

Rationnels et décimaux - niveau 1

Paris 1992

Intercaler une fraction entre $\frac{15}{21}$ et $\frac{16}{21}$.

Versailles 1992

On considère le nombre $A = \frac{45\,501}{56}$.

- 1) Trouver les deux entiers consécutifs qui encadrent A.
- 2) Calculer sous forme de fraction l'écart de A à chacun de ces deux nombres.

Aix-Marseille, Corse, Martinique, Montpellier, Nice, Toulouse 2003

Pour chacun des nombres suivants, préciser s'il est décimal ou non et justifier votre réponse :

$$\frac{17}{8}, \frac{8}{17}, \frac{2794}{55}, \frac{1096}{152}.$$

Besançon 1997

On donne les nombres rationnels suivants : $A = \frac{364}{1001}$, $B = \frac{384}{275}$.

- a) Les nombres A et B sont-ils des nombres décimaux ?
- b) Le nombre $A + B$ est-il un nombre décimal ?

Amiens 1998

On considère deux nombres $\frac{29}{55}$ et $\frac{39}{75}$.

- a) Sont-ils des nombres décimaux ?
- b) Comparer ces deux nombres.
- c) Trouver un nombre décimal strictement compris entre ces deux nombres.
- d) Trouver une fraction qui ne soit pas un nombre décimal, strictement comprise entre ces nombres.

Nice 1998

Écrire un entier à la place du point pour que l'écriture fractionnaire désigne :

Un entier naturel	Un décimal non entier	Un rationnel non décimal
$\frac{\cdot}{85}$	$\frac{\cdot}{85}$	$\frac{\cdot}{85}$
$\frac{85}{\cdot}$	$\frac{85}{\cdot}$	$\frac{85}{\cdot}$

Bordeaux 1993

1) Simplifier, en explicitant, les fractions suivantes (les réponses sont à fournir sans utiliser de calculatrice) : $\frac{352}{44}$, $\frac{4242}{2828}$, $\frac{242424}{323232}$, $\frac{32032}{77}$.

2) Comparer, en précisant la méthode utilisée, les nombres A et B suivants : $A = 1 + \frac{9}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3}$,
 $B = 2 + \frac{1}{7} + \frac{6}{7^2} + \frac{5}{7^3}$.

Rationnels et décimaux - niveau 2

Grenoble, Lyon 2002

Le quotient de deux entiers naturels peut avoir une écriture décimale qui "ne se termine pas". Par exemple, $\frac{2}{3} = 0.666\dots$; $\frac{227}{110} = 2,06363\dots$

L'écriture décimale est alors périodique à partir d'un certain rang, c'est-à-dire que la même séquence de chiffres finit par se répéter indéfiniment.

On écrit : $\frac{2}{3} = 0.\overline{6}$ (période "6" à un chiffre) et $\frac{227}{110} = 2,0\overline{63}$ (période "63" à deux chiffres).

1- On considère le nombre $x = 0,\overline{9}$ ayant une période à un chiffre.

a) Comparez $10x$ et $9+x$.

b) Démontrez : $0,\overline{9} = 1$ (on pourra, par exemple, utiliser a)).

2- Déterminez une écriture fractionnaire de $19,\overline{78}$ (on pourra remarquer que $19,\overline{78}$ s'écrit $19 + 0,\overline{78}$).

Aix-Marseille 1997

On considère le rationnel dont l'écriture à virgule est $r = 2,\overline{370}$, la période étant 370.

Question 1

Écrire ce rationnel sous la forme d'un rapport de deux entiers premiers entre eux.

Question 2

La division euclidienne de 64 par 27 permet d'écrire l'égalité $\frac{64}{27} = 2 + \frac{10}{27}$

a) Effectuer la division euclidienne de 100 par 27. En déduire l'égalité $\frac{64}{27} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{1}{10}(\frac{19}{27})$, et en déduire le chiffre des dixièmes de l'écriture à virgule de $\frac{64}{27}$.

b) Répéter la procédure pour trouver le chiffre des centièmes et le chiffre des millièmes de $\frac{64}{27}$.

c) Retrouver en utilisant ces calculs :

- pourquoi l'écriture décimale de $\frac{64}{27}$ est périodique et infinie,
- pourquoi on obtient par ce procédé un seul chiffre à chaque quotient.

Question 3

Utiliser l'égalité écrite en 2a) pour donner une valeur exacte de l'erreur commise en remplaçant $\frac{64}{27}$ par l'écriture décimale 2,3.

Quelle serait l'erreur commise en choisissant comme valeur approchée 2,4? Pourquoi cette erreur est-elle inférieure à un dixième?

Martinique 2004

1. Indiquer si chacune des égalités suivantes est vraie ou fausse : $\frac{1}{20} = 0,50$; $\frac{1}{5} = 0,2$; $\frac{1}{3} = 0,333$;

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}; \sqrt{2} = 1,414; \pi = 3,14.$$

2. Ranger dans l'ordre croissant les décimaux : 1,7; 1,07; 1,109; 1,81.

3. Donner deux décimaux compris entre 1,102 et 1,12.

4. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible : $A = \frac{5}{8} + 0,25$; $B = \frac{2}{10} + \frac{7}{4} + 0,15$.