

Enseignement des grandeurs et mesures - aspects didactiques

Pour une très large proportion d'élèves, travailler sur les grandeurs et mesures revient à opérer sur des nombres ou des écritures symboliques qui ne sont pas maîtrisées, avec des transformations plus ou moins automatisées faisant intervenir un tableau de conversion (tableau de numération adapté à l'usage d'une unité particulière).

L'enseignement des grandeurs et mesures doit faire émerger le sens des grandeurs et de l'activité de mesurage à travers la manipulation, en particulier la construction d'instruments qui permettent de réaliser des mesures. Ces instruments peuvent être des instruments familiers (double-décimètre), toutefois il convient de ne pas faire manipuler aux élèves des outils qui contiennent des données parasites ou non-interprétables en cours d'apprentissage (par exemple, présence de sous-graduations de millimètres, ou de graduations complexes : présence de la graduation 0 au milieu de la règle).

Les actions de mesurage doivent être réalisées avec la manipulation d'instruments usuels et inhabituels. Il est important de ne pas associer trop rapidement un instrument unique pour obtenir une grandeur (typiquement, se restreindre à l'emploi de la règle graduée en centimètres pour les longueurs) car cela ne permet pas de construire la compréhension du concept de grandeur ; cela restreint souvent celle-ci à des opérations sur des nombres, avec l'utilisation de formules auxquelles le sens n'est plus associé.

Dans le cas des longueurs, le report itéré d'unités doit mettre en évidence la correspondance entre les numéros associés aux graduations et la quantité d'unités employées (cardinal).

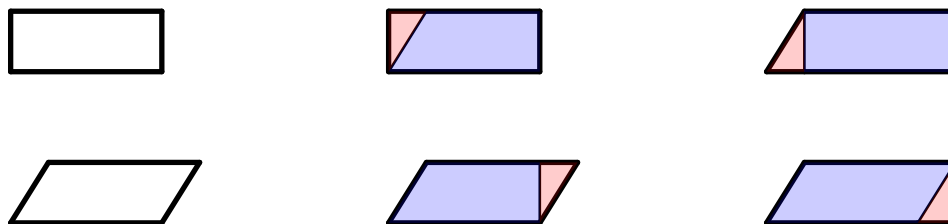
Le travail d'égalité entre expressions de grandeurs fait apparaître (de façon implicite) une situation de proportionnalité inverse : pour une grandeur donnée, si l'on réduit l'unité de mesure, alors la mesure augmente, et réciproquement ; le travail sur les expressions égales doit permettre de faire apparaître cette propriété.

Procédures

On parle de comparaison directe lorsqu'il est possible d'ordonner deux grandeurs sans recourir à une donnée extérieure ou une modification. Ce type de comparaison intervient principalement lorsque les objets sont déplaçables et/ou manipulables. Dans le cas contraire, une procédure de comparaison peut s'appuyer sur une grandeur intermédiaire ou reposer sur une transformation laissant invariante la grandeur considérée. Enfin, on parle de mesurage lorsqu'il est possible d'exprimer les mesures de deux grandeurs à comparer dans une unité commune, ce qui revient à comparer leurs mesures.

Noter que les activités de mesurage doivent intervenir après les activités de comparaison : il est possible de comparer des grandeurs sans disposer d'information de nature numérique (c'est-à-dire de nombres) sur les objets étudiés ; notamment, le travail sur les angles est mené avec des gabarits sans angle droit.

En géométrie, la comparaison directe s'exerce par la superposition, ou bien l'observation directe (lorsque celle-ci est possible). La comparaison indirecte intervient avec des activités de découpage et recomposition, de sorte que l'une des deux figures soit entièrement contenue dans l'autre pour les aires ; il est aussi possible de réaliser des comparaisons en mobilisant des éléments supplémentaires. La figure suivante illustre ainsi le fait que, afin de démontrer une égalité d'aires entre deux figures (ici, un parallélogramme et un rectangle), on peut rechercher une décomposition d'une figure pour obtenir après recomposition la deuxième, ou bien adjoindre à chacune des deux figures un même objet intermédiaire (ou un même ensemble d'objets intermédiaires) permettant d'obtenir une figure commune.



L'activité de mesurage est souvent menée via l'utilisation d'un pavage et/ou d'un quadrillage.

Les activités de découpage et recomposition permettent d'établir les liens entre les formules des aires de figures usuelles : triangle, triangle rectangle, parallélogramme, rectangle, carré (et plus généralement, d'obtenir une démonstration du théorème de Lowry-Wallace-Bolyai-Gerwien, qui prouve l'équivalence entre équidécomposabilité et égalité d'aires pour deux polygones du plan).

Erreurs fréquentes des élèves

On peut citer parmi les erreurs usuelles :

- une confusion entre un élément (objet) et l'une de ses propriétés ; par exemple, on désigne par abus une tige de 30 cm pour une tige dont la longueur est de 30 cm (la formulation la plus rigoureuse pour associer une grandeur à un objet étant lourde, on la simplifie la plupart du temps, mais il faut avoir conscience que des formulations "mieux adaptées à la conversation usuelle" peuvent favoriser les confusions),
- une mauvaise interprétation de l'expression d'une grandeur, en ne tenant compte, ou bien que des mesures, ou bien que des unités de mesure : des élèves peuvent penser que 2 mètres est plus petit que 3 centimètres (car $2 < 3$), ou bien que 2 mètres est plus grand que 250 centimètres (car le mètre est une unité plus grande que le centimètre),
- une méconnaissance de la correspondance entre grandeurs et unités de mesure relatives à ces grandeurs,
- une méconnaissance des propriétés d'une grandeur (additivité), qui ne permet pas de faire le lien entre grandeur d'un tout et grandeurs des parties du tout (pour les aires, non-reconnaissance des éléments simples associées à la décomposition d'une figure complexe),
- un traitement incorrect d'expressions de grandeurs non compatibles,
- une méconnaissance d'un ordre de grandeur pour un objet de référence, qui ne permet pas d'associer une unité de mesure appropriée pour exprimer la grandeur estimée,
- une erreur dans le traitement d'une conversion (par exemple, provenant d'une mauvaise identification d'un préfixe définissant une unité dérivée),
- des erreurs spécifiques à des propriétés de grandeurs particulières (en particulier, les durées ne sont pas définies dans un système décimal),
- une confusion entre des grandeurs associées à un objet (typiquement en géométrie, confusion entre l'aire et le périmètre d'une figure ; confusion entre volume et contenance qui ne sont pas de même type).