

SCEANCE 1 / 2 : Introduction à l'analyse de Fourier

I. Génération d'un signal périodique :

Vous disposez d'un générateur de signaux sous EXCEL, permettant de créer des signaux à partir de plusieurs composantes de Fourier. Ouvrez cet outil et affichez la première feuille.

Vous pouvez alors entrer des valeurs pour les différents coefficients de Fourier.

On rappelle que tout signal périodique peut s'écrire :

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t - \Phi_n) \quad \text{ou} \quad S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

avec $a_n = A_n \cos(\Phi_n)$ et $b_n = A_n \sin(\Phi_n)$

I.1 Signal harmonique pur :

A/ Cherchez les coefficients de Fourier permettant de produire un signal sinusoïdal pur dont l'amplitude crête à crête est 2V et dont la phase prendra les valeurs suivantes :

1/ $\Phi = 0$

2/ $\Phi = \pi/2$

2/ $\Phi = \pi/4$

4/ $\Phi = \pi$

Notez les coefficients correspondants.

B/ Essayez les cas suivants:

$a_1 = 0$

$a_1 = 0$

$a_1 = 0$

$a_2 \neq 0$

$a_2 \neq 0$

$a_2 \neq 0$

$a_3, a_4, \dots$ tous nuls

$a_3 \neq 0$ et $a_4, a_5, \dots$ tous nuls

$a_3 = 0$ et $a_4 \neq 0$

Notez la période des signaux (faites un schéma à l'échelle)

I.2 Signal composite :

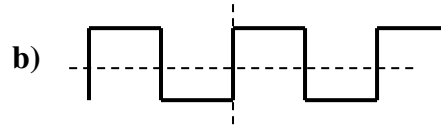
1/ Produire maintenant des signaux contenant quelques harmoniques. Représentez graphiquement quelques uns de ces signaux en notant les différents coefficients de Fourier et la parité du signal, en particulier lorsque :

(a) tous les a_n sont nuls

(b) tous les b_n sont nuls

(c) a_n et b_n non nuls

Vous essayerez de construire les signaux suivants:



Dessinez ce que vous obtenez lorsque vous utilisez 3 termes puis 5 termes dans la série de Fourier.

2/ On considère les signaux S_{SA} et S_{SD} donnés par leur développement de Fourier:

$$S_{SA}(t) = S_m \left[\frac{1}{\pi} + \frac{\sin(\omega t)}{2} - \frac{2}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n\omega t)}{4n^2 - 1} \right] \text{ et } S_{SD}(t) = S_m \left[\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n\omega t)}{4n^2 - 1} \right]$$

Calculer les 5 premiers termes pour chacun des signaux (faites un tableau). Générez alors les deux signaux à partir de ces 5 premiers coefficients de Fourier.

Représentez graphiquement les deux signaux. A quoi correspondent-il ?

3/ Affichez la feuille 2 du tableur. Cette feuille contient deux signaux inconnus S_1 et S_2 dont vous devrez chercher les composantes de Fourier (par raison de simplicité nous avons limité à 3 le nombre maximum d'harmoniques dans ces signaux). Vous représenterez ces signaux et vous donnerez pour chacun d'eux a_1, a_2, a_3, a_4 et b_1, b_2, b_3, b_4 .

II. Analyse spectrale d'un signal :

II.1 Prise en main de l'oscilloscope numérique et du générateur de fonctions :

Vous disposez sur votre poste de travail des appareils suivants :

- Oscillo numérique - HP54600B (ou équivalent) avec module FFT
- Générateur de fonctions - Agilent 33120 A
- Multimètre numérique - HP 34401

A/ Connectez le GF à l'entrée 1 de l'oscillo à l'aide d'un câble BNC et visualisez un signal sinusoïdal de fréquence $F = 700 \text{ Hz}$ et d'amplitude $1V_{CC}$. Utilisez les menus "mesures" et "curseurs" pour faire les mesures d'amplitudes et de période (fréquence).

- notez les valeurs V_{cc} , V_m et $\langle V \rangle$ et V_{RMS} .
- notez les rapports V_m/V_{RMS} pour les signaux de formes sinusoïdale, carré et triangle.

B/ Utiliser la fonction "trigger" afin de comprendre la synchronisation de l'affichage du signal

- changer le niveau de synchronisation (prendre par exemple $V_{synchro} = 1.5 \text{ V}$).
- changer la source (voie 1 ou voie 2) du signal de synchronisation.

Notez ce que vous observez.

II.2 FFT d'un signal et harmoniques

II.2.1 Signal sinusoïdal

Affichez un signal sinusoïdal de fréquence 500 Hz et d'amplitude 1 V_{RMS} . Visualisez son spectre de Fourier à partir du menu FFT de l'oscillo (touche +/-). Étudiez l'influence de la base de temps de l'oscillo sur la FFT et de la fenêtre choisie pour la transformée de Fourier.

- représenter graphiquement le spectre de Fourier en notant les différents réglages de l'oscillo.
- utilisez le menu " curseurs " pour mesurer l'amplitude et la fréquence de la composante fondamentale ainsi que des éventuelles harmoniques.
- observez et notez l'influence du calibre d'entrée de l'oscillo sur le spectre de Fourier. En particulier que se passe-t-il si le signal sature l'entrée de l'oscillo ?
- réduisez l'amplitude du signal d'entrée afin d'obtenir à l'oscillo une composante fondamentale à -6 dB . Quelle est alors la valeur RMS du signal d'entrée ?
- Changez la fréquence du signal d'entrée et notez l'évolution du spectre de Fourier (on ajustera au besoin la base de temps).

II.2.1 Signal triangulaire et signal créneaux

A/ Produisez et visualisez maintenant un signal de type triangulaire de fréquence que vous choisirez et d'amplitude $V_{RMS} = 1 \text{ V}$.

- Dessinez le spectre de Fourier correspondant. On relèvera les fréquences et les amplitudes caractéristiques des différentes composantes. Rassemblez les résultats dans un tableau.
- Tracer la loi de variation des coefficients de Fourier : $a_n = f(n)$
- Retrouver la valeur RMS du signal

B/ Produisez et visualisez un signal de type créneaux de fréquence que vous choisirez et d'amplitude $V_{RMS} = 1 \text{ V}$.

- Dessinez le spectre de Fourier correspondant. On relèvera les fréquences et les amplitudes caractéristiques des différentes composantes. Rassemblez les résultats dans un tableau.
- Tracer la loi de variation des coefficients de Fourier : $a_n = f(n)$

C/ Utilisez les fonction de mise en mémoire de l'oscillo pour comparer les spectres de Fourier des deux types de signaux ainsi que du signal en dents scie.