

Correction des exercices de dénombrement

2016 Groupement 3

On peut désigner par A le nombre d'élèves qui sont partis en vacances uniquement l'hiver, B le nombre d'élèves qui sont partis en vacances l'hiver et l'été, C le nombre d'élèves qui sont partis en vacances uniquement l'été, et D le nombre d'élèves qui ne sont pas partis en vacances. Alors $A+B+C+D=25$; $A+B=10$; $B+C=8$ et $B=5$. On en déduit $A=5$, $C=3$ et $D=25-13=12$, donc l'affirmation est vraie.

2014 Groupement 3

Si l'affirmation est vraie, alors, comme toutes les chaussettes sont rouges sauf 2, on en déduit qu'il y a 4 chaussettes rouges ; de même, il y a 4 chaussettes bleues et 4 chaussettes vertes. Cela contredit le nombre total de chaussettes qui doit être égal à 6.

1995 Nice

a) Le nombre de codes possible est $10^4 = 10000$. La durée nécessaire en secondes pour les essayer tous est $10000 \times 10 = 100000$.

Exercice 4

- 1) Il y a 4 façons de placer un pion sur chaque ligne, donc en tout $4^4 = 256$ façons de placer les jetons.
- 2) Il y a 4 façons de placer un pion sur la première ligne. Il reste 3 façons de placer un pion sur la deuxième ligne, puis 2 façons de placer un pion sur la troisième ligne, et il ne reste plus qu'une case possible pour le dernier. Cela fait ainsi $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ possibilités.

2008 Groupement 4

- 1) 11333, 13133, 13313, 13331, 31133, 31313, 31331, 33113, 33131, 33311 (dix possibilités de choisir deux positions parmi 5).
- 2) Soient a et b les chiffres utilisés ; on suppose que le chiffre a est plus utilisé que le chiffre b. Deux cas de figure possibles : on utilise 4 fois a et une seule fois b, donc $4a+b=11$, ou bien on utilise 3 fois a et deux fois b, alors $3a+2b=11$. Dans le premier cas, on peut avoir $b=3$ et $a=2$ ou $b=7$ et $a=1$. Dans le deuxième cas, on peut avoir $b=1$ et $a=3$ ou $b=4$ et $a=1$.
- 3) Dans le premier cas de figure, il y a 1 choix parmi 5 possibles pour placer le chiffre b, donc on peut constituer 5 nombres. Dans le deuxième cas de figure, il y a 2 choix parmi 5 possibles pour placer les deux chiffres b, ce qui fait 10 nombres possibles. En tout, on a donc $5 + 5 + 10 + 10 = 30$ nombres possibles.

1997 Corse

- a) Il y a 15 façons de choisir deux points parmi 6 (si l'on désigne les points par les lettres A, B, C, D, E et F : AB, AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF, CD, CE, CF, DE, DF, EF).
- b) Choisir 2 points parmi 6 revient à ne pas en choisir 4 (chaque caractère à 2 points est le complémentaire d'un unique caractère à 4 points), donc il y a autant de caractères à 2 points qu'à 4 points, soit 15.