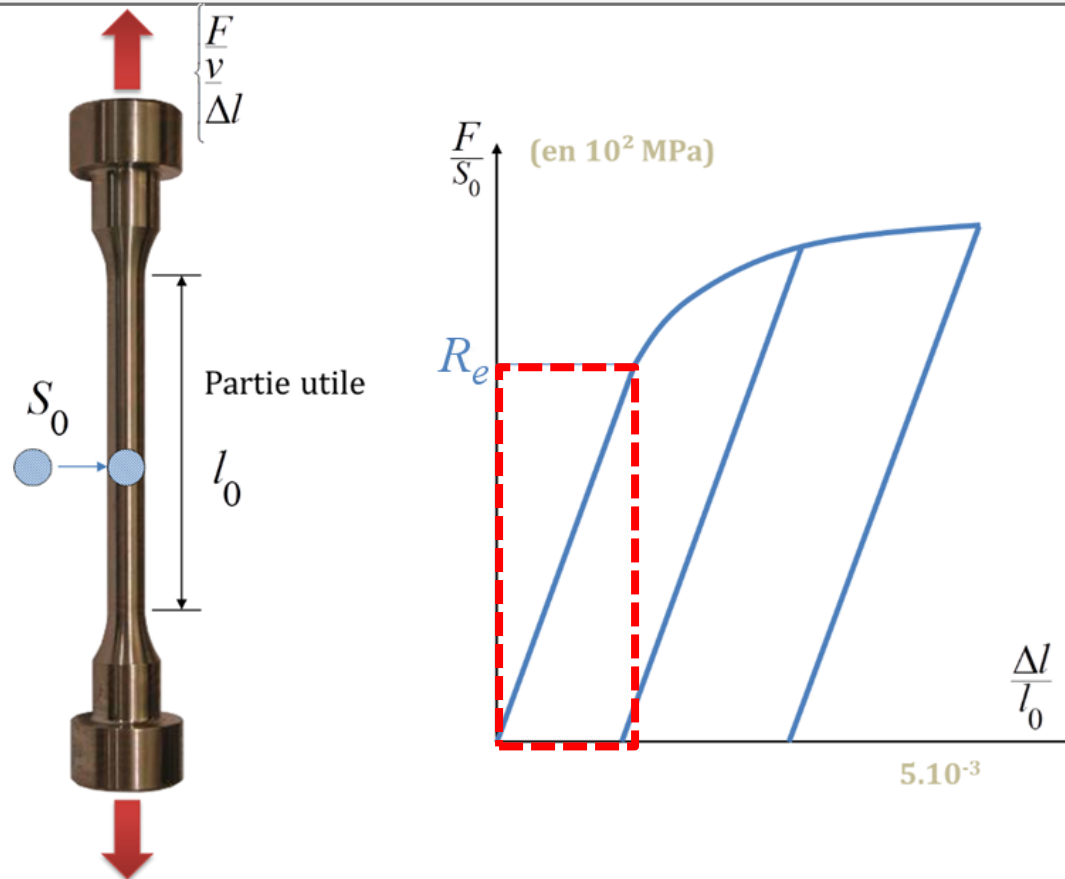
→ Corrélation d'images



CHAP VI: Applications aux matériaux solides

Constatations expérimentales

- L'essai de traction
- Limite d'élasticité
- Cas unidimensionnel : module d'Young

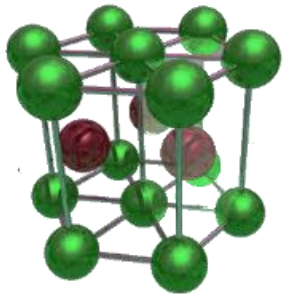
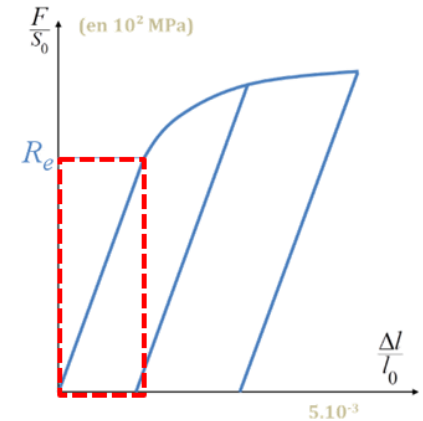


Remarque :

- Utilisation courante de $F / S_0 \approx \sigma_{zz}$: « contrainte nominale »
- Utilisation courante de $\Delta l / l_0 = \varepsilon_{zz}$: « déformation nominale »

En dessous de la **limité élastique R_e** : loi linéaire pour certains matériaux

- Dans cette zone linéaire dite **élastique**, les **contraintes** et les **déformations** sont reliées **linéairement**



- Déformations élastiques = modification **réversible** de l'espace interatomique

Objectif : définir une relation 3D entre contraintes et déformations

→ **intrinsèque** au matériau : - ne doit pas dépendre de la **base**
- ne doit pas dépendre de l'**observateur**

Hypothèse : on se place à température constante

→ mais les effets de la température existent !!

CHAP VI: Applications aux matériaux solides

Constatations expérimentales

- L'essai de traction
- Limite d'élasticité
- Cas unidimensionnel : module d'Young

- Postulat de base de **l'élasticité** :

Un seul état de **déformation** $\leftrightarrow$ un seul état de **contrainte**

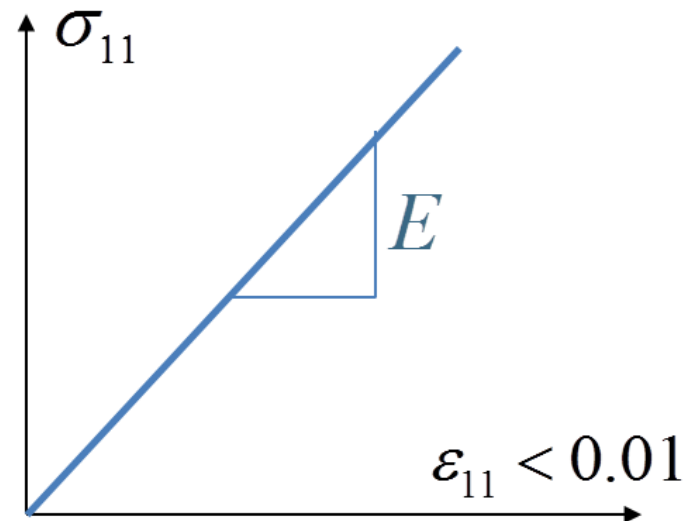
→ Indépendant de la **vitesse de déformation** ou de variables internes

- Dans l'axe de l'éprouvette :

relation **linéaire** entre **contraintes** et **déformations** en-deçà d'un seuil

- On introduit un coefficient de proportionnalité :
le **module de Young** (Pa)

$$\sigma_{zz} = E \varepsilon_{zz}$$



■ Module d'Young (Pa):

= mesure de la « rigidité » du matériau élastique linéaire

= ne dépend que du matériau (et pas de la forme du solide)

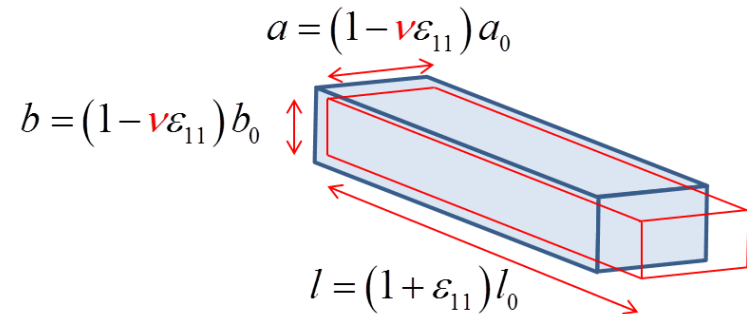
Matériau	E (GPa)	Matériau	E (GPa)
Acier	210	Béton	20-50
Fonte	90→160	Bois	10→20
Aluminium	70	Nanotubes de Carbone	1 100
Plomb	20	Verre	70
Titane	114	Caoutchouc	0.001→0.1

CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Matériau élastique linéaire isotrope

- Considérations générales
- Loi de comportement élastique linéaire isotrope
- Interprétation des paramètres matériau

- en **3D** :
déformation dans une direction
→ déformations transverses !
- loi contraintes = f (déformations) : **tridimensionnelle**
- loi **tensorielle** : indépendante de la base considérée



- **Hypothèse 1** : on se place en **HPP** !! (pour la suite : 3A ENSEM)
- **Hypothèse 2** : on étudie le solide **élastique linéaire** (suite : 3A ENSEM)
- Base : **thermodynamique** des milieux continus (annexe sur Arche)
 - Expressions lagrangiennes du **premier** et **second principe**
 - Potentiel thermodynamique menant à une loi **linéaire**

- La **loi de comportement** en **élasticité linéaire** en **HPP** s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}^0 + \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{\varepsilon}}$$

- $\underline{\underline{\sigma}}$: contrainte
- $\underline{\underline{\varepsilon}}$: tenseur des déformations
- $\underline{\underline{A}}$: tenseur des modules d'élasticité
- $\underline{\underline{\sigma}}^0$: tenseur des contraintes initial

$\underline{\underline{A}} = A_{ijkl} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_l$: tenseur d'ordre **4** $\rightarrow$ 81 composantes en général

- Symétrie des tenseurs $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}$ $\rightarrow$ seulement (!) 21 coefficients
- Etat **naturel** = pas de contraintes initiales $\rightarrow \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{\varepsilon}}$

- Hypothèse 3** : on étudie le solide **isotrope** (suite : 3A ENSEM)

$\rightarrow$ Potentiel thermodynamique en fonction des **invariants des déformations** : pas de direction privilégiée

CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Matériau élastique linéaire isotrope

- Considérations générales
- Loi de comportement élastique linéaire isotrope
- Interprétation des paramètres matériau

- Dans le cas d'un matériau **isotrope** : **2 paramètres suffisent**
- On se place dans un état dit **naturel** : $\underline{\underline{\sigma}}^0 = \underline{\underline{0}}$
- La loi de comportement **élastique linéaire isotrope en HPP** s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}$$

→ 2 paramètres scalaires (au lieu de 21) appelés **coefficients de Lamé**

- On peut écrire la loi de comportement **inverse** (état naturel):

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} Tr(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}}$$

- E est le **module de Young** du matériau (généralement en GPa)
- ν est le **coefficient de Poisson** du matériau (sans unité)

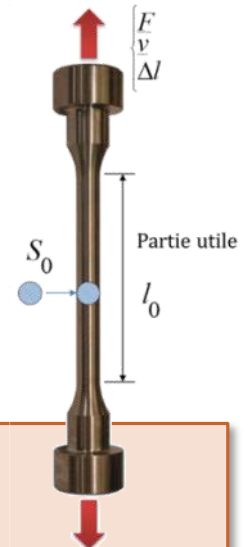
- 2 paramètres matériau :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{Tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}}$$

→ paramètres non indépendants car 2 suffisent à caractériser le matériau!

$$\begin{cases} E = \mu \left(\frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \right) \\ \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda = E \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \end{cases}$$



Exemple

- Cas de la traction simple:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_{11} \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 = \frac{F}{S} \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 \Rightarrow \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{Tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} = \frac{\sigma_{11}}{E} \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 - \frac{\nu}{E} \sigma_{11} (\underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3)$$

CHAP VI : Applications aux matériaux solides

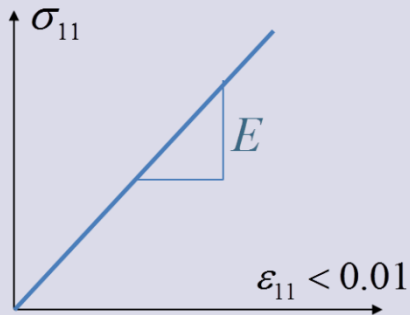
Matériau élastique linéaire isotrope

- Considérations générales
- Loi de comportement élastique linéaire isotrope
- Interprétation des paramètres matériau

Module de Young et coefficient de Poisson

Module de Young :
pente de la courbe

$$\sigma_{11} = f(\varepsilon_{11})$$

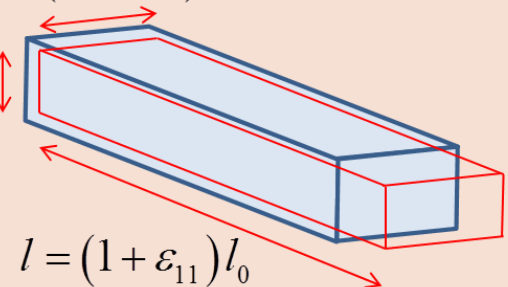


$$[\underline{\varepsilon}] = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\nu \sigma_{11}}{E} = -\nu \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\nu \sigma_{11}}{E} = -\nu \varepsilon_{11} \end{pmatrix}$$

Coefficient de Poisson:
compaction transverse

$$a = (1 - \nu \varepsilon_{11}) a_0$$

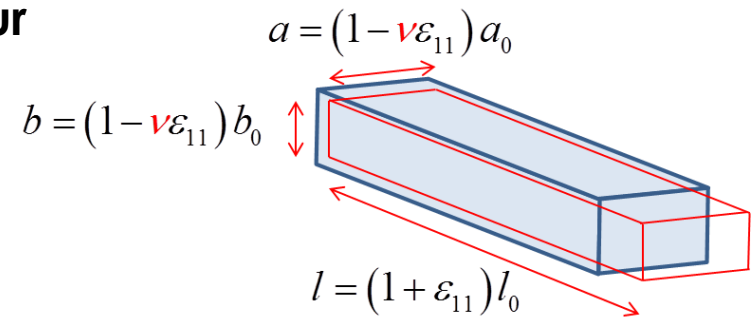
$$b = (1 - \nu \varepsilon_{11}) b_0$$



$$l = (1 + \varepsilon_{11}) l_0$$

Le coefficient de Poisson : ordre de grandeur

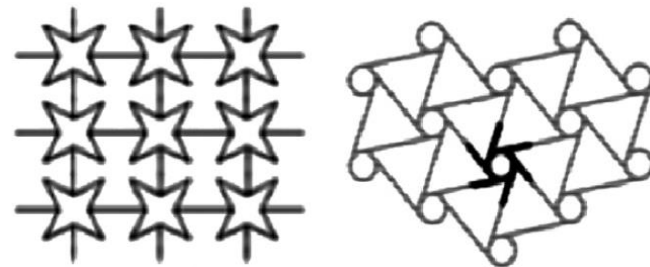
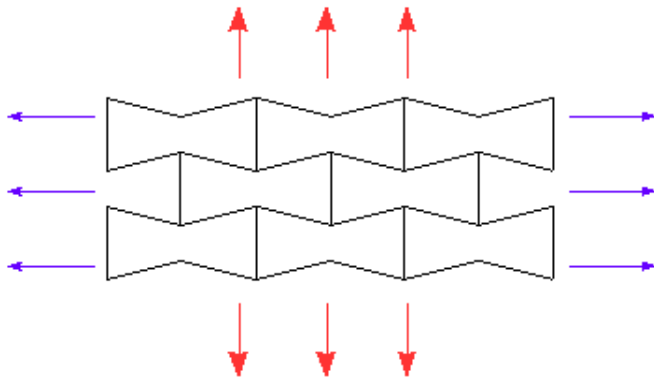
Matériau	ν
Acier	$\sim 0,3$
Fonte	$0,21 \rightarrow 0,26$
Aluminium	$0,34$
Plomb	$0,44$
Titane	$0,34$



- Valeur commune : $\nu \approx 0.3$
- Pour un matériau quasi-incompressible:
 $\nu \rightarrow 0.5$

Au passage : coefficient de Poisson négatif ?

→ milieu **auxétique**



CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Méthodes de résolution

- Formulation du problème
- Principe de Saint-Venant
- Approche en déplacement: Navier
- Approche en contrainte : Beltrami
- Un mot sur les éléments finis

Hypothèses

- Elasticité linéaire, matériau isotrope
- HPP ($\underline{\underline{E}} \rightarrow \underline{\underline{\varepsilon}}$ et $\underline{x} \rightarrow \underline{X}$)
- Petits écarts de température ($\Delta\Theta \rightarrow 0$)
- État « naturel » (pas de contraintes initiales) ($\sigma^0 = 0$)

Formulation du problème

- Équilibre du système $\underline{a}(\underline{X}, t) = \underline{0}$
- On connaît les forces volumiques
- On connaît le déplacement sur $\partial\Omega^U$
- On connaît les efforts surfaciques sur $\partial\Omega^T$

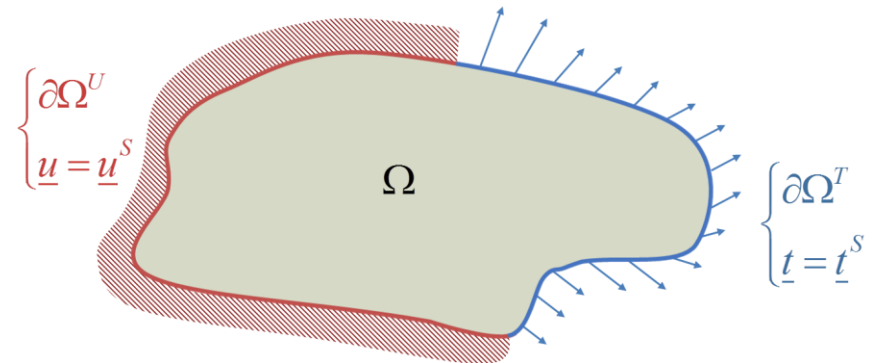
Problème **régulier**: $\partial\Omega^T \cup \partial\Omega^U = \partial\Omega$ et $\partial\Omega^T \cap \partial\Omega^U = \emptyset$

→ dans ce cas la solution est **unique**

Sinon: $\partial\Omega^T \cup \partial\Omega^U \neq \partial\Omega$ → on cherche alors une solution **approchée**

- $$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad \underline{\underline{\text{div}}}(\underline{\underline{\sigma}}) + \rho(\underline{\underline{f}}^m - \underline{\underline{a}}) = \underline{\underline{0}} \\ (2) \quad \underline{\underline{\sigma}} = \lambda \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} \\ (3) \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = 1/2 (\underline{\underline{\text{Grad}}}(\underline{\underline{u}}) + \underline{\underline{\text{Grad}}}(\underline{\underline{u}})^T) \\ (4) \quad \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} = \underline{\underline{t}}^s \quad \text{connu en tout point de } \partial\Omega^T \\ (5) \quad \underline{\underline{u}} = \underline{\underline{u}}^s \quad \text{connu en tout point de } \partial\Omega^U \end{array} \right.$$

Indice « s » pour « surface »



→ Premier cas: l'inconnue principale est le **champ de déplacement**

→ Second cas: l'inconnue principale est le **champ de contraintes**

CHAP VI : Applications aux matériaux solides

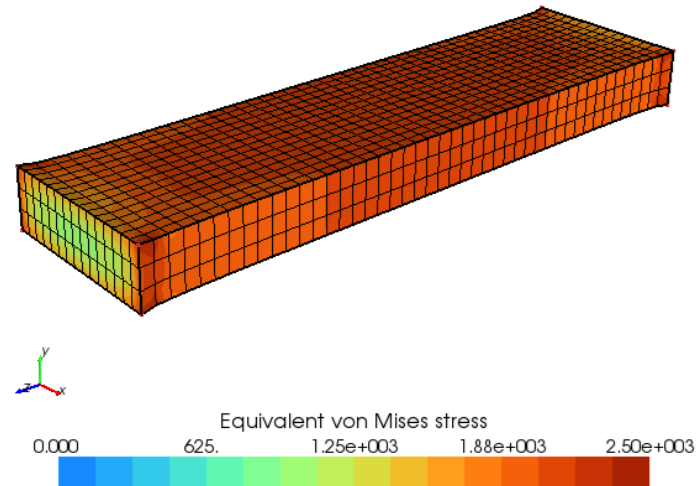
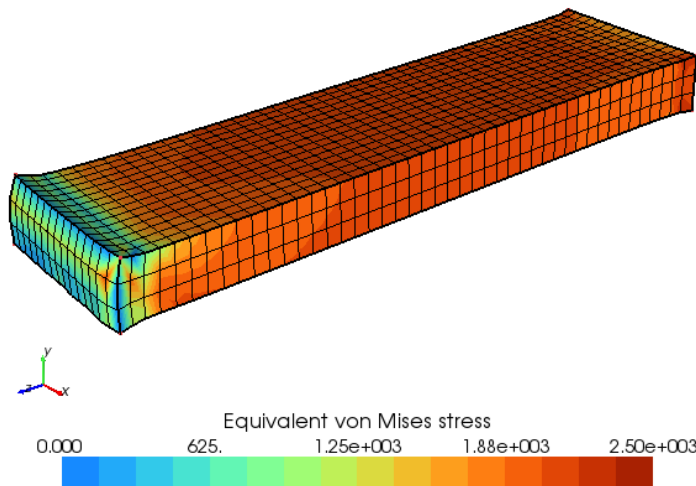
Méthodes de résolution

- Formulation du problème
- Principe de Saint-Venant
- Approche en déplacement: Navier
- Approche en contrainte : Beltrami
- Un mot sur les éléments finis

- **Cas courant** : on ne connaît pas la **manière précise** avec laquelle les efforts sont appliqués
 - pas de conditions aux limites
 - résolution du problème ?

Hypothèse de Saint-Venant:

« L'état de contraintes et de déformations suffisamment loin d'une surface ne dépend que du torseur résultant des efforts appliqués, et non pas de leur répartition précise »



CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Méthodes de résolution

- Formulation du problème
- Principe de Saint-Venant
- Approche en déplacement: Navier
- Approche en contrainte : Beltrami
- Un mot sur les éléments finis

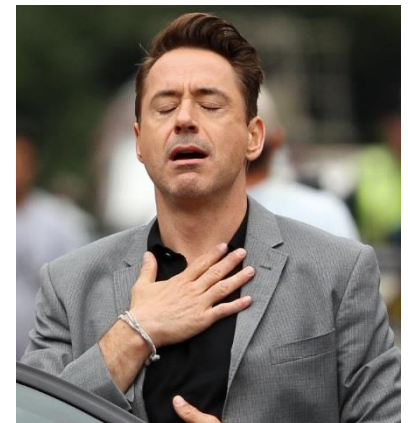
- On postule un **champ de déplacement** $\underline{u}$
 - $\underline{u}$ doit être **cinématiquement admissible** :
 - $\underline{u} = \underline{u}^S$ sur $\partial\Omega^U$
 - continument dérivable
 - issu de considérations **physiques** sur le problème

- L'idée est de combiner les équations (1), (2) et (3) en une seule

$$\begin{cases} (1) & \underline{\text{div}}(\underline{\underline{\sigma}}) + \rho(\underline{f}^m - \underline{a}) = \underline{0} \\ (2) & \underline{\underline{\sigma}} = \lambda \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{I} + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} \\ (3) & \underline{\underline{\varepsilon}} = 1/2 (\underline{\underline{\text{Grad}}}(\underline{u}) + \underline{\underline{\text{Grad}}}(\underline{u})^T) \end{cases}$$

- Démonstration :**

.....épargnée



- Si l'on a l'intuition d'un champ de déplacement $\underline{u}$

→ équation de Navier $(\lambda + \mu) \underline{\text{Grad}}(\text{Div} \underline{u}) + \mu \Delta \underline{u} + \rho(\underline{f}^m - \underline{a}) = \underline{0}$

→ résolution : conditions sur le champ de déplacement $\underline{u}$



→ vérifier les **conditions aux limites**

$$\underline{u} = \underline{u}^s \quad \text{en tout point de } \partial\Omega^U$$

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \underline{t}^s \quad \text{en tout point de } \partial\Omega^T$$

CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Méthodes de résolution

- Formulation du problème
- Principe de Saint-Venant
- Approche en déplacement: Navier
- Approche en contrainte : Beltrami
- Un mot sur les éléments finis

- On postule un **champ de contrainte** $\underline{\underline{\sigma}}$
 - $\underline{\underline{\sigma}}$ doit être **statiquement admissible** :
 - $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \underline{T}^S$ sur $\partial\Omega^T$
 - équations d'équilibre
 - issu de considérations **physiques** sur le problème
- L'idée est de respecter la **condition de compatibilité géométrique** du champ de déformation $\underline{\underline{\varepsilon}}$ obtenu à partir de $\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} \text{Tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{I}$

$$\underline{\underline{Rot}}^d \left(\underline{\underline{Rot}}^g \left(\underline{\underline{\varepsilon}} \right) \right) = \underline{\underline{Rot}}^g \left(\underline{\underline{Rot}}^d \left(\underline{\underline{\varepsilon}} \right) \right) = \underline{0}$$

- Démonstration :**

.....épargnée



- Si l'on a l'intuition d'un champ de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$

→ équation de Beltrami
$$(1+\nu) \underline{\underline{Div}}(\underline{\underline{Grad}}(\underline{\underline{\sigma}})) + \underline{\underline{Grad}}(\underline{\underline{Grad}}(Tr \underline{\underline{\sigma}})) = \underline{\underline{0}}$$

→ résolution : conditions sur le champ de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$



→ vérifier les **conditions aux limites**

$$\underline{\underline{u}} = \underline{\underline{u}}^s \quad \text{en tout point de } \partial\Omega^U$$

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} = \underline{\underline{t}}^s \quad \text{en tout point de } \partial\Omega^T$$

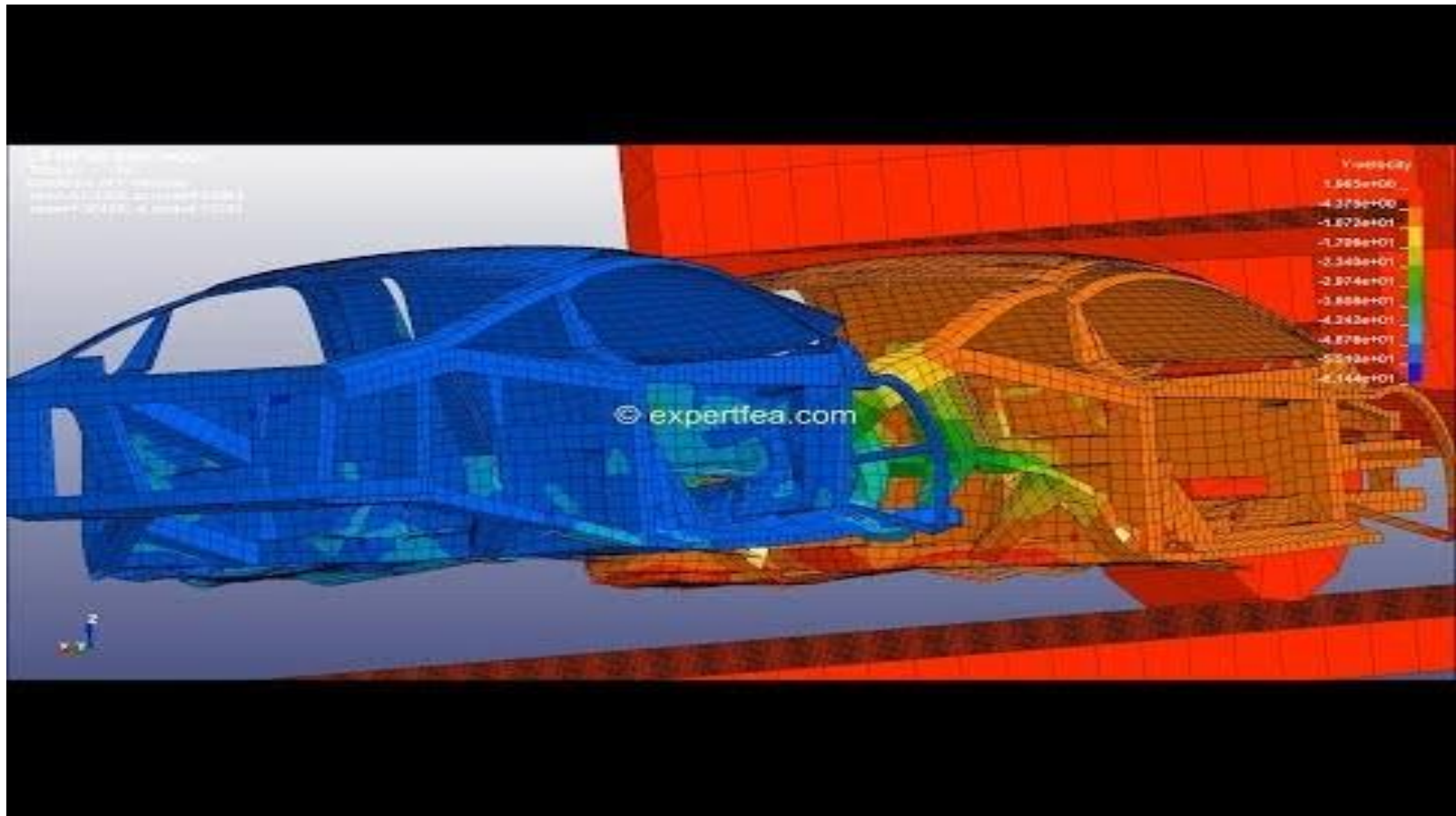
CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Méthodes de résolution

- Formulation du problème
- Principe de Saint-Venant
- Approche en déplacement: Navier
- Approche en contrainte : Beltrami
- Un mot sur les éléments finis

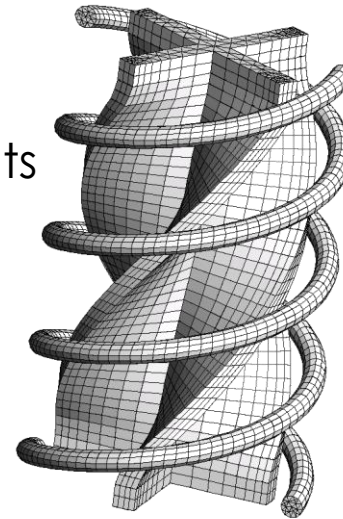
problème réel = **géométrie** et **chargement** complexes

→ les méthodes **analytiques** ne sont plus suffisantes

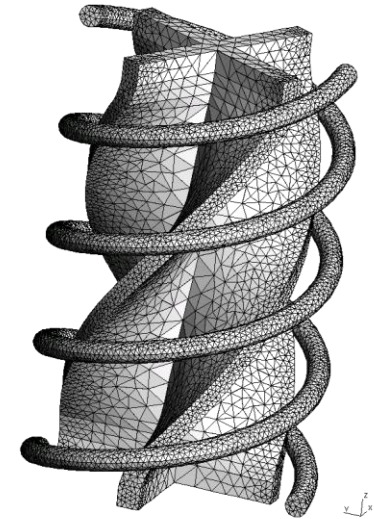


Idée: le domaine est **discrétisé** en un ensemble d'**éléments finis** simples

- on connaît les efforts ou les déplacements aux nœuds des éléments
- on sait résoudre **analytiquement** le problème mécanique sur ces éléments



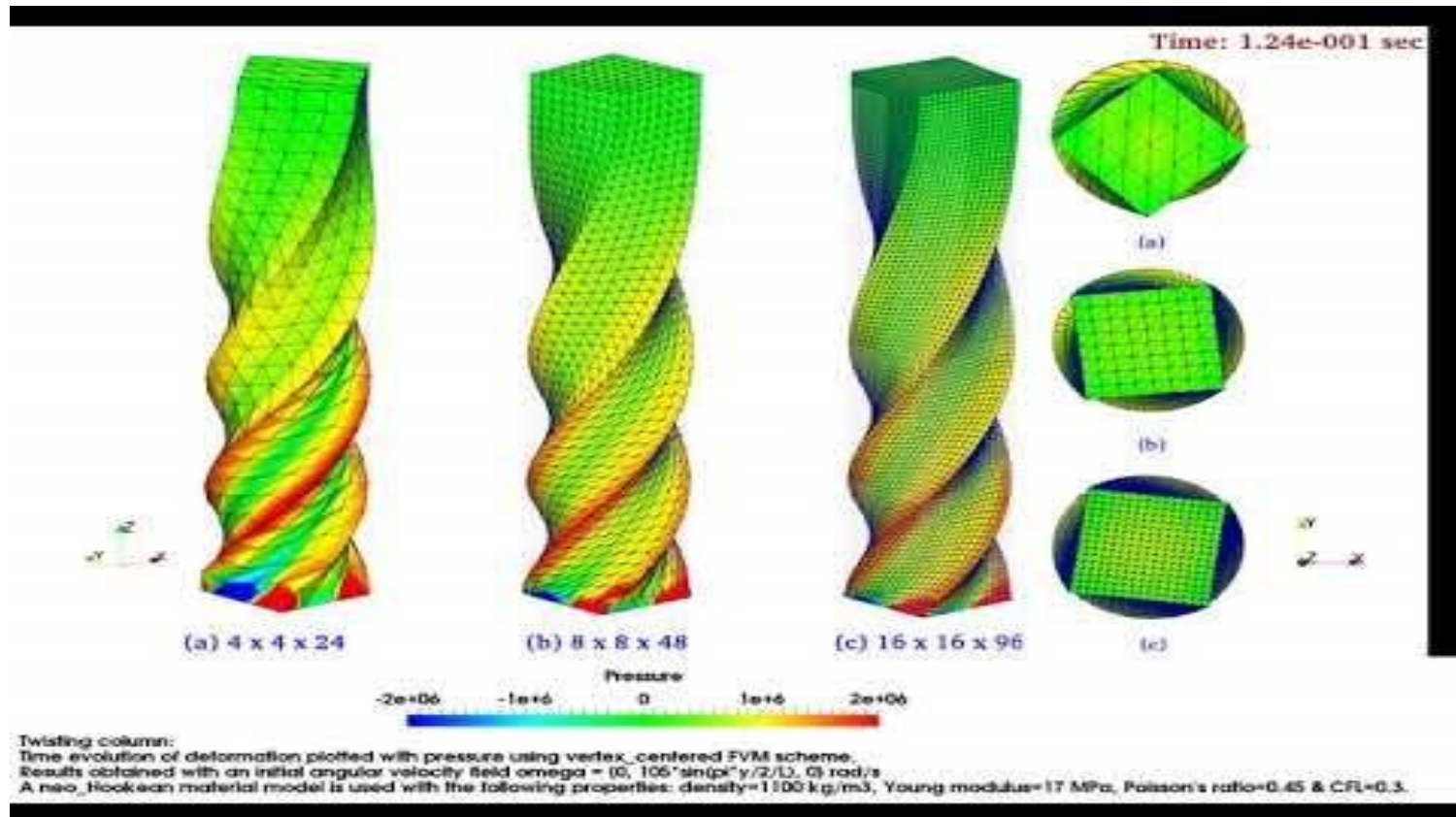
maillage en
hexaèdres



maillage en
tétraèdres

- assemblage des éléments → **matrice de rigidité globale** du système
- obtention des champs aux nœuds → **interpolation** sur les éléments

- nombre d'éléments finis importants → **convergence** vers la solution
- devient problématique dans le cas de **non-linéarités**
(grandes déformations, loi de comportement, contact ...)
- **2A/3A ENSEM... !**



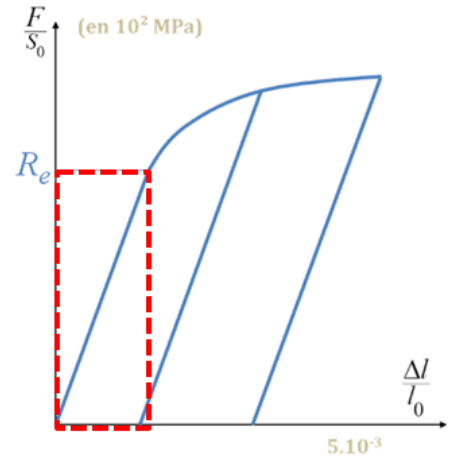
CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Dimensionnement des solides et structures

- Le dimensionnement
- Cas unidimensionnel
- Notion de contrainte équivalente
- Surface de charge
- Contrainte équivalente de Von Mises

Dimensionner : pourquoi faire ?

- En-dessous de la **limite élastique R_e** , le comportement est élastique (et réversible)
- Au-delà de cette limite:



- ✓ endommagement
- ✓ déformations plastiques (irréversibles)
- ✓ rupture

Dans beaucoup d'applications : cette limite ne doit pas être atteinte !

CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Dimensionnement des solides et structures

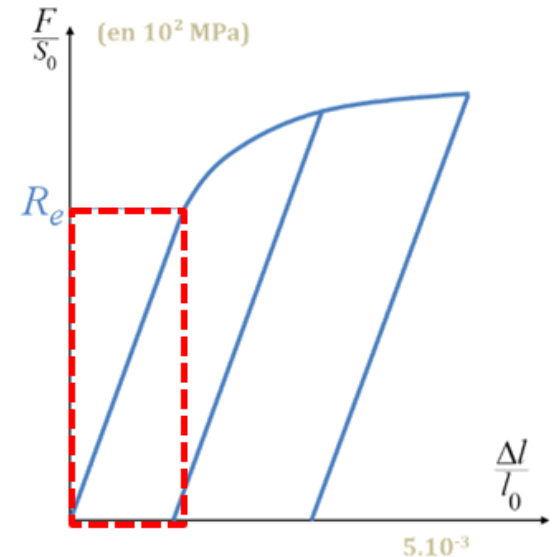
- Le dimensionnement
- Cas unidimensionnel
- Notion de contrainte équivalente
- Surface de charge
- Contrainte équivalente de Von Mises

1D → essai de traction !

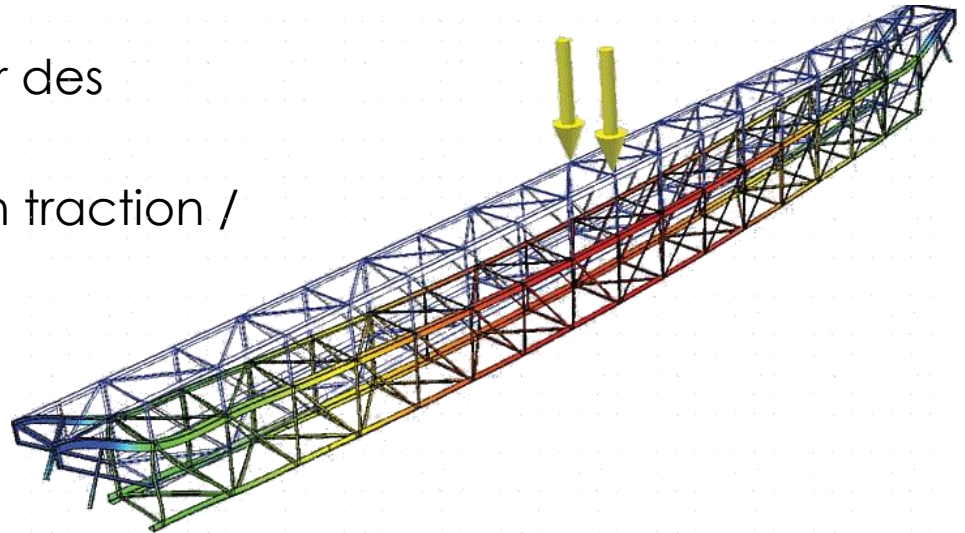
$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_{zz} \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z = \frac{F}{S} \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z$$

Critère de dimensionnement : trivial !!

$$\sigma_{zz} = \frac{F}{S} \leq R_e$$



- suffisant pour dimensionner des structures en **treillis**
(= ensemble de barres en traction / compression)

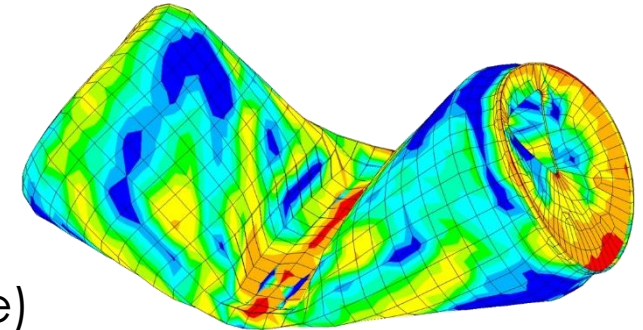


CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Dimensionnement des solides et structures

- Le dimensionnement
- Cas unidimensionnel
- Notion de contrainte équivalente
- Surface de charge
- Contrainte équivalente de Von Mises

- Cas général : tenseur des contraintes



$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_{ij} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \quad (\text{dans un repère quelconque})$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_I \underline{e}_I \otimes \underline{e}_I + \sigma_{II} \underline{e}_{II} \otimes \underline{e}_{II} + \sigma_{III} \underline{e}_{III} \otimes \underline{e}_{III} \quad (\text{dans le repère principal})$$

Objectif : comparer cet état de contraintes avec la limite élastique !

Définition : *contrainte équivalente* = scalaire à comparer avec R_e

- **formulation en termes d'invariants** : intéressant car non dépendants de la base choisie
- **constatation** : l'énergie de distorsion élastique (due à un changement de forme sans changement de volume) est un bon indicateur

CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Dimensionnement des solides et structures

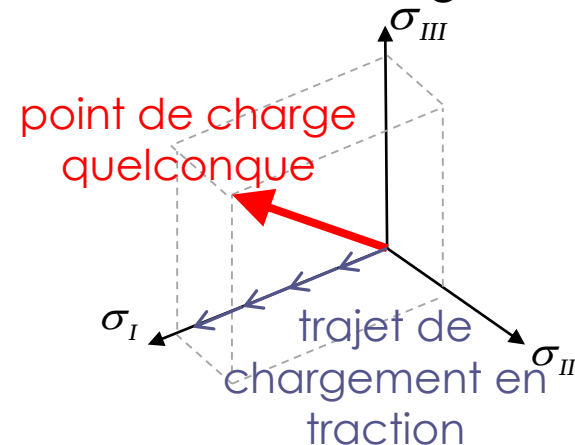
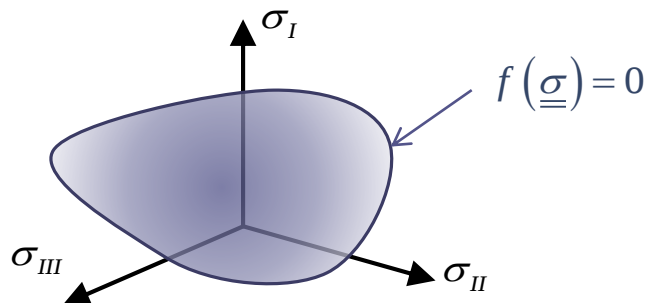
- Le dimensionnement
- Cas unidimensionnel
- Notion de contrainte équivalente
- Surface de charge
- Contrainte équivalente de Von Mises

→ Considérons désormais un état de contrainte quelconque

$$[\underline{\underline{\sigma}}]_{(\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3)} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow [\underline{\underline{\sigma}}]_{(\underline{e}_I, \underline{e}_{II}, \underline{e}_{III})} = \begin{pmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{pmatrix}$$

→ On se place dans l'espace $(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$

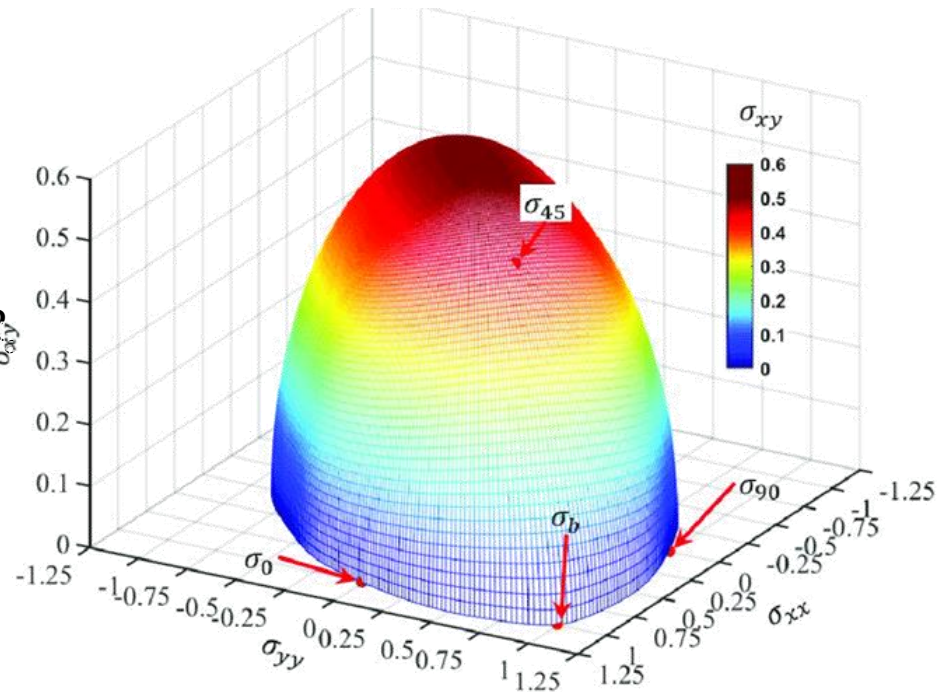
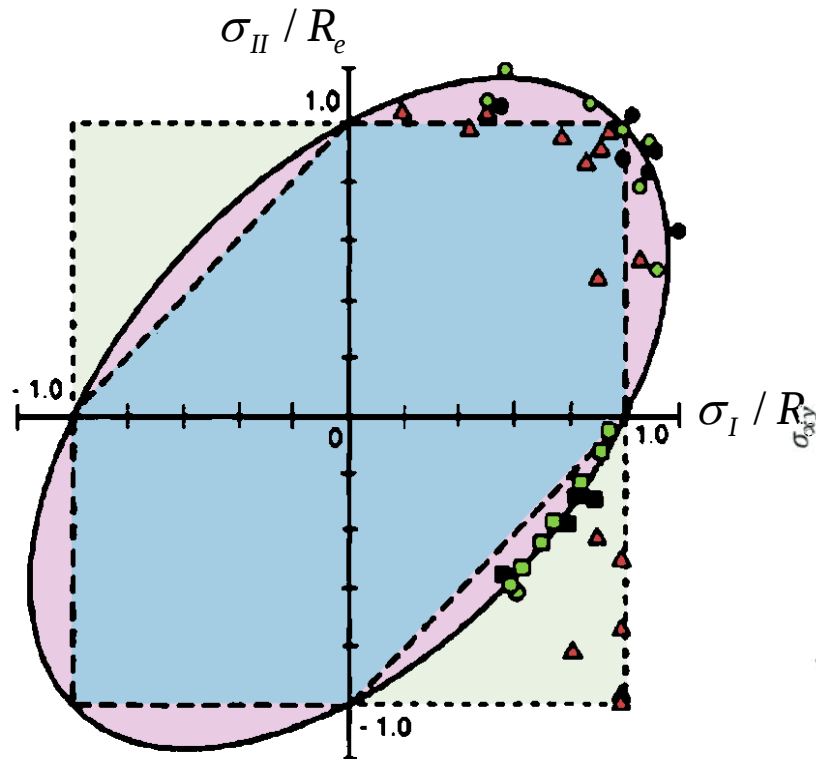
→ on définit la surface d'équation $f(\underline{\underline{\sigma}}) = 0$: surface de charge



Idée : limite élastique → surface atteinte :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \sigma_{eq} - R_e = 0$$

→ Campagnes d'essais : on peut construire les surfaces de charge



→ meilleure **surface de charge** : dépend du matériau !!!!

→ **constatation** : indépendance à la pression hydrostatique

CHAP VI : Applications aux matériaux solides

Dimensionnement des solides et structures

- Le dimensionnement
- Cas unidimensionnel
- Notion de contrainte équivalente
- Surface de charge
- Contrainte équivalente de Von Mises

Observations :

- **distorsion élastique** = bon indicateur de la sortie du régime élastique !
- ~changement de forme sans changement de volume

σ_{VM} = « contrainte équivalent au sens de Von Mises »

→ tous calculs faits :

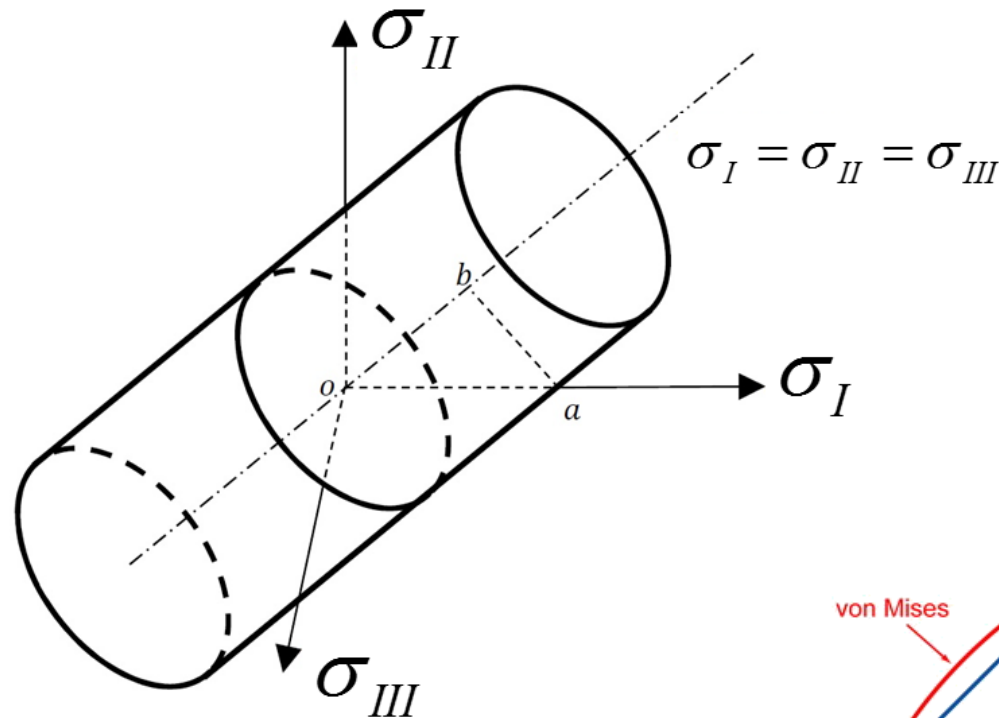
$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)}$$

→ invariant : on peut l'écrire dans la base principale !

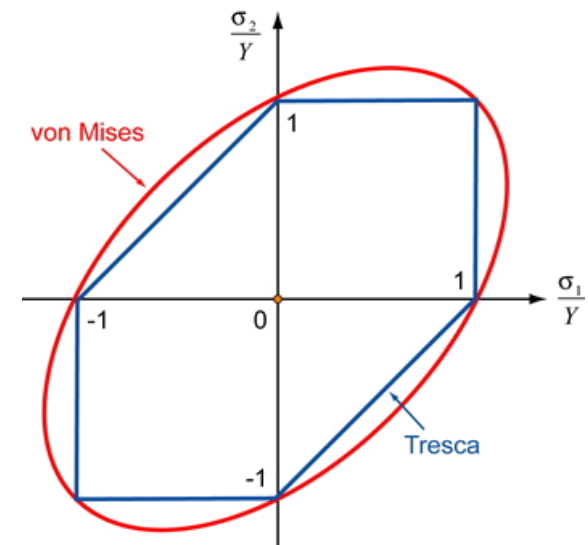
$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2}$$

→ pour un état de contrainte quelconque : on peut comparer σ_{VM} et Re

Surface du charge de Von Mises : axe = trissectrice du repère



- indépendant à la pression hydrostatique
- pour un état de contraintes plan :



Exemple

- Arbre en torsion : état de contraintes

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma \underline{e}_z \otimes \underline{e}_z + \tau (\underline{e}_z \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_z)$$

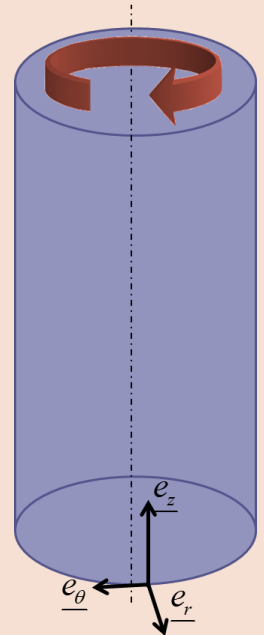
- Passage dans le repère principal

$$[\underline{\underline{\sigma}}]_{(\underline{e}_I, \underline{e}_{II}, \underline{e}_{III})} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \end{pmatrix}$$

- Contrainte équivalente au sens de Von Mises :

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2} = \dots = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

- Critère de dimensionnement : $\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq R_e$



Essai de traction : déroulement, utilisation

Loi de Hooke

Calcul des contraintes à partir du déplacement

Module d'Young et coefficient de Poisson

Résolution d'un problème d'élastostatique

Introduction au dimensionnement