

ENRS8AB : Éléments de base du génie électrique

S. Dufour

2A - Département Energie - Année 2024/2025



Sommaire

1	Alternateur synchrone	3
1.1	Fonctionnement à V constant	9
1.2	Machine synchrone en régime saturé	14
1.3	Mise en œuvre des machines synchrones	18
1.4	Exercice	20

Introduction et plan de l'enseignement

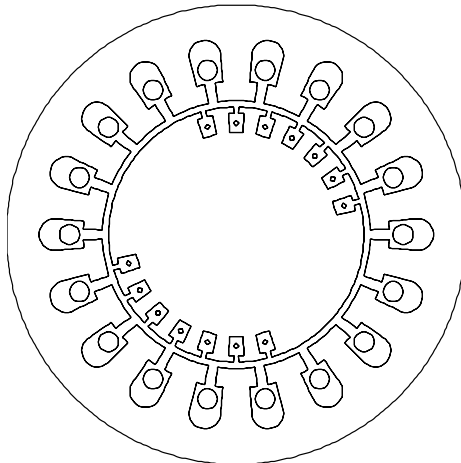
Le propos de l'enseignement est de décrire l'essentiel de ce qu'il faut savoir des différents objets du génie électrique ainsi que de leurs connexions en vue d'utilisations usuelles. Ce polycopié a été élaboré par G. Vinsard et S. Dufour spécifiquement pour dans ce but.

Il y a sept séances école et une séance de travaux pratiques, correspondant à

1. les circuits électriques monophasés ; le couplage inductif ;
2. les circuits électriques triphasés équilibrés ;
3. la production, le transport et la consommation d'énergie électrique (modèles de réseaux électriques) ;
4. la transformation de l'énergie électrique (convertisseurs statiques : transformateurs et dispositifs électroniques) ;
5. la machine asynchrone (son fonctionnement du point de vue de l'utilisateur) ;
6. l'alternateur synchrone ;
7. une séance de démonstration (à l'ENSEM) où les objets et leur fonctionnement seront montrés ;

1 Alternateur synchrone

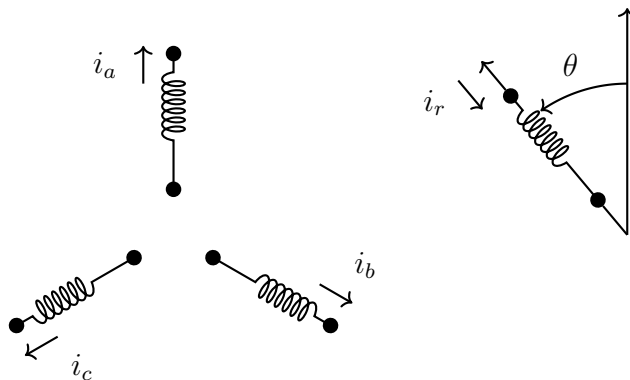
Pour l'établissement des équations, il est commode de compter positivement les courants statoriques qui sortent de la machine (convention alternateur). On se placera dans le cas d'un fonctionnement magnétique linéaire (le cas du régime saturé ne sera pas évoqué). On supposera également que l'entrefer de la machine est constant (machine dite à pôles lisses).



Equations des flux Soit θ l'angle électrique entre l'axe de l'enroulement rotorique et l'axe de la phase a du rotor, correspondant à un angle mécanique θ' tel que :

$$\theta = p \theta'$$

où p désigne le nombre de paires de pôles de la machine.



La relation matricielle entre les flux et les courants est :

$$[\Phi] = \mathcal{L} [i]$$

$$\text{avec } [\Phi] = \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \\ \varphi_r \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [i] = \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_r \end{bmatrix}$$

La matrice inductance $\mathcal{L}$ est une matrice symétrique qui peut s'exprimer sous la forme :

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_s & \mathcal{L}_{sr} \\ \mathcal{L}_{rs} & \mathcal{L}_r \end{bmatrix}$$

Pour cette machine à entrefer constant, la matrice d'inductance statorique $\mathcal{L}_s$ est du même type que celle obtenue pour la machine asynchrone :

$$\mathcal{L}_s = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix}$$

Le rotor comporte un seul enroulement alimenté par du courant continu :

$$\mathcal{L}_r = L_r$$

L'inductance mutuelle entre stator et rotor se met sous la forme :

$$\mathcal{L}_{rs} = \mathcal{L}_{sr}^t = M \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

M désignant l'inductance mutuelle maximale entre l'enroulement rotorique et une phase statorique (a, b , ou c).

Si la relation

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

est vérifiée (soit parce que le stator est disposé en étoile (sans connexion de neutre), soit parce que les courants de phases sont équilibrés), il vient :

$$\begin{aligned} \varphi_a &= -L i_a + M \cos \theta i_r \\ \varphi_b &= -L i_b + M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) i_r \\ \varphi_c &= -L i_c + M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) i_r \end{aligned} \tag{1}$$

où

$$L = L_s - M_s$$

désigne l'inductance cyclique d'un enroulement triphasé du stator (comme dans le cas de la machine asynchrone).

Le rotor est alimenté par un courant continu, dit d'excitation ou inducteur :

$$i_r = I_e$$

Le rotor tourne à la vitesse angulaire (de synchronisme) :

$$\Omega = \frac{\omega}{p}$$

Soit en tours/minute :

$$N = 60 \frac{f}{p}$$

L'angle électrique est parfaitement défini en fonction du temps par :

$$\theta = \omega t + \theta_0$$

L'examen de (1) montre alors que si les courants statoriques sont triphasés équilibrés de pulsation ω ,

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = I\sqrt{2} \begin{pmatrix} \cos(\omega t - \varphi) \\ \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix}$$

les flux statoriques sont aussi triphasés équilibrés de pulsation ω :

$$\begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} = \Phi \sqrt{2} \begin{pmatrix} \cos(\omega t - \varphi') \\ \cos(\omega t - \varphi' - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega t - \varphi' + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix}$$

L'équation (1) s'écrit pour la phase a :

$$\Phi \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi') = -L I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) + M I_e \cos(\omega t + \theta_0)$$

En posant

$$\underline{\Phi} = \Phi e^{-j\varphi'} \quad \text{et} \quad \underline{I} = I e^{-j\varphi}$$

on obtient l'équation générique complexe :

$$\underline{\Phi} = -L \underline{I} + \frac{M I_e}{\sqrt{2}} e^{j\theta_0} \quad (2)$$

Dans cette équation $\underline{\Phi}$ et $\underline{I}$ sont les représentations co-mplexes des grandeurs relatives à la phase a , dans la mesure où θ_0 désigne le “calage initial” du rotor par rapport à la phase a ; mais cette écriture convient pour n'importe quelle phase si on décide que θ_0 désigne le calage initial du rotor par rapport à cette phase.

On vérifie facilement que :

$$\begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} \mathcal{L}_{sr} = -\frac{3}{2} M I \sqrt{2} \cos(\theta_0 + \varphi)$$

le flux dans l'enroulement d'excitation est donc constant :

$$\Phi_e = L_r I_e - \frac{3}{2} M I \sqrt{2} \cos(\theta_0 + \varphi) \quad (3)$$

Equations des tensions Pour le stator :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = -R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix}$$

où R est la résistance d'un enroulement statorique. En utilisant la notation complexe on a (pour un système équilibré) :

$$\underline{V} = -R \underline{I} + j\omega \underline{\Phi}$$

d'où :

$$\underline{V} = -(R + jL\omega) \underline{I} + j \frac{M\omega}{\sqrt{2}} e^{j\theta_0} I_e \quad (4)$$

Pour le rotor, le flux traversant l'enroulement rotorique est constant :

$$\frac{d\varphi_r}{dt} = 0$$

La tension d'alimentation du circuit d'excitation lui fournit simplement ses pertes Joule :

$$V_r = R_r I_e$$

Expression du couple La coénergie magnétique $\underline{W}$ est en régime magnétique linéaire :

$$\underline{W}([i], \theta) = \frac{1}{2} [i]^t \mathcal{L} [i]$$

soit :

$$\underline{W} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -i_a & -i_b & -i_c & i_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s & M \cos \theta \\ M_s & L_s & M_s & M \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ M_s & M_s & L_s & M \cos (\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ M \cos \theta & M \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) & M \cos (\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_r \end{bmatrix}$$

Le couple Γ s'exprime en fonction de la coénergie par :

$$\Gamma([i], \theta) = \frac{\partial \underline{W}}{\partial \theta'}([i], \theta') = \frac{p}{2} [i]^t \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta}([i], \theta) [i]$$

Comme seuls les termes de $\mathcal{L}_{sr}$ dépendent de θ , le couple peut s'exprimer comme :

$$\Gamma = p [-i_s]^t \left[\frac{\partial \mathcal{L}_{sr}}{\partial \theta} \right] i_r$$

avec :

$$[i_s] = I\sqrt{2} \begin{bmatrix} \cos(\omega t - \varphi) \\ \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \left[\frac{\partial \mathcal{L}_{sr}}{\partial \theta} \right] = -M \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

il vient :

$$\Gamma = \frac{3}{2} p M I I_e \sqrt{2} \sin(\theta_0 + \varphi) \quad (5)$$

Bilan de puissance La puissance apparente complexe $\underline{S}$ est celle qui sort de l'alternateur :

$$\underline{S} = 3 \underline{V} \underline{I}^* = -3 (R + jL\omega) I^2 + 3j \frac{M\omega}{\sqrt{2}} I_e \underline{I}^* e^{j\theta_0}$$

La puissance active, prélevée par la machine sur le réseau alternatif est :

$$P_a = \Re(\underline{S}) = -3 R I^2 + 3 \frac{M\omega}{\sqrt{2}} I_e \Im(\underline{I}^* e^{j\theta_0})$$

Cette puissance correspond, d'une part aux pertes Joule dans le stator,

$$P_{Js} = 3 R I^2$$

d'autre part à la puissance mécanique disponible sur l'arbre (on néglige dans un premier temps les pertes fer dans l'armature du stator). D'où :

$$-P_m = -3 \frac{M\omega}{\sqrt{2}} I_e I \sin(\varphi + \theta_0)$$

en tenant compte de

$$\underline{I} = I e^{-j\varphi}$$

On retrouve donc bien l'expression (5) par :

$$\Gamma \Omega = \Gamma \frac{\omega}{p} = P_m$$

La puissance réactive, envoyée par la machine sur le réseau alternatif est :

$$Q = \Im m(\underline{S}) = -3 L \omega I^2 + 3 \frac{M \omega}{\sqrt{2}} I_e \cos(\varphi + \theta_0)$$

Chacun de ces termes peut être interprété par une coénergie magnétique moyenne stockée dans le convertisseur.

Lorsque le stator est alimenté par trois courants triphasés équilibrés, on a :

$$\underline{W}_s = \frac{1}{2} [i_s]^t \mathcal{L}_s [i_s] = \frac{1}{2} L_s (i_a^2 + i_b^2 + i_c^2) + M_s (i_a i_b + i_b i_c + i_c i_a)$$

La valeur de $\underline{W}_s$ ne dépend pas du temps :

$$\underline{W}_s = \frac{3}{2} (L_s - M_s) I^2 = \frac{3}{2} L I^2$$

La puissance réactive nécessaire au stockage de $\underline{W}_s$ est :

$$2\omega \underline{W}_s = 3L\omega I^2$$

c'est le premier terme de Q .

La coénergie magnétique d'interaction entre le rotor et le stator est :

$$\underline{W}_{sr} = \frac{1}{2} [i_s]^t \mathcal{L}_{sr} i_r + \frac{1}{2} i_r \mathcal{L}_{rs} [i_s]$$

Une moitié de $\underline{W}_{sr}$ est dévolue au circuit d'excitation qui, alimenté en continu, ne fournit pas de réactif. L'autre moitié de $\underline{W}_{sr}$ correspond au deuxième terme de Q . La valeur de $\underline{W}_{sr}$ ne dépend pas du temps :

$$\underline{W}_{sr} = \frac{3}{2} M I I_e \sqrt{2} \cos(\theta_0 + \varphi)$$

La puissance réactive fournie au le réseau alternatif vient de $\underline{W}_{sr}$ est :

$$\omega \underline{W}_{sr} = \frac{3}{\sqrt{2}} M \omega I I_e \cos(\theta_0 + \varphi)$$

Lorsque $\cos(\theta_0 + \varphi)$ est positif, et lorsque le courant d'excitation est suffisant, la machine peut fournir de la puissance réactive au réseau.

Le terme $3L\omega I^2$, qui est la consommation propre à la machine en réactif, apparaît alors comme une "perte réactive".

Force électromotrice et schéma équivalent Soit $\underline{E}$ la force électromotrice de la machine synchrone. D'après (4) :

$$\underline{E} = j \frac{M \omega}{\sqrt{2}} I_e e^{j\theta_0}$$

de sorte que l'on retrouve :

$$P_m = 3 \Re e(\underline{E} \underline{I}^*)$$

et donc :

$$P_m - P_{Js} = P_a$$

Si on appelle angle interne δ tel que :

$$\delta = \frac{\pi}{2} + \theta_0$$

il vient :

$$\underline{E} = \frac{M\omega}{\sqrt{2}} I_e e^{j\delta} \quad (6)$$

On écrira désormais la f.e.m. sous cette forme.

L'équation électrique au niveau du stator est :

$$\underline{V} = \underline{E} - Z\underline{I} \quad (7)$$

où $Z = R + jL\omega$ est l'impédance synchrone.

A ce niveau, les phases des diverses grandeurs utilisées sont définies par le choix de θ_0 (ou de δ).

En fait, lorsque l'alternateur synchrone est couplé sur un réseau, il est logique de choisir $\underline{V}$ réel positif

Il faut se souvenir à ce propos que l'examen d'une grandeur sinusoïdale, le choix de l'origine des phases implique des choix discrets de l'origine des temps.

Dans le cas particulier qui nous concerne ici, la valeur de $\theta = \theta_0$ à l'instant $t = 0$ est fixée par le choix de l'origine des phases.

A vide $\underline{V} = \underline{E}$. Le choix $\underline{V}$ réel positif implique $\underline{E}$ réel positif soit $\delta = 0$ et donc $\theta_0 = -\pi/2$ lorsque la machine n'est pas chargée.

Le schéma monophasé équivalent est en convention alternateur :

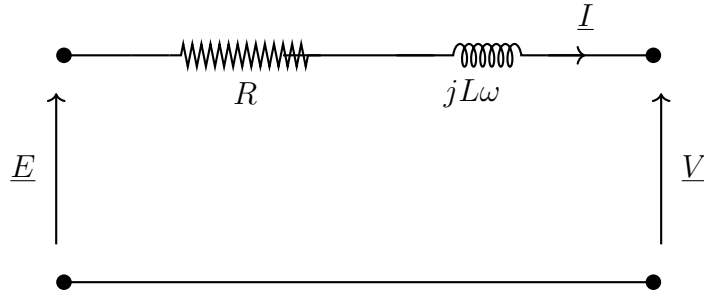


FIGURE 1 – Schéma monophasé (convention alternateur)

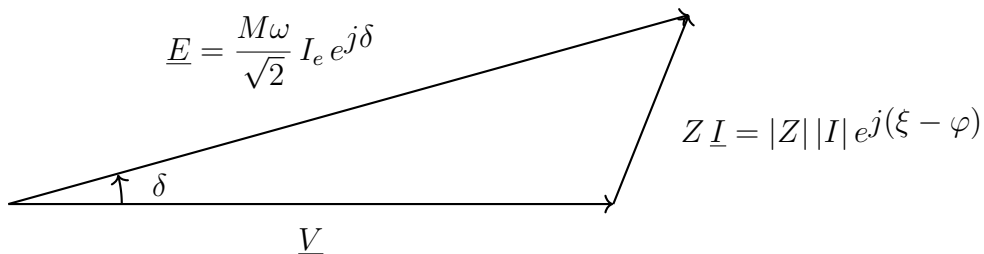


FIGURE 2 – Diagramme vectoriel (convention alternateur)

La puissance complexe qui *sort* de la machine est :

$$\underline{S} = 3 \underline{V} \underline{I}^* = 3 \underline{E} \underline{I}^* - 3 Z I^2$$

La puissance active est :

$$P_a = \Re(\underline{S}) = 3\Re(\underline{E} \underline{I}^*) - 3R I^2 = P_m - P_{Js}$$

Il est à noter que la puissance mécanique P_m est positive lorsqu'elle entraîne l'alternateur. La puissance active P_a est positive lorsqu'elle est fournie au réseau.

Le couple est :

$$\Gamma = \frac{3p}{\omega} \frac{E^2}{|Z|} \cos \xi + \frac{3p}{\omega} \frac{E V}{|Z|} \cos(\delta + \xi)$$

Il est positif lorsqu'il entraîne l'alternateur.

La puissance réactive est :

$$Q = \Im(\underline{S}) = 3\Im(\underline{E} \underline{I}^*) - 3L\omega I^2$$

Elle est comptée positivement lorsqu'elle est fournie au réseau par l'alternateur.



FIGURE 3 – Transferts de puissance (cas alternateur)

1.1 Fonctionnement à V constant

Le fonctionnement V constant est à considérer lorsque la machine est branchée sur un réseau parfait (source de tension d'impédance interne nulle au point de raccordement de l'alternateur, i.e. réseau de puissance de court-circuit infinie).

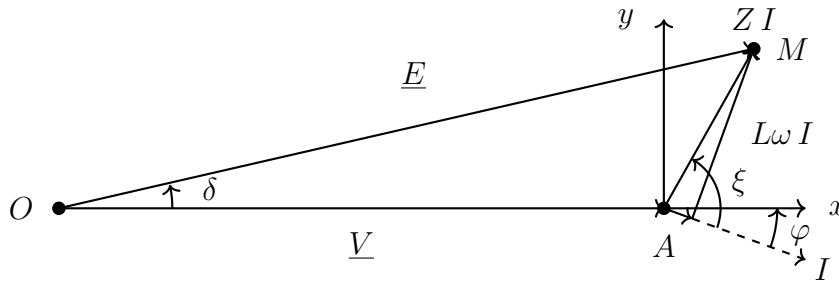


FIGURE 4 – Diagramme vectoriel (convention alternateur)

A excitation constante, M appartient au cercle de centre O et de rayon $E = M\omega I_e/\sqrt{2}$. A I débité constant, M appartient au cercle de centre A et de rayon $|Z| I$.

Diagramme des tensions La puissance apparente externe est :

$$\bar{S} = 3 V \bar{I}^* = 3 \frac{V}{|Z|} \left(|Z| \bar{I} e^{j\xi} \right)^* e^{j\xi} = 3 \frac{V}{|Z|} (Z \bar{I})^* e^{j\xi}$$

si l'on considère que le produit $Z \bar{I}$ a pour argument β ($\beta = \xi - \varphi$) :

$$Z \bar{I} = |Z| |\bar{I}| e^{j\beta}$$

on exprime la puissance apparente comme :

$$\bar{S} = 3 V |\bar{I}| e^{j(\xi - \beta)} = 3V |\bar{I}| \cos(\xi - \beta) + j3V |\bar{I}| \sin(\xi - \beta)$$

La puissance active externe est positive pour $|\xi - \beta| < \pi/2$ et la puissance réactive est positive pour $\xi - \beta$ compris entre 0 et π .

C'est le diagramme vectoriel déjà utilisé. Le plan est muni d'un système d'axes (Ax, Ay) , dans lequel le point M a pour coordonnées x et y , de sorte que

$$Z \underline{I} = x + j y$$

est représenté par le vecteur $A\vec{M}$.

Ce diagramme peut être gradué en puissance ; on distingue :

— les puissances externes

$$\underline{S}^* = 3 V \underline{I} = P_a - jQ = \frac{3V}{|Z|} (x + j y) e^{-j\xi}$$

— les puissances internes

$$\underline{S}'^* = 3 \underline{E}^* \underline{I} = P_m - j\Pi'_r$$

Graduation en puissances externes : Au lieu de projeter sur les axes (Ax, Ay) le vecteur $A\vec{M}'$, obtenu par rotation de $-\xi$ du vecteur $A\vec{M}$, il est possible de projeter directement le vecteur $A\vec{M}$ sur les axes (Ax', Ay') obtenus par rotation de ξ des axes (Ax, Ay) . Le point M se projette en m sur Ax' et en n sur Ay' .

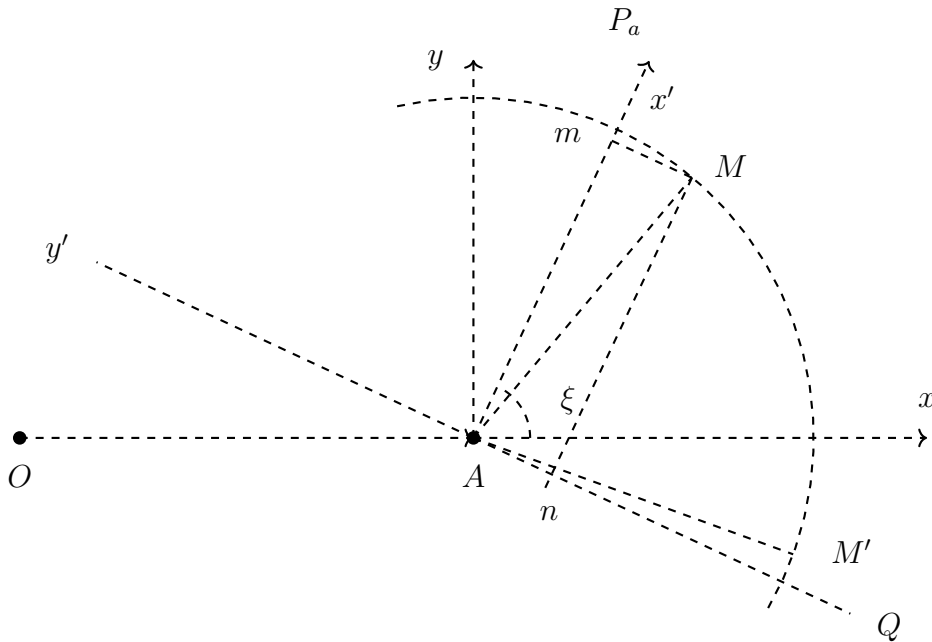


FIGURE 5 – Diagramme en puissances externes (convention alternateur)

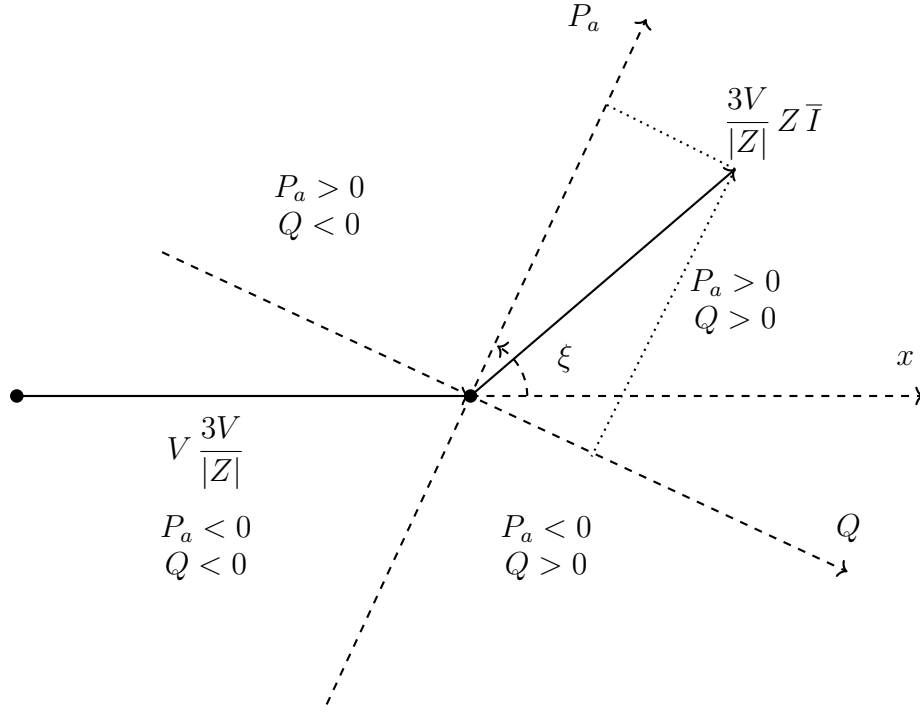


FIGURE 6 – Différentes zones de puissances (convention alternateur)

On a :

$$\begin{aligned} \frac{3V}{|Z|} \underline{Am} &= P_a \\ \frac{3V}{|Z|} \underline{An} &= -Q \end{aligned}$$

On peut ainsi définir quatre cas (Fig. 6) : on multiplie la figure précédente par $3V/|Z|$ pour avoir directement une graduation en puissances.

Si P_a est positive la machine fournit de la puissance active au réseau (cas alternateur), si elle est négative, elle en reçoit. Si Q est positive la machine fournit de la puissance réactive au réseau, si elle est négative, elle en reçoit.

Dans le cas particulier où la résistance R_s est négligée, l'angle ξ vaut $\pi/2$. On a alors un schéma simplifié (Fig. 7) où l'axe y correspond à la puissance active et l'axe x à la puissance réactive.

Stabilité L'équation mécanique est :

$$\frac{J}{p} \frac{d^2\theta}{dt^2} = \Gamma - \Gamma_c$$

où Γ est le couple moteur, Γ_c le couple de charge (y compris les frottements), et J le moment d'inertie des parties tournantes. θ est l'angle électrique, il vérifie :

$$\theta = \omega t - \frac{\pi}{2} + \delta$$

En fonctionnement synchrone, lorsque Γ_c est constant, les deux membres de l'équation (4) sont nuls et δ a une valeur constante δ_0 définie par :

$$\Gamma_c = \Gamma = \frac{3p}{\omega} \frac{EV}{|Z|} \cos(\delta_0 + \xi) - \frac{3p}{\omega} \frac{E^2}{|Z|} \cos(\xi)$$

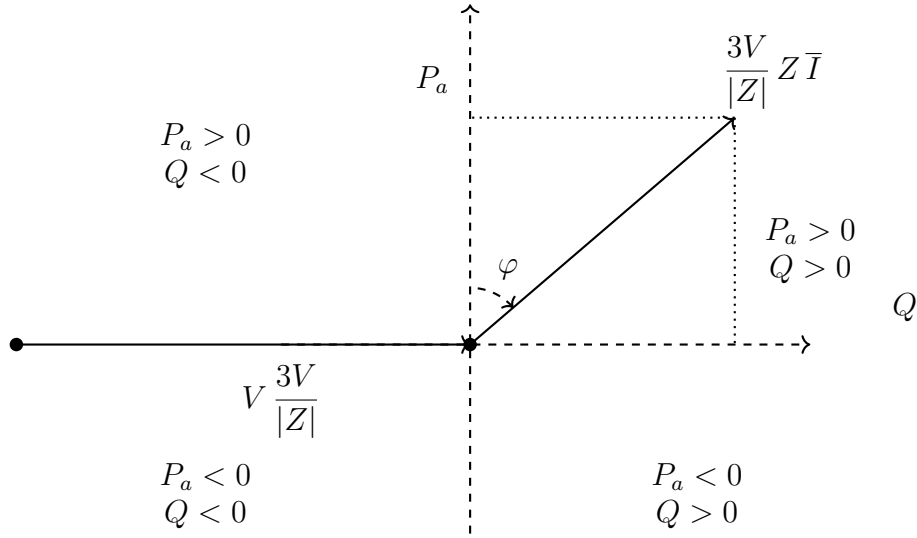


FIGURE 7 – Différentes zones de puissances (convention alternateur) pour $R_s = 0$

Γ_c peut subir une perturbation qui entraîne une variation de δ :

$$\Delta\delta = \delta - \delta_0$$

Imaginons par exemple que Γ_c subisse une impulsion de valeur $\Delta\Gamma_c$ à l'instant $t = 0$. Il en résulte un saut de la dérivée de δ , qui passe de la valeur zéro à la valeur :

$$\frac{d}{dt}(\delta)_0 = \frac{d}{dt}(\Delta\delta)_0 = \frac{p}{J} \Delta\Gamma_c$$

Petites oscillations du rotor : Γ_c étant revenu à sa valeur de consigne, lorsque $\Delta\delta$ est suffisamment petit on a :

$$\Delta(\Gamma - \Gamma_c) = \frac{\partial\Gamma}{\partial\delta}(\delta_0) \Delta\delta$$

$\Delta\delta$ répond alors à l'équation :

$$\frac{J}{p} \frac{d^2}{dt^2}(\Delta\delta) = \frac{\partial\Gamma}{\partial\delta}(\delta_0) \Delta\delta \quad (8)$$

avec les conditions initiales :

$$(\Delta\delta)_0 = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt}(\Delta\delta)_0 = \frac{p}{J} \Delta\Gamma_c$$

Condition nécessaire de stabilité Si le couple est purement synchrone, il n'y a pas de terme d'amortissement dans (8).

$\Delta\delta$ reste fini si :

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial\delta}(\delta_0) < 0$$

d'où

$$\sin(\delta_0 + \xi) > 0$$

c'est-à-dire pour un angle interne δ_0 tel que :

$$-\xi < \delta_0 < \pi - \xi \quad (9)$$

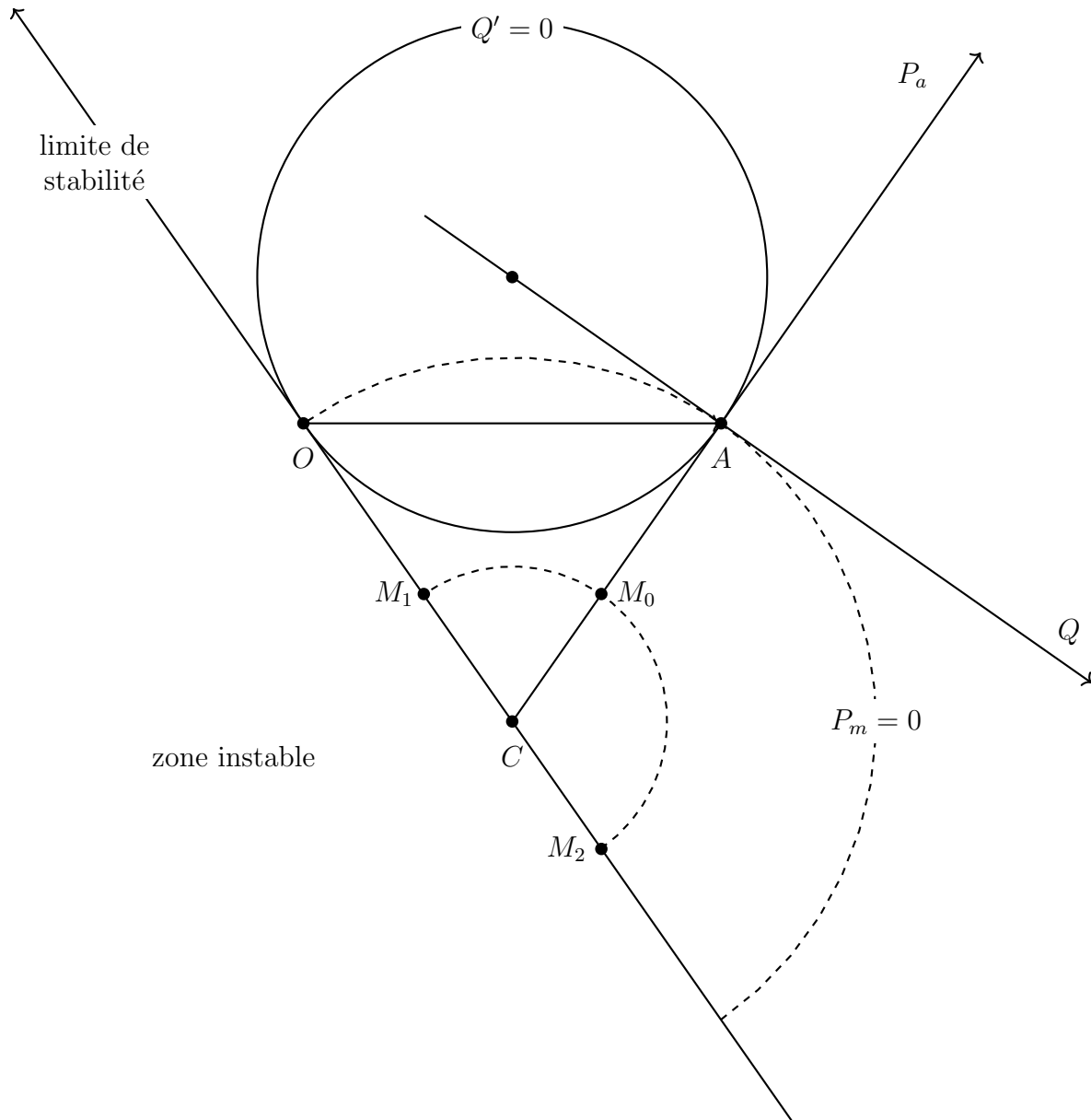


FIGURE 8 – Stabilité

Les points de fonctionnement situés en dessous de la droite OC sont donc instables.

Lorsque la condition (9) est vérifiée, le rotor subit des oscillations autour de sa position moyenne synchrone :

$$\theta = \omega t - \frac{\pi}{2} + \delta_0 + (\Delta\delta)_m \sin(\omega_0 t)$$

avec
$$\omega_0^2 = -\frac{p}{J} \frac{\partial \Gamma}{\partial \delta}(\delta_0) = \frac{3p^2}{J\omega} \frac{EV}{|Z|} \sin(\delta_0 + \xi)$$

et
$$(\Delta\delta)_m = \frac{p}{J\omega_0} \Delta\Gamma_c$$

ω_0 est la pulsation propre de l'oscillation. En l'absence de terme d'amortissement, $\Delta\delta$ ne revient pas à zéro.

Circuits amortisseurs Pour éviter cet inconvénient, le rotor est muni d'une cage d'écuréuil plus ou moins élaborée dite cage d'amortisseurs. Elle ne joue aucun rôle au synchronisme,

mais lorsque $\frac{d\theta}{dt}$ n'est plus strictement égal à ω , les courants induits dans cette cage permettent d'obtenir un couple asynchrone.

La pulsation des courants induits est $g\omega$ définie par :

$$\frac{d\theta}{dt} = (1 - g)\omega$$

De :

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega + \frac{d}{dt}(\Delta\delta)$$

on déduit que :

$$-g\omega = \frac{d}{dt}(\Delta\delta)$$

Autour de la vitesse de synchronisme, le couple asynchrone est proportionnel au glissement, il est donc de la forme :

$$-K \frac{d}{dt}\Delta\delta$$

Il s'introduit comme terme d'amortissement dans (8) qui devient

$$\frac{J}{p} \frac{d^2}{dt^2}(\Delta\delta) + K \frac{d}{dt}\Delta\delta - \frac{\partial \Gamma}{\partial \delta}(\delta_0) \Delta\delta = 0 \quad (10)$$

Grandes oscillations du rotor : Dans certaines conditions, les variations de δ sont suffisamment importantes pour que l'on ne puisse plus utiliser l'approximation précédente de $\Gamma - \Gamma_c$. On conserve alors :

$$\Gamma - \Gamma_c = \frac{3p}{\omega} \frac{EV}{|Z|} (\cos(\delta + \xi) - \cos(\delta_0 + \xi))$$

On aboutit ainsi à une équation pendulaire qui présente deux types de solutions.

Le premier terme correspond à des oscillations du rotor autour de la position synchrone, de même allure que les petites oscillations, mais à variations non sinusoïdales par rapport au temps.

Le deuxième type correspond au mouvement de révolution du pendule, donc à un “décrochage” de la machine par rapport au champ tournant. La vitesse moyenne du rotor est alors différente de la vitesse de synchronisme.

1.2 Machine synchrone en régime saturé

La saturation modifie notamment la caractéristique à vide $E(I_e)$ qui n'est plus linéaire, M diminuant lorsque I_e augmente.

Mais lorsque la machine est chargée, le champ de réaction d'induit modifie le champ principal du à I_e , de sorte que E et L dépendent de I et de I_e .

Le tracé des champs entraînés avec le rotor permet d'analyser localement les phénomènes de saturation.

Dans le cadre de l'étude de la machine à pôles lisses, nous allons adopter un point de vue externe, et utiliser une modélisation du schéma équivalent qui est justifiée *a posteriori* par les essais que l'on peut conduire sur une machine synchrone saturée.

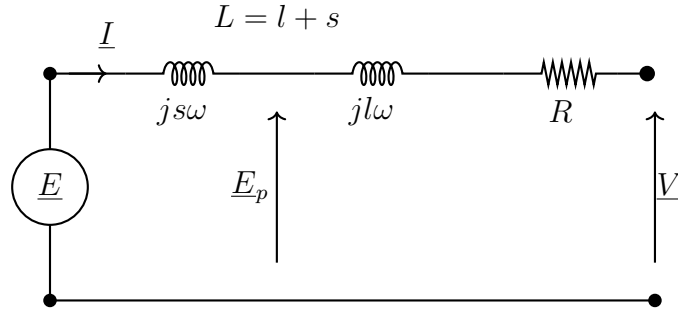


FIGURE 9 – Schéma monophasé avec saturation (convention alternateur)

Méthode de Potier Dans le schéma équivalent de la figure 1, on sépare la réactance synchrone L en deux parties : une partie saturable s et une partie non saturable l .

La d.d.p. E_p qui apparaît dans ce schéma est appelée force électromotrice de Potier, elle définit l'état de saturation de la machine puisque c'est la d.d.p. appliquée aux deux éléments saturable $\underline{E}$ et s .

On définit simultanément le courant I_p par

$$\underline{E}_p = \frac{M\omega}{\sqrt{2}} I_p$$

de sorte que le lien entre $\underline{E}_p$ et $\underline{I}_p$ est fourni par la caractéristique à vide $E(I_e)$.

Le schéma peut être transformé de la façon suivante :

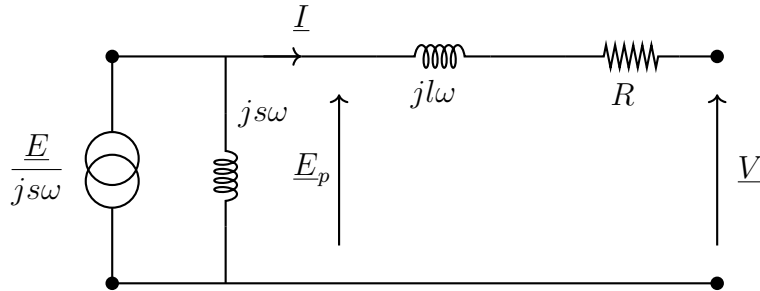


FIGURE 10 – Schéma monophasé avec saturation

A partir de :

$$\underline{E} = \frac{M\omega}{\sqrt{2}} I_e = \frac{M\omega}{\sqrt{2}} I_e e^{j\delta}$$

si on pose

$$\mu = \frac{s\sqrt{2}}{M}$$

le courant dans le générateur de courant est :

$$\frac{\underline{E}}{js\omega} = -j \frac{I_e}{\mu} e^{j\delta}$$

Par ailleurs,

$$\frac{\underline{E}_p}{js\omega} = -j \frac{I_p}{\mu}$$

d'où

$$-j \frac{I_e}{\mu} e^{j\delta} = \underline{I} - j \frac{I_p}{\mu}$$

relation que l'on retient sous la forme :

$$\underline{I}_p = I_e e^{j\delta} - j\mu \underline{I}$$

Lorsque l'on connaît μ et l , la donnée de I_e et $\underline{I}$ (en grandeur et en phase) permet de déterminer le courant de Potier $\underline{I}_p$, puis $\underline{E}_p$ et $\underline{V}$.

Le courant de Potier comporte deux termes : le premier terme est lié au courant inducteur, le deuxième est un terme de réaction d'induit.

L'intérêt de l'introduction de $\underline{I}_p$ et de $\underline{E}_p$ réside dans le fait que μ est sensiblement constant, s et M variant de la même manière avec l'état de saturation de la machine : s correspond en effet à la partie du flux statorique qui traverse le rotor.

Construction de Potier En pratique, l'alternateur étant branché sur un réseau imposant la tension V , on cherche à lui faire débiter le courant I sous un certain $\cos \varphi$. Il faut alors déterminer l'excitation nécessaire I_e .

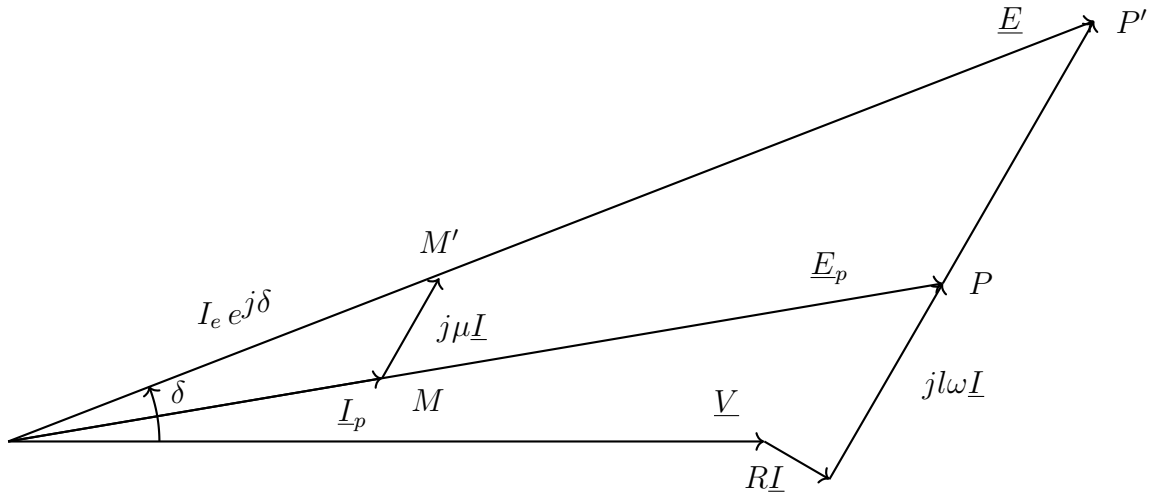


FIGURE 11 – Construction de Potier

On trace tout d'abord les représentations vectorielles de V , $R\underline{I}$, $j\omega \underline{I}$ d'où $\underline{E}_p$. On obtient $\underline{I}_p$ à partir de $\underline{E}_p$ sur la caractéristique à vide, que l'on porte sur le diagramme en phase avec $\underline{E}_p$. On trace alors $j\mu \underline{I}$, puis :

$$I_e e^{j\delta} = \underline{I}_p + j\mu \underline{I}$$

On obtient alors $\underline{E}$ à l'intersection des représentations de $I_e e^{j\delta}$ et $j\omega \underline{I}$ puisque le déphasage entre $\underline{E}$ et V est δ :

Les triangles OMM' et OPP' sont homothétiques, et :

$$\frac{PP'}{MM'} = \frac{E}{I_e} = \frac{E_p}{I_p} = \frac{M\omega}{\sqrt{2}}$$

$\underline{PP'}$ est donc la représentation de $j\omega \underline{I}$.

Essais de la machine synchrone nécessaire à la détermination de μ et $l\omega$ Dans le cas des alternateurs de grande puissance, il n'est pas possible de procéder à des essais en charge. On effectue :

- un essai à vide qui fournit $E(I_e)$

- des essais en courant dewatté (sur inductances) pour différentes valeurs du courant I_d , qui fournissent des courbes $V_d(I_e)$ paramétrées en I_d .

Ces essais permettent de déterminer μ et $l\omega$ et de réaliser la construction de Potier pour un point de fonctionnement quelconque.

Lors de l'essai en courant dewatté $I_d = j\underline{I}$, l'angle δ est pratiquement nul et la construction de Potier conduit à :

$$\begin{array}{ccc} \xrightarrow{\quad I_e \quad} & & I_p + \mu I_d = I_e \\ \quad \quad \quad I_p \quad \quad \mu I_d & & \\ \xrightarrow{\quad E_p \quad} & & V_d + l\omega I_d = E_p \\ \quad \quad \quad V_d \quad \quad l\omega I_d & & \end{array}$$

FIGURE 12 – Essai en dewatté

On passe donc de la caractéristique à vide à celle en courant dewatté en effectuant une translation de vecteur $(-\mu I_d, -l\omega I_d)$.

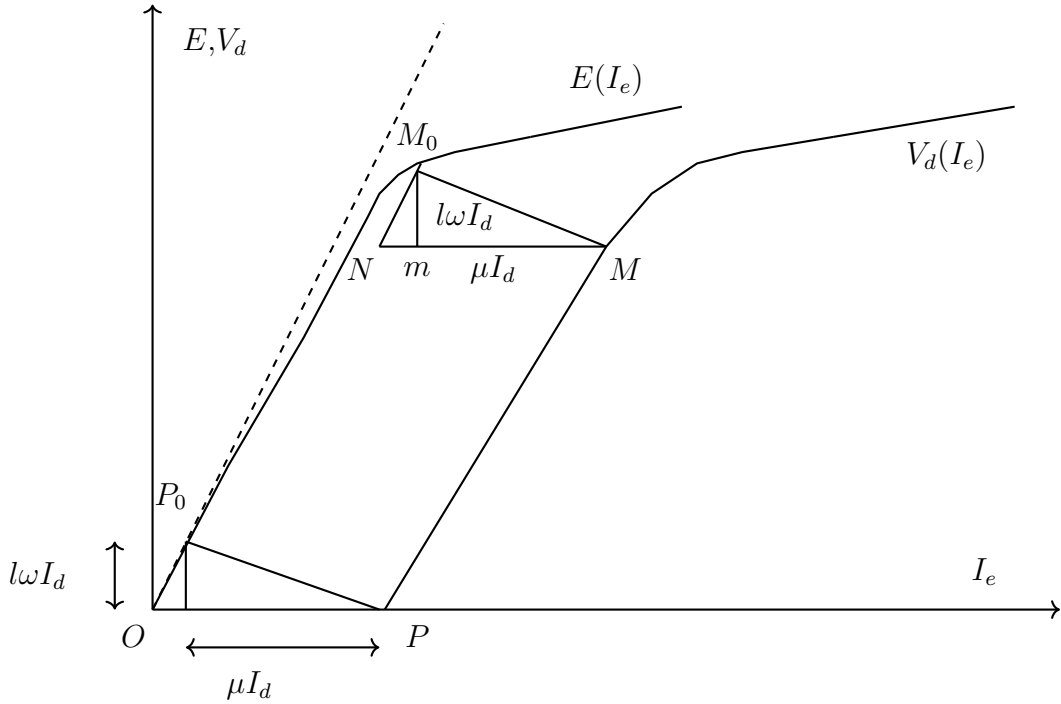


FIGURE 13 – Construction de Potier

Si on fait l'hypothèse que μ et $l\omega$ sont constants, tout point de la caractéristique en dewatté peut être obtenu par cette translation à partir d'un point de la caractéristique à vide.

Ainsi le point P peut s'obtenir à partir de P_0 , OP étant l'excitation nécessaire pour fournir le courant I_d en court-circuit.

Si on transporte P en M , P_0 est transporté en un point M_0 de la caractéristique à vide et O est transporté en N , M_0N restant parallèle à P_0O .

D'où la construction :

A partir de M , on construit $\vec{MN} = \vec{PO}$, puis on trace la droite passant par N et parallèle à la partie rectiligne de la caractéristique à vide, elle coupe la caractéristique à vide en M_0 (Figure 13).

D'où :

$$\begin{aligned} M_0 m &= l\omega I_d \\ Mm &= \mu\omega I_d \end{aligned}$$

Il faut vérifier en quelques points la validité des hypothèses $\mu = \text{const}$ et $l\omega = \text{const}$.

Méthode de Behn-Eschenburg Elle suppose que E et L ne dépendent que de I_e . On utilise la caractéristique en court-circuit $I_c(I_e)$ et la caractéristique à vide $E(I_e)$.

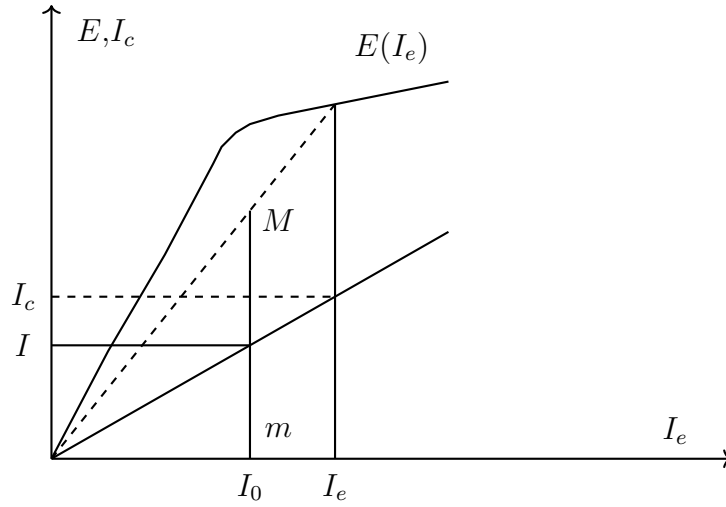


FIGURE 14 – Construction Behn-Eschenburg

On part d'une valeur estimée de I_e . En court-circuit :

$$0 = E(I_e) - |Z(I_e)| I_c$$

D'où

$$|Z(I_e)| = \frac{E(I_e)}{I_c}$$

et

$$|Z(I_e)| I = E(I_e) \frac{I}{I_c} = E(I_e) \frac{I_0}{I_c}$$

Ainsi $|Z(I_e)| I$ est mesuré par mM sur le graphique.

On procède alors à la construction du diagramme du dipôle, le point de fonctionnement étant déterminé, comme précédemment, par approximations successives.

1.3 Mise en œuvre des machines synchrones

Couplage d'une machine synchrone sur un réseau On peut être conduit coupler un alternateur synchrone sur un réseau après l'avoir amené à sa vitesse de synchronisme : il est entraîné à vide par la turbine à sa vitesse de synchronisme.

Au moment du couplage les tensions, du côté du réseau et du côté de la machine, doivent présenter les mêmes amplitudes, les mêmes fréquences et les mêmes phases.

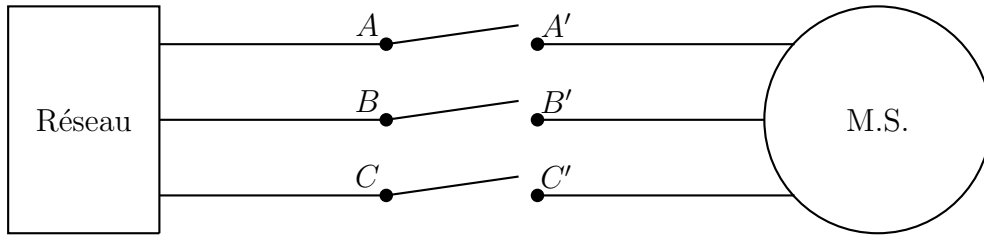


FIGURE 15 – Couplage au réseau

Le sens de rotation des phases étant le même de part et d'autre du contacteur, on règle approximativement l'égalité des tensions et des fréquences en agissant sur l'excitation de l'alternateur et sur la vitesse de la turbine.

On peut intercaler à cet effet trois lampes aux bornes du contacteur. Lorsque les systèmes

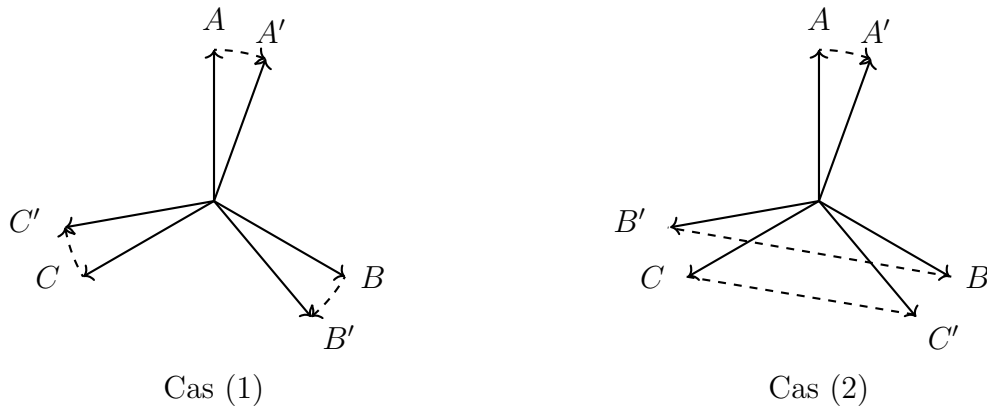


FIGURE 16 – Tensions aux bornes des lampes

de tension sont de même sens (cas (1) Fig. 16), les d.d.p. alimentant les trois lampes varient lentement avec la pulsation $\omega - \omega'$, on observe des “feux battants”. On couple à l'extinction des trois lampes.

Lorsque les systèmes de tensions sont de sens contraire (cas (2) Fig. 16), les maxima et les minima de l'éclairement ne sont pas simultanés; si les trois lampes étaient placées aux sommets d'un triangle équilatéral, on observerait des “feux tournants”. Il convient d'échanger deux fils de ligne, et on est ramené au cas (1).

Ce système de lampes ne fonctionne que sur des machines de faible tension : les lampes doivent pouvoir fonctionner à 2V.

1.4 Exercice

L'alternateur synchrone a pour caractéristiques $230/400V$, $50Hz$, $p = 3$, $12kVA$, $R_s = 0.5\Omega$, $R_r = 3\Omega$.

1) Donner sa vitesse de synchronisme, son courant nominal.

2) L'alternateur synchrone est en entrainé à sa vitesse de synchronisme à vide. La tension de phase est relevée en fonction du courant d'excitation. Tracer la force-électromotrice E en fonction de I_e .

$I_e(A)$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
V (V)	0	38.3	76.7	115	149	178	201	221	238	250	261	270	278
$I_e(A)$	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11	11.5	12	
V (V)	286	291	296	301	305	309	312	316	319	321	323	326	

L'alternateur synchrone est en entrainé à sa vitesse de synchronisme. Il est court-circuité. Le courant de phase est relevé en fonction du courant d'excitation. Le tracer sur la même figure.

$I_{ecc}(A)$	0.25	0.5	1	1.5	2
$I_{cc}(A)$	2.62	5.28	10.6	15.9	20.6

3) Modèle linéaire - réseau isolé

L'alternateur débite sur une charge $Z_{ch} = 25e^{j\pi/4}$. On souhaite que la tension soit de $230V$: calculer le courant d'excitation correspondant. Faire de même pour une charge $Z_{ch} = 25e^{-j\pi/4}$.

4) Modèle linéaire - réseau isolé

L'alternateur débite sur une charge variable $Z_{ch} = \alpha e^{j\pi/4}$, avec $\alpha \in [1, 40]\Omega$. Le courant d'excitation est de $3A$. Tracer la tension en fonction de α . Faire de même pour $Z_{ch} = \alpha e^{-j\pi/4}$.

5) Modèle linéaire - réseau infini

L'alternateur débite sur un réseau infini : la tension de sortie est fixée par le réseau à $230V$. Calculer le courant d'excitation pour débiter $\bar{S} = 5000 + j8000VA$ sur le réseau. Même question pour $\bar{S} = 5000 - j8000VA$. Commenter.

6) Saturation - réseau isolé

L'alternateur débite sur une charge $Z_{ch} = 25e^{j\pi/4}$. On souhaite que la tension soit de $230V$: calculer le courant d'excitation correspondant. Faire de même pour une charge $Z_{ch} = 25e^{-j\pi/4}$.

7) Saturation - réseau infini

L'alternateur débite sur un réseau infini : la tension de sortie est fixée par le réseau à $230V$. Calculer le courant d'excitation pour débiter $\bar{S} = 5000 + j8000VA$ sur le réseau. Même question pour $\bar{S} = 5000 - j8000VA$. Commenter. Déterminer le rendement.