

Éléments de correction nombres rationnels et décimaux

Note : dans un certain nombre d'exercices, plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour parvenir au résultat.

Versailles 1992

1) Le quotient dans la division euclidienne de 45501 par 56 est 812 donc la fraction $\frac{45501}{56}$ est comprise entre 812 et 813.

2) Comme $812 = \frac{45472}{56}$ et $813 = \frac{45528}{56}$, les écarts sont respectivement $\frac{29}{56}$ et $\frac{27}{56}$.

Paris 1992

On a $\frac{15}{21} = \frac{30}{42}$ et $\frac{16}{21} = \frac{32}{42}$ donc la fraction $\frac{31}{42}$ convient (une infinité de solutions possibles !).

Aix-Marseille, Corse, Martinique, Montpellier, Nice, Toulouse 2003

Le nombre $\frac{17}{8}$ est un décimal, une fraction décimale qui lui correspond est $\frac{2125}{1000}$.

Le nombre $\frac{8}{17}$ n'est pas un décimal, il s'agit d'une fraction irréductible et le dénominateur comporte un facteur premier autre que 2 ou 5.

Le nombre $\frac{2794}{55}$ est un décimal car on peut simplifier par 11 les numérateur et dénominateur :
 $\frac{254}{5} = \frac{508}{10}$.

Le nombre $\frac{1096}{152}$ n'est pas un décimal : le dénominateur est divisible par 19 qui est un nombre premier différent de 2 et 5, et il n'est pas possible de simplifier ce facteur avec le numérateur puisque 1096 n'est pas multiple de 19.

Besançon 1997

a) On peut simplifier la fraction qui correspond à A ; on obtient $A = \frac{364}{1001} = \frac{4 \times 7 \times 13}{11 \times 7 \times 13} = \frac{4}{11}$, qui n'est pas un nombre décimal.

Le nombre B n'est pas un décimal car 275 est divisible par 11 mais pas 384.

b) On obtient $A+B = \frac{4}{11} + \frac{384}{275} = \frac{100}{275} + \frac{384}{275} = \frac{484}{275} = \frac{44}{25} = \frac{176}{100}$, qui est un nombre décimal.

Amiens 1998

a) Le nombre $\frac{29}{55}$ n'est pas décimal car le dénominateur est divisible par 11 mais pas le numérateur.

Le nombre $\frac{39}{75}$ est décimal car on peut simplifier par 3 numérateur et dénominateur ; il peut aussi s'écrire $\frac{13}{25} = \frac{52}{100} = 0.52$.

b) On peut mettre les fractions sous dénominateur commun, par exemple le plus petit commun multiple de 55 et 75 qui est $825 = 55 \times 15 = 75 \times 11$. Ainsi $\frac{29}{55} = \frac{435}{825}$ et $\frac{39}{75} = \frac{429}{825}$, ainsi $\frac{29}{55} > \frac{39}{75}$.

c) L'écriture à virgule de $\frac{29}{55}$ est 0,5(27) ; celle de $\frac{39}{75}$ est 0.52. Un nombre décimal compris entre ces deux quantités est 0,527 (il existe une infinité de solutions possibles).

d) Un nombre rationnel non décimal compris entre ces deux quantités est 0,(52), qui correspond à la fraction $\frac{52}{99}$ (il existe une infinité de solutions possibles).

Nice 1998

Première ligne, première colonne : n'importe quel multiple de 85 convient.

Première ligne, deuxième colonne : n'importe quel multiple de 17 non multiple de 85 convient.

Première ligne, troisième colonne : n'importe quel nombre non multiple de 85 convient.

Deuxième ligne, première colonne : on peut mettre un diviseur de 85 : 1, 5, 17 ou 85.

Deuxième ligne, deuxième colonne : on peut multiplier les nombres 1, 5, 17 et 85 par n'importe quel nombre de 2 et/ou 5, par exemple 4, 25, 34, 170.

Deuxième ligne, troisième colonne : tous les autres nombres, par exemple 3, 7, 19, 21.

Bordeaux 1993

1) Les nombres 44 et 352 vérifient le critère de divisibilité par 11 ; on a $44 = 4 \times 11$ et $352 = 32 \times 11$, ainsi $\frac{352}{44} = \frac{32}{4} = 8$.

Comme $4242 = 42 \times 101$ et $2828 = 28 \times 101$, il vient $\frac{4242}{2828} = \frac{42}{28} = \frac{6 \times 7}{4 \times 7} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Comme $242424 = 24 \times 10101$ et $323232 = 32 \times 10101$, il vient $\frac{242424}{323232} = \frac{24}{32} = \frac{3 \times 8}{4 \times 8} = \frac{3}{4}$.

Comme $32032 = 32 \times 1001$ et $1001 = 7 \times 11 \times 13$, on a $\frac{32032}{77} = \frac{32 \times 7 \times 11 \times 13}{7 \times 11} = 32 \times 13 = 416$.

2) Si on multiplie les nombres A et B par 7^3 , on obtient pour le premier $7^3 + 9 \times 7^2 + 2 \times 7 + 3$ et $2 \times 7^3 + 1 \times 7^2 + 6 \times 7 + 5$. Le premier nombre est plus grand que $7^3 + 7^3 + 2 \times 7^2$ et le deuxième nombre est plus petit que $2 \times 7^3 + 2 \times 7^2$. Ainsi A est plus grand que B.