

# ENRS8AB : Éléments de base du génie électrique

S. Dufour

2A - Département Energie - Année 2024/2025



## Sommaire

|          |                                                             |          |
|----------|-------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Circuits électriques monophasés et couplage inductif</b> | <b>4</b> |
| 1.1      | Les circuits électriques monophasés . . . . .               | 4        |
| 1.2      | Couplage Inductif . . . . .                                 | 8        |
| 1.3      | Exercices . . . . .                                         | 10       |

# Introduction et plan de l'enseignement

Le propos de l'enseignement est de décrire l'essentiel de ce qu'il faut savoir des différents objets du génie électrique ainsi que de leurs connexions en vue d'utilisations usuelles. Ce polycopié a été élaboré par G. Vinsard et S. Dufour spécifiquement pour dans ce but.

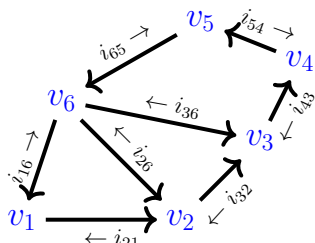
Il y a sept séances école et une séance de travaux pratiques, correspondant à

1. les circuits électriques monophasés ; le couplage inductif ;
2. les circuits électriques triphasés équilibrés ;
3. la production, le transport et la consommation d'énergie électrique (modèles de réseaux électriques ) ;
4. la transformation de l'énergie électrique (convertisseurs statiques : transformateurs et dispositifs électroniques) ;
5. la machine asynchrone (son fonctionnement du point de vue de l'utilisateur) ;
6. l'alternateur synchrone ;
7. une séance de démonstration (à l'ENSEM) où les objets et leur fonctionnement seront montrés ;

# 1 Circuits électriques monophasés et couplage inductif

## 1.1 Les circuits électriques monophasés

D'un point de vue mathématique, un circuit électrique est un graphe aux nœuds duquel sont attachés des valeurs de potentiel électrique, dont les arêtes sont parcourues par des courants électriques; et tel qu'il existe une relation algébrique ou différentielle entre les courants d'arêtes et les différences de potentiel aux bornes de ces arêtes.



Ici les nœuds sont numérotés de 1 à 6; les valeurs de potentiels  $v_n$  sont nommés par le symbole  $v$  indicé par les numéros de nœuds; les valeurs de courant des 8 arêtes orientées (les arcs) sont nommés par le symbole  $i_{jk}$  où le sens du courant est du nœud  $j$  vers le nœud  $k$ .

Les « courants incidents à un nœud donné » sont les courants dirigés vers ce nœud mais aussi ceux dont il est la provenance, mais alors dans ce dernier cas ils sont comptés négativement. Par exemple les courants incidents au nœud n° 6 sont :  $i_{16}$ ,  $i_{26}$ ,  $i_{36}$  et  $-i_{65}$ .

La « tension aux bornes » ou « différence de potentiels » est

$$v_{nm} = v_n - v_m$$

Les lois régissant ces courants et tensions (lois de Kirchoff) s'énoncent alors comme

- La somme des courants incidents à un noeud du circuit électrique est nulle;
- la somme des tensions aux bornes des arêtes le long d'un parcours fermé sur le circuit (une maille) est nulle.

Pour un circuit donné, les variables sont les tensions aux bornes et les courants, soit donc pour un graphe de  $N$  nœuds et  $A$  arêtes :  $2 A$  variables. La loi aux noeuds comporte  $N - 1$  relations indépendantes et la loi aux mailles  $A - N + 1$ ; il ne manque plus donc que de définir  $A$  relations entre les courants et les tensions pour que l'ensemble de variables soient déterminées.

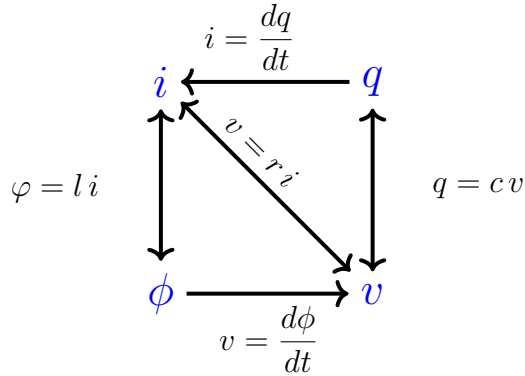
| nom du composant            | nom du coefficient | Unité          | symbole                                                                             | relation                                 |
|-----------------------------|--------------------|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| résistance<br>(ou resistor) | résistance         | $\Omega$ (Ohm) |  | $v = r i$                                |
| autoinductance              | inductance         | $H$ (Henry)    |  | $v = \frac{d\phi}{dt}$ avec $\phi = l i$ |
| condensateur                | capacité           | $F$ (Farad)    |  | $i = \frac{dq}{dt}$ avec $q = c v$       |

Deux quantités intermédiaires ont été introduites : le « flux magnétique »  $\phi$  dont l'unité est le Weber ( $Wb$ ) et la « charge électrique »  $q$  dont l'unité est le Coulomb ( $Cb$ ).

L'unité de la « différence de potentiels » différence de potentiels ou « tension aux bornes » tension aux bornes abrégée en « tension »  $v$  est le Volt ( $V$ ) et celle du courant électrique l'Ampère ( $A$ ). Toutes les relations linéaires (incluant l'opération de dérivation par rapport

au temps) entre le courant et la tension sont figurées par les relations correspondant aux composants passifs.

Il est intéressant de voir ces relations sous la forme du diagramme

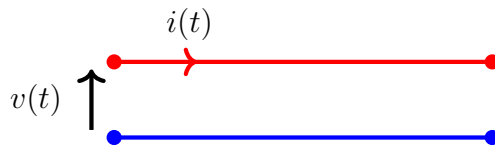


$\{q, i, \phi, v\}$  sont connectées 2 à 2 ; à l'exception de  $q$  et  $\phi$ , qui ne tarderont cependant pas à l'être quand les « memristors » deviendront des composants plus connus.

| nom du composant      | nom du coefficient | symbole | relation | donnée |
|-----------------------|--------------------|---------|----------|--------|
| générateur de tension | tension            |         | $v = -e$ | $e$    |
| générateur de courant | courant            |         | $i = j$  | $j$    |

## Le monophasé

Soit une tension alternative disponible entre deux bornes seulement : il s'agit d'une tension «monophasée», avec une borne représentant la phase et l'autre le point neutre.



Dans le cas d'un régime établi alternatif, la tension de phase s'écrit sous la forme

$$v(t) = \sqrt{2} V \cos(\omega t) = \sqrt{2} \Re [\bar{V} e^{j\omega t}]$$

où  $w = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$  désigne la pulsation ( $f$  la fréquence et  $T$  la période),  $j = \sqrt{-1}$  le nombre imaginaire, et  $\bar{V}$  l'amplitude complexe. Le module de  $\bar{V}$  est la valeur efficace de la tension :

$$V = |\bar{V}| = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt}$$

En se donnant la tension comme origine des phases (en général celle du générateur du circuit), le courant s'écrit alors :

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi) = \sqrt{2} \Re [\bar{I} e^{j\omega t}]$$

L'amplitude complexe est :

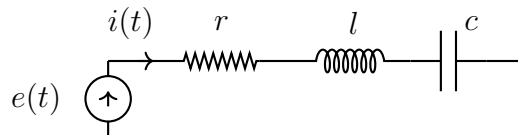
$$\bar{I} = I e^{-j\varphi}$$

Le signe négatif sur la phase du courant pré-suppose que celui-ci est en retard sur la tension (ce qui est le cas pour un dispositif inductif) : ceci est purement conventionnel.

Les relations tensions-courants s'expriment alors :

| symbole                                                     | relation temporelle      | symbole                                                                 | relation complexe              |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| $i \rightarrow \text{---}\text{---}\text{---} \leftarrow v$ | $v(t) = r i(t)$          | $\bar{I} \rightarrow \text{---}\text{---}\text{---} \leftarrow \bar{V}$ | $\bar{V} = r \bar{I}$          |
| $i \rightarrow \text{---}\text{---}\text{---} \leftarrow v$ | $v(t) = l \frac{di}{dt}$ | $\bar{I} \rightarrow \text{---}\text{---}\text{---} \leftarrow \bar{V}$ | $\bar{V} = j l \omega \bar{I}$ |
| $i \rightarrow \text{---}\text{---}\text{---} \leftarrow v$ | $i(t) = c \frac{dv}{dt}$ | $\bar{I} \rightarrow \text{---}\text{---}\text{---} \leftarrow \bar{V}$ | $\bar{I} = j c \omega \bar{V}$ |

## Le circuit rlc série



En se donnant comme origine des phases la source de tension ( $\bar{E} = E$ ) :

$$e(t) = \sqrt{2} E \cos(\omega t) = \sqrt{2} \Re [\bar{E} e^{j\omega t}]$$

et en mettant le courant sous la forme :

$$i(t) = \sqrt{2} \Re [\bar{I} e^{j\omega t}]$$

avec  $\bar{I} = I e^{-j\varphi}$

La tension de la source s'exprime en fonction du courant comme :

$$\bar{E} = \left( r + j l \omega + \frac{1}{j c \omega} \right) \bar{I}$$

La source de tension doit fournir à la charge  $rlc$  la puissance instantanée  $p(t)$  :

$$\underbrace{p(t)}_{\text{puissance instantanée}} = e(t) i(t)$$

Elle se décompose en un terme constant, la puissance active notée  $P$  et un terme de moyenne temporelle nulle, la puissance fluctuante notée  $p_f(t)$ .

$$p(t) = \underbrace{\Re[\bar{E} \bar{I}^*]}_{\text{puissance active}} + \underbrace{\Re[\bar{E} \bar{I} \exp^{2j\omega t}]}_{\text{puissance fluctuante}}$$

La puissance active  $P$  est donc la moyenne de la puissance instantanée :

$$P = \Re[\bar{E} \bar{I}^*] = |\bar{E}| |\bar{I}| \cos \varphi \quad [W]$$

Le produit des grandeurs complexes  $\bar{E}$  par  $\bar{I}$  est la puissance apparente complexe :

$$\bar{S} = \bar{E} \bar{I}^* = |\bar{E}| |\bar{I}| e^{j\varphi}$$

son module s'exprime en  $[VA]$ . La puissance réactive est définie par :

$$Q = \Im[\bar{E} \bar{I}^*] = |\bar{E}| |\bar{I}| \sin \varphi \quad [VAr]$$

$Q$  est positive pour une charge inductive et négative pour une charge capacitive.

Ainsi la puissance apparente complexe permet d'obtenir à la fois la puissance active et réactive :

$$\bar{S} = P + jQ$$

Dans le cas du circuit  $rlc$  elle est :

$$\bar{S} = \left( r + j \left( l\omega - \frac{1}{c\omega} \right) \right) |\bar{I}|^2 = \frac{\left( r + j \left( l\omega - \frac{1}{c\omega} \right) \right)}{r^2 + \left( l\omega - \frac{1}{c\omega} \right)^2} |\bar{E}|^2$$

selon qu'elle soit exprimée en fonction de la tension ou du courant. L'argument de la puissance apparente complexe est celui de la charge  $(r, l, c)$ . D'où on déduit que

- si  $r = 0$  la puissance active que doit fournir la source est nulle ;
- si  $l \rightarrow 0$  et  $c \rightarrow \infty$  la puissance réactive que doit fournir la source est nulle ;
- si  $lc \omega^2 = 1$  la puissance réactive que doit fournir la source est nulle ; c'est la condition de résonance ;

On définit le facteur de puissance :

$$FP = \frac{P}{|\bar{S}|} = \cos \varphi$$

Ce facteur de puissance correspond au “ $\cos \varphi$ ” dans le cas du régime alternatif à un seul harmonique.

## Extension aux circuits monophasés

Pour étendre les résultats obtenus dans le cas du circuit  $rlc$ , Un circuit monophasé est un circuit dans lequel la ou les sources dépendent sinusoïdalement du temps et dans lequel on ne s'intéresse qu'au régime établi. On convient alors d'utiliser la notation complexe

$$v(t) = \sqrt{2} \Re[\bar{V} \exp^{j\omega t}]$$

avec laquelle les relations différentielles deviennent algébriques. Cela permet d'introduire la notion d'impédance qui consiste à sommer toutes les contributions (réelles et imaginaire) des composants en séries afin de les regrouper en un seul coefficient complexe. Pour le circuit  $rlc$

$$\bar{V} = \bar{Z} \bar{I} \text{ avec } \bar{Z} = r + j \left( l\omega - \frac{1}{c\omega} \right)$$

La puissance apparente complexe est :

$$\bar{S} = \bar{V} \bar{I}^* = \bar{Z} |\bar{I}|^2 = |\bar{V}| |\bar{I}| e^{j\varphi}$$

et l'on remarque que :

$$\varphi = \arg(\bar{Z}) = \arg(\bar{S})$$

Il est également possible d'utiliser l'admittance équivalente  $\bar{Y}$  (l'inverse de l'impédance) :

$$\bar{I} = \bar{Y} \bar{V}$$

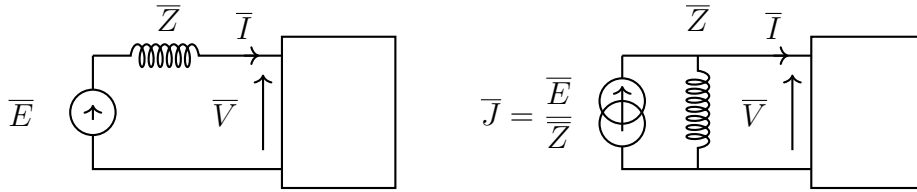
La puissance apparente complexe est :

$$\bar{S} = \bar{V} \bar{I}^* = \bar{Y}^* |\bar{V}|^2 = |\bar{V}| |\bar{I}| e^{j\varphi}$$

et l'on remarque que :

$$\varphi = -\arg(\bar{Y}) = \arg(\bar{S})$$

Les résolutions de problèmes de circuit électrique en régime sinusoïdal établi sont donc des opérations purement algébriques. Une possibilité souvent utilisée consiste à ne pas écrire ces équations explicitement pour obtenir un système linéaire qu'il faudra inverser mais plutôt à traduire les transformations de ce système directement sur le schéma électrique. Par exemple les « théorèmes » de Thévenin et Norton qui affirment que les tensions et courants  $\bar{V}$  et  $\bar{I}$  de la figure



seront les mêmes qu'on place à gauche un générateur de tension  $\bar{E}$  en série avec un impédance  $\bar{Z}$  ou un générateur de courant  $\bar{E}/\bar{Z}$  en parallèle avec l'impédance  $\bar{Z}$ . Cela se démontre très simplement : si le cercle figure un circuit électrique quelconque et que

$$\bar{E} = \bar{Z} \bar{I} + \bar{V} \text{ (Forme Thevenin)}$$

alors on a aussi

$$\frac{\bar{E}}{\bar{Z}} = \bar{I} + \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} \text{ (Forme Norton)}$$

Et les « transformations Thévenin/Norton » permettent des résolutions de problèmes de circuit électriques à qui sait les utiliser à bon escient.

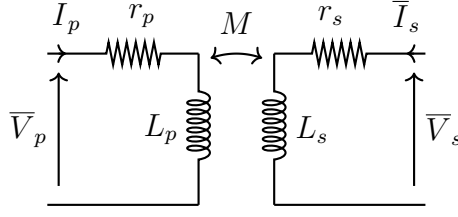
## 1.2 Couplage Inductif

On appelle “*bobines couplées*” un jeu de deux enroulements de fil autour d'un “*circuit magnétique*” analogue à ceci



Le circuit magnétique est le tore. Sa propriété est de canaliser l'induction magnétique qui correspond aux courants circulant dans les enroulements.

La modélisation en terme de circuits électriques de ces bobines couplées correspond au schéma (on convient d'appeler “*primaire*” l'une des bobines et “*secondaire*” l'autre).



et les équations de circuit électrique associées au schéma sont :

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_p \\ \bar{V}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_p + jL_p\omega & jM\omega \\ jM\omega & r_s + jL_s\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_p \\ \bar{I}_s \end{pmatrix}$$

Même si l'électromagnétisme nécessaire pour les établir n'est pas abordé ici, il faut comprendre que les équations de couplage témoignent d'un phénomène surprenant. Le passage d'un courant en un endroit (au primaire) génère une force électromotrice en un autre endroit (au secondaire) : c'est une action à distance.

D'autre part, ce type de relation généralise des relations locales entre les tensions et les courants. Si par exemple dans le graphe du début de ce chapitre les arêtes (3, 4) et (1, 2) correspondaient à un couplage inductif, alors plutôt que d'avoir deux relations indépendantes l'une de l'autre comme

$$\bar{V}_{43} = z_{43} \bar{I}_{43} \text{ et } \bar{V}_{21} = z_{21} \bar{I}_{21}$$

il y aurait deux relations couplées de la forme

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_{34} \\ \bar{V}_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{43} & jM_{43/21}\omega \\ jM_{21/43}\omega & z_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_{43} \\ \bar{I}_{21} \end{pmatrix}$$

où les coefficients d'inductance mutuelle sont par nature identiques

$$M_{21/43} = M_{43/21}$$

ce qui signifie que l'action qu'exerce le courant  $\bar{I}_{43}$  sur la portion de circuit parcourue par le courant  $\bar{I}_{21}$  est identique à l'action qu'exerce le courant  $\bar{I}_{21}$  sur la portion de circuit parcourue par le courant  $\bar{I}_{43}$ .

## 1.3 Exercices

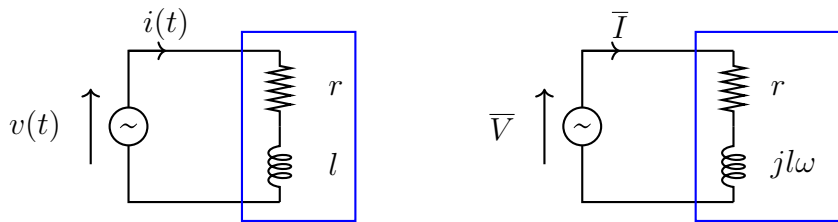
### 1. Identification en monophasé

Une installation électrique monophasée, que l'on souhaite identifier, est modélisée par une charge résistive-inductive. Pour cela, l'alimente par une source monophasée : on relève à ses bornes, tension efficace  $V = 230V$ , courant efficace  $I = 5A$ , puissance active  $P = 100W$ , fréquence  $50Hz$ .

#### a) Calcul des puissances

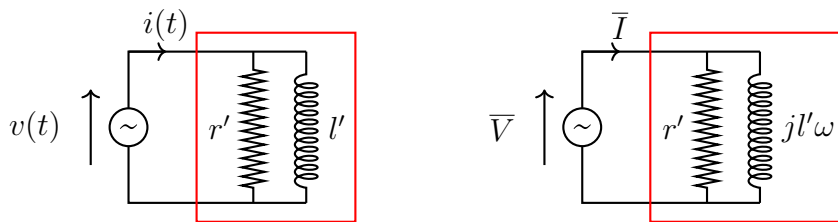
Calculer le facteur de puissance (FP) et la puissance réactive (Q). Calculer la puissance instantanée  $p(t) = v(t) i(t)$ .

#### b) Identification par un modèle $r - l$ série



Calculer la résistance  $r [\Omega]$  et la réactance  $l\omega [\Omega]$ . Exprimer  $\tan \varphi$  à partir de  $(r, l\omega)$ .

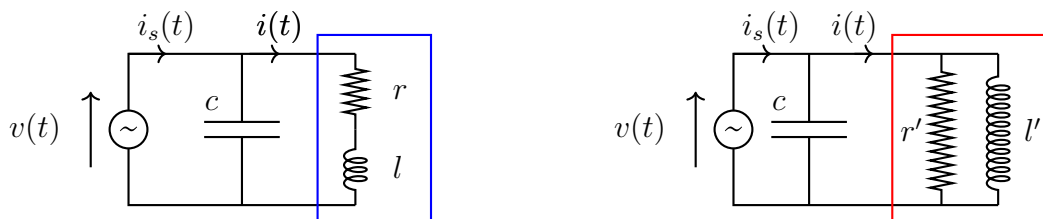
#### c) Identification par un modèle $r - l$ parallèle



Calculer la résistance  $r' [\Omega]$  et la réactance  $l'\omega [\Omega]$ . Exprimer  $\tan \varphi$  à partir de  $(r', l'\omega)$ . Montrer que  $r r' = l\omega l'\omega$ . Pourquoi  $l\omega \simeq l'\omega$  et  $r \ll r'$  ?

#### d) Compensation parallèle

Le facteur de puissance étant très dégradé, on souhaite avoir, au niveau de la source, un facteur de puissance de 0.928 (correspondant à  $\tan \varphi = 0.4$ ). Pour cela, on rajoute une capacité  $c$  de compensation de la puissance réactive.

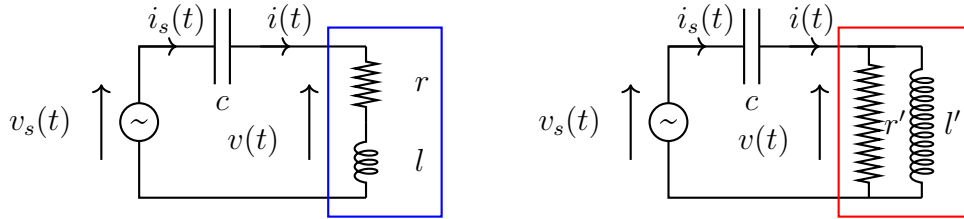


Calculer le courant de la source  $i_s$ , puis la puissance apparente fournie par la source. Calculer  $c$  dans le cas de la modélisation  $r - l$  série. Conclure.

Faire la même analyse dans le cas de la modélisation  $r' - l'$  parallèle. Conclure.

### e) Compensation série

On souhaite comparer l'effet de la compensation série (la capacité en série avec la charge). On souhaite avoir, au niveau de la source, un facteur de puissance de 0.928 (correspondant à  $\tan\varphi = 0.4$ ), ainsi qu'une tension de 230V aux bornes de la charge.



Calculer la capacité de compensation, pour atteindre le bon facteur de puissance, ainsi que la tension aux bornes de la source, pour la modélisation série de la charge.

Calculer la capacité de compensation, pour atteindre le bon facteur de puissance, ainsi que la tension aux bornes de la source, pour la modélisation parallèle de la charge.

## 2. Couplage en monophasé

On donne un système de deux bobines 1 et 2 couplées dont les résistances sont  $r_1$  et  $r_2$ , les inductances propres  $l_1$  et  $l_2$  et l'inductance mutuelle  $m$ .

a) On place aux bornes de la bobine 2 une charge de résistance  $R$ ; calculer l'impédance équivalente aux bornes de la bobine 1;

b) Lorsque la tension aux bornes de la bobine 1 est maintenue constante, pour quelle valeur de  $R$  la puissance active injectée à la charge est-elle maximale? Quel est alors le rendement?

## 5. Eclairage

Comment résoudre la question d'éclairer un couloir de mine? Un couloir très long doit être éclairé par une lampe de résistance  $R$  tous les  $x$  mètres; les fils d'amenée de courant ont une résistance par unité de longueur de  $\rho$ ; la tension source à l'entrée du couloir est  $U$  et les lampes doivent être alimentées par une tension comprise entre  $U$  et  $U - \Delta U$ .

## Références globales

Chacun des chapitres contient une partie où sont cités des ouvrages en rapports avec eux, mais deux ouvrages généraux pourront être utilement consulté en cas de besoins :

- [1] J. Cladé, « Électrotechnique », Eyrolles, 1989.
- [2] T. Wildi, « Électrotechnique », DeBoeck Université, 2005.
- [3] M. Jufer et Y. Perriard, « Électrotechnique : les bases de l'électricité », PPUR, 2023.
- [4] Y. Perriard et C. Koechli, « Conversion électro-mécanique », PPUR, 2022.