

Correction des exercices de système décimal

1994 Limoges

Soit $\overline{du}$ l'écriture d'un nombre à deux chiffres. L'expression algébrique de ce nombre est $10d + u$. L'énoncé nous fournit les relations suivantes : $d + u = 9$ et $(10d + u) - (10u + d) = 45$, soit $9d - 9u = 45$ ou encore $d - u = 5$ après simplifications. Comme $d = 5 + u$, on obtient $(5 + u) + u = 9$, soit $u = 2$ et $d = 7$; le nombre recherché est 72.

2003 Bordeaux et al.

Soit $\overline{cd u}$ l'écriture d'un nombre à trois chiffres ; son expression algébrique est $100c + 10d + u$. L'énoncé nous fournit les relations suivantes :

- $c + d + u = 16$,
- $(100d + 10c + u) - (100c + 10d + u) = 450$, soit $90d - 90c = 450$ ou $d - c = 5$ après simplifications,
- $(100u + 10d + c) - (100c + 10d + u) = 198$, soit $99u - 99c = 198$ et $u - c = 2$ après simplifications.

Comme $d = 5 + c$ et $u = 2 + c$, il vient $c + 5 + c + 2 + c = 16$, soit $3c = 16 - 9$ et $c = 3$, ainsi $d = 8$ et $u = 5$ et le nombre recherché est 385.

Exercice 3

Il y a 10 palindromes constitués d'un seul chiffre, 9 palindromes constitués de 2 chiffres, 90 palindromes constitués de 3 chiffres (l'écriture générique est $\overline{aba}$, a n'étant pas le chiffre 0) et 90 palindromes constitués de 4 chiffres (l'écriture générique est $\overline{abba}$, a n'étant pas le chiffre 0).

Si $n = 2k + 1$ est impair, il y a 9×10^k palindromes. Si $n = 2k$ est pair, il y a $9 \times 10^{k-1}$ palindromes.

Exercice 4

Il y a 15 écritures décroissantes de taille 3 commençant avec le chiffre 6 : 654, 653, 652, 651, 650, 643, 642, 641, 640, 632, 631, 630, 621, 620, 610.

Il y a 20 écritures décroissantes de taille 4 commençant avec le chiffre 6 : 6543, 6542, 6541, 6540, 6532, 6531, 6530, 6521, 6520, 6510, 6432, 6431, 6430, 6421, 6420, 6410, 6321, 6320, 6310, 6210.

Il n'y a pas d'écriture décroissante de taille 8 commençant avec le chiffre 6.

Lille 1996

1. 258, 285, 528, 582, 825, 852 (6 façons de classer 3 nombres).
2. Chaque chiffre apparaît 2 fois en position de centaines, deux fois en position de dizaines, deux fois en position d'unité. On peut réagencer la somme en utilisant les décompositions canoniques des nombres.
3. D'après la question précédente, $S = 222 \times (4 + 7 + 9) = 4440$.

Lyon 2005

- 1) 90 nombres à 2 chiffres, 900 nombres à 3 chiffres, 9000 nombres à 4 chiffres.
- 2) a) 9 nombres avec 3 chiffres identiques.
- b) Le chiffre des centaines c peut être tout chiffre non nul, soit 9 possibilités. Le chiffre des dizaines d est différent de c mais peut être nul, soit 9 possibilités. Le chiffre des unités u est différent de c et de d , ce qui laisse 8 possibilités. On peut ainsi obtenir $9 \times 9 \times 8 = 648$ nombres.
- 2) c) $900 - 9 - 648 = 243$ nombres.
- d) Vrai car $900 - 648 = 252$ représente bien 28% de 900.

Clermont-Ferrand 1994

1) On calcule en premier les chiffres 7 qui vont apparaître en position d'unité. On doit pour cela calculer le nombre d'écritures de nombres entre 1 et 1996 qui se terminent par 7. La plus petite est 7 et la plus grande 1987 ; cela fait 199. De même, on calcule le nombre de chiffres 7 utilisés en position de dizaines, il y en a 200, et pareil pour le nombre de chiffres 7 en position de centaines ; il n'y en a aucun en position de milliers. Ainsi, on utilise en tout $199+200+200+0=599$ chiffres 7.

2) Il y a 9 écritures de nombres constitués d'un seul caractère (entre 1 et 9), cela fait 9 caractères à écrire, donc lorsque l'on a terminé d'écrire le nombre 9, il reste $6869 - 9 = 6860$ caractères à écrire.

Il y a 90 écritures de nombres constituées de deux caractères (entre 10 et 99), cela fait $90 \times 2 = 180$ caractères à écrire ; lorsque l'on a terminé d'écrire le nombre 99, il reste $6860 - 180 = 6680$ caractères à écrire.

Il y a 900 écritures de nombres constituées de trois caractères (entre 100 et 999), cela fait $900 \times 3 = 2700$ caractères à écrire ; lorsque l'on a terminé d'écrire le nombre 999, il reste $6680 - 2700 = 3980$ caractères à écrire.

Comme $9000 \times 4 > 3980$, on ne pourra pas écrire toutes les écritures de nombres constituées de quatre caractères, mais seulement $3980 : 4 = 995$ nombres. Le premier d'entre eux est 1000 donc le dernier est $1000 + 995 - 1 = 1994$. Le livre comporte ainsi 1994 pages.