

Algèbre, calcul littéral

Relations correctes ou non ?

- (a) $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$ est faux
- (b) $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$ est vrai, et plus généralement $(a \times b)^2 = a^2 \times b^2$
- (c) $(2^3)^2 = 2^{3+2}$ est faux
- (d) $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2}$ est vrai, et plus généralement $(a^b)^c = a^{b \times c}$
- (e) $\frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{2}{3}$ est vrai, et plus généralement $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$ (avec k non nul)
- (f) $\frac{2 + 5}{3 + 5} = \frac{2}{3}$ est faux
- (g) $\sqrt{2 + 3} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ est faux (le carré de $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ est supérieur à 5)
- (h) $\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$ est vrai, et plus généralement $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Version

Les expressions attendues (d'autres expressions ne sont pas forcément fausses) :

- $(3 \times n + 2) \times n - 5$
- $\sqrt{\frac{n^3 - n}{n}} + 1$

Résolution d'équations

Voici diverses équations à résoudre. Commentez les résultats.

- (a) $7x + 8 = 13x - 7$: une unique solution qui est $\frac{15}{6} = 2,5$
- (b) $x \times (x + 1) = x^2 - 6$: une unique solution qui est -6
- (c) $x \times (x + 1) - x = x \times x$: cette équation est vraie pour toute valeur de x
- (d) $(x + 1) \times (x - 2) = x \times (x - 1)$: cette équation est fausse pour toute valeur de x

Le tapis

Soient x et y les dimensions du tapis. Il y a alors $x \times y$ petits carrés en tout, dont $(x - 2) \times (y - 2)$ petits carrés bleus et $2x + 2y - 4$ petits carrés verts. Dire qu'il y a autant de carrés bleus que de carrés verts revient à dire que la moitié de tous les carrés sont bleus, ou verts.

On peut ainsi écrire : $x \times y = 2 \times (x - 2) \times (y - 2) = 2 \times (2x + 2y - 4)$ (une seule relation suffit).

Le grand cube

Avec 6 petits cubes par côté : il y a 8 cubes avec 3 faces peintes (les sommets du grand cube) ; il y a 12 arêtes dans le grand cube avec pour chacune 4 petits cubes ayant 2 faces peintes, donc en tout $12 \times 4 = 48$ tels cubes, et il y a 6 faces avec pour chacune 4×4 cubes avec une seule face peinte, soit en tout 96 tels cubes. Si l'on remplace 6 par n , on obtient respectivement 8 ; $12 \times (n - 2)$ et $6 \times (n - 2)^2$.