

La résolution de problèmes

Éléments didactiques

Premier problème : le plus grand produit

On choisit un nombre, par exemple 11. On décompose ce nombre comme une addition de termes, par exemple $11 = 4 + 1 + 6$.

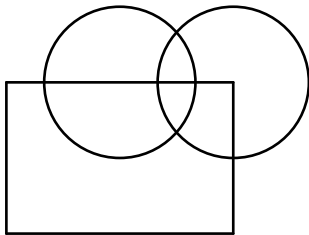
Ensuite, on remplace les additions par des multiplications : l'expression devient $4 \times 1 \times 6$. On obtient 24.

Peut-on obtenir par ce procédé un nombre plus grand ? Quel est le maximum possible ?

Et en partant de 16 ? Et en partant de 24 ?

Deuxième problème : le rectangle et les deux cercles

On trace dans le plan un rectangle et deux cercles. Puis on compte les points d'intersection.



Voici un exemple avec 6 points d'intersection.

Combien peut-il y avoir de points d'intersection au maximum ?

Qu'est-ce qu'un problème (mathématique) ?

Qu'est-ce qu'un problème (mathématique) ?

De nombreuses réponses possibles qui peuvent dépendre du point de vue (mathématicien, psychologue, éducateur, etc.).

Qu'est-ce qu'un problème (mathématique) ?

De nombreuses réponses possibles qui peuvent dépendre du point de vue (mathématicien, psychologue, éducateur, etc.).

Des éléments caractéristiques d'un problème en mathématiques :

- une situation dans laquelle des questions peuvent se poser
- sans pouvoir fournir de réponse immédiate
- le recours à la mémorisation est insuffisant ou inutile

On peut ajouter d'autres éléments (ex : pas de procédure de résolution induite).

L'analyse d'une résolution de problème présente des analogies avec le modèle OHERIC (démarche scientifique).

Compétences et savoirs-faire du problème

- permet l'apprentissage d'une notion,
- fait travailler la construction d'un processus de résolution (essai-erreur),
- développe les représentations mentales et les correspondances internes aux champs mathématiques.
- développe la capacité de synthèse.
- développe l'argumentation, la communication.

Les différents rôles du problème

Typologie de Charnay (1992)

- La situation-problème : construit une nouvelle connaissance.
- Le problème de réinvestissement (ou d'application) : consolide et entraîne.
- Le problème de transfert : étend l'utilisation d'une notion.
- Le problème de synthèse (ou problème complexe) : développe les capacités d'organisation et de réflexion (nécessite plusieurs connaissances indépendantes).
- Le problème d'évaluation : permet de mesurer le niveau de maîtrise d'une connaissance.
- Le problème ouvert (au sens élève) : développe les capacités à chercher.

Les différents rôles du problème

D'autres terminologies et typologies existent (Houdement ; Arsac, Germain et Mante) : problème pour chercher, problème à prise d'initiative, problème atypique ...

Un même problème peut rentrer dans différentes catégories selon les connaissances accessibles aux élèves !

Un type de problème qui répond à des caractéristiques :

- est porteuse de sens pour l'élève,
- doit permettre la mobilisation de connaissances diverses,
- peut être décomposée en différentes tâches,
- peut mener à un(e) déséquilibre / conflit / rupture entre connaissances,
- fait partie intégrante d'un processus d'apprentissage.

Exemple de problème

"Un fermier veut ranger 250 œufs dans des boîtes. Chacune de ces boîtes peut contenir 6 œufs. Combien lui faut-il de boîtes ?"

Exemple de problème

"Un fermier veut ranger 250 œufs dans des boîtes. Chacune de ces boîtes peut contenir 6 œufs. Combien lui faut-il de boîtes ?"

Début de cycle 2 : problème ouvert (représentations schématisées).

Exemple de problème

"Un fermier veut ranger 250 œufs dans des boîtes. Chacune de ces boîtes peut contenir 6 œufs. Combien lui faut-il de boîtes ?"

Début de cycle 2 : problème ouvert (représentations schématisées).

Milieu de cycle 2 : situation-problème (introduction à une procédure experte).

Exemple de problème

"Un fermier veut ranger 250 œufs dans des boîtes. Chacune de ces boîtes peut contenir 6 œufs. Combien lui faut-il de boîtes ?"

Début de cycle 2 : problème ouvert (représentations schématisées).

Milieu de cycle 2 : situation-problème (introduction à une procédure experte).

Début de cycle 3 : problème d'application (technique opératoire).

Bref historique (1/2)

- Début du rôle important accordé à l'enseignement des mathématiques : début du vingtième-siècle.
- Jusqu'au milieu du vingtième-siècle : mathématiques "concrètes", situations professionnelles.
- Mathématiques modernes (années 70) : mathématiques axiomatiques et structurelles.
- Programmes de 1977-1978-1980 : situation-problème pour introduire les notions nouvelles ou appliquer des propriétés.
- Programmes de 1985 : contre-réforme, (ré)introduction du problème (élargissement du champ).

Bref historique (2/2)

- Programmes de 1995 : spécifique pour la recherche d'information, le tri de données, la recherche d'une question.
- Programmes de 2002 : problèmes pour chercher ; place centrale dans la construction et l'appropriation des connaissances mathématiques.
- Programmes de 2008 : recentrage sur l'apprentissage de notions mathématiques.
- Programmes de 2015 : focus sur les grandes compétences.
- Programmes actuels (2024, 2025) : retour sur résoudre **des** problèmes (arithmétiques).

Les différents temps de travail du problème

- appropriation du problème (individuelle),
- phase de recherche (individuelle ou en groupe),
- phase de restitution/mise en commun : confrontation, analyse des erreurs,
- phase de synthèse : institutionnalisation.

Situation de départ

Doit permettre de comprendre l'enjeu du problème et d'identifier les données utiles, manquantes, parasites (décontextualisation).

Principaux obstacles : mauvaise représentation, mauvaise compréhension (implicite/explicite, consigne), absence de liens avec des expériences et connaissances antérieures, mauvaise gestion des paramètres (oubli, ajout de contrainte).

Remédiation : travail de lecture (vocabulaire non acquis ou conflictuel) et de reformulation, illustration et mise en scène de la situation, manipulation.

Constitue d'un temps d'appel de connaissances, compétences et de restructuration de savoirs, elle doit permettre d'observer, d'expérimenter, de se questionner.

Principaux obstacles : mauvaise identification de la tâche (catégorisation, reconnaissance d'action, schématisation), mauvais choix d'opération, méconnaissance de règles calculatoires (techniques automatisées, répertoire de nombres connus : dizaines, doubles), mauvaise articulation/interprétation des calculs.

Remédiation : simplification du problème en jouant sur les variables didactiques : mots inducteurs, ordre des informations, questions intermédiaires, nombres/grandeurs/formes utilisées.

Cette phase doit permettre la comparaison de procédures, le regroupement d'idées similaires, la confrontation de points de vue, l'analyse d'erreurs ou limites de procédures.

Elle aboutit à la synthèse : récapitulation des procédures en les hiérarchisant selon leur pertinence, puis institutionnalisation d'une procédure experte lorsqu'elle existe.

Savoir casser le contrat didactique tacite

- il existe des problèmes sans solution,
- il existe des problèmes avec plusieurs solutions,
- un problème n'utilise pas toujours la dernière opération apprise,
- un problème peut nécessiter une information complémentaire,
- on peut partir de la solution pour retrouver la question.

Quelques archétypes de mauvais énoncés

Principalement sources de difficultés relatives à la compréhension et au sens mathématique.

- "vieux problèmes" : baignoire qui fuit, arpenteur qui mesure, rentier qui compte ses obligations ...
- "problèmes modernes" (mathématiques modernes) : fonctions, ensembles, graphes ...
- "âge du capitaine" (Baruk) : vide de sens.

Résolution arithmétique, résolution algébrique

On parle de résolution arithmétique lorsque la procédure de résolution s'appuie sur des données connues (nombres). Une résolution est de nature algébrique dès qu'il est nécessaire de nommer puis manipuler des données non connues (indéterminée, inconnue, variable).