

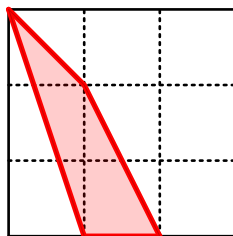
Corrections - grandeurs et mesures en géométrie plane

Exercice 1

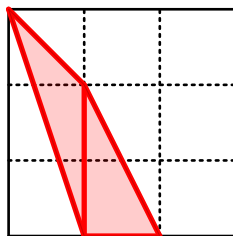
- a) Vrai car $3 \times p = 3 \times (2L + 2l) = 2 \times (3L) + 2 \times (3l)$.
b) Faux car $3L \times 3l = 9L \times l$ et non $3L \times l$: le facteur d'agrandissement est 9.
c) Faux, on peut trouver un contre-exemple : un carré de longueur de côté 10 cm possède un périmètre de 40 cm et une aire de 100 cm^2 ; un rectangle dont les côtés ont pour longueurs 100 cm et 0,1 cm possède un périmètre de 200,2 cm et une aire de 10 cm^2 .

Exercice 2

On peut observer un axe de symétrie sur l'une des diagonales du carré. Ainsi, l'aire recherchée est le double de l'aire de la figure suivante



On peut partager cette forme en deux triangles.



Il reste à vérifier que l'aire de chacun de ces triangles est d'un petit carré.

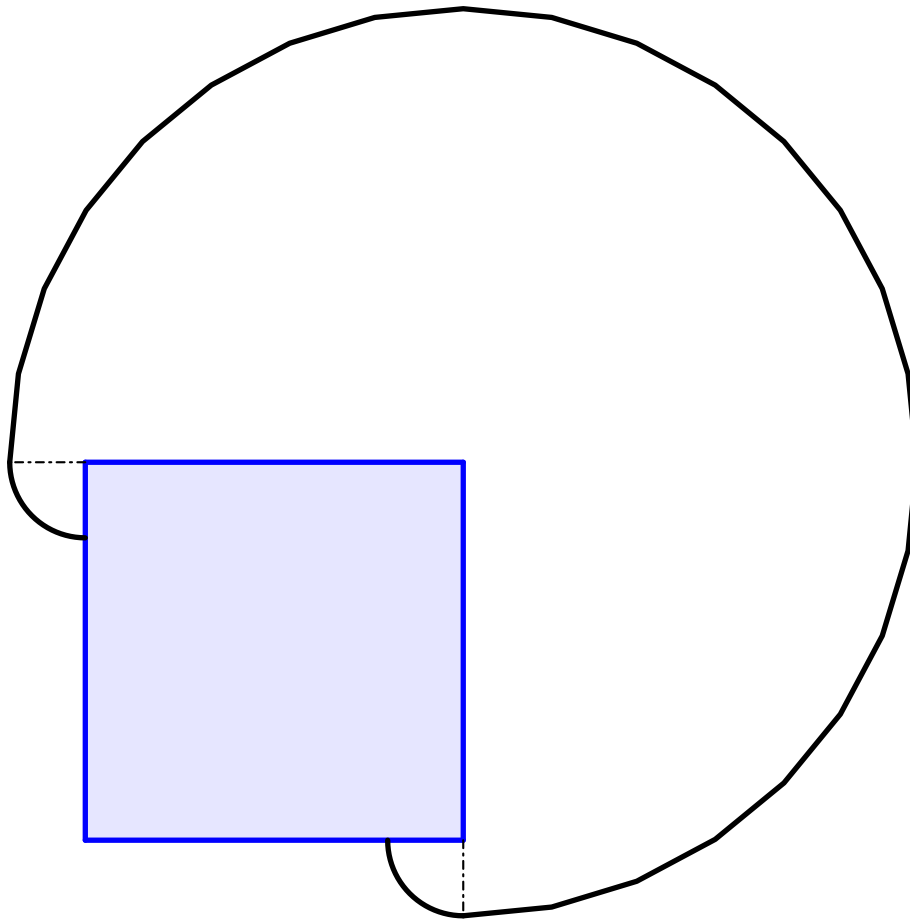
L'aire recherchée est donc 4 petits carrés. Comme le carré est constitué de 9 petits carrés, la réponse est $\frac{4}{9}$.

Exercice 3

1) La zone accessible pour la chèvre correspond aux trois quarts d'un disque de rayon 5 mètres, son aire (en m^2) est égale à $\frac{3}{4} \times \pi \times 5^2 = \frac{75\pi}{4}$, soit approximativement $58,9 \text{ m}^2$.

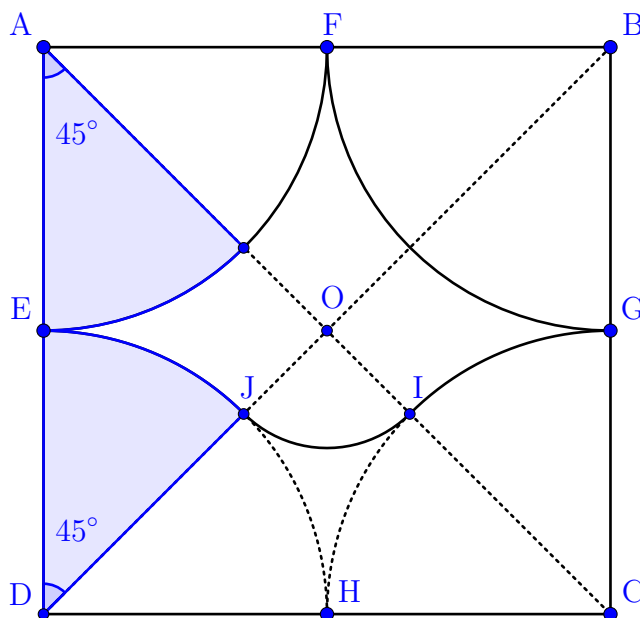
Le périmètre correspond à la somme de la longueur d'un arc de cercle (les trois quarts d'un cercle de rayon 5 mètres) et de deux longueurs de segments ; cela fait $\frac{3}{4} \times 2 \times \pi \times 5 + 2 \times 5 = \frac{30\pi}{4} + 10$, soit environ 33,6 m.

2) Voici une représentation à l'échelle $\frac{1}{200}$. La zone est maintenant déterminée par trois parties : les trois quarts d'un disque de rayon 12 mètres et deux quarts d'un disque de rayon 2 mètres. Cela fait une aire égale à $\frac{3}{4} \times \pi \times 12^2 + 2 \times \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 = 110\pi$, et un périmètre égal à $\frac{3}{4} \times 2 \times \pi \times 12 + 2 \times \frac{1}{4} \times 2 \times \pi \times 2 + 2 \times 12 = 20\pi + 24$.



3) Si l'on fixe la corde de longueur 12 mètres au milieu d'un mur du bâtiment, on obtient comme zone pour la chèvre un demi-disque de rayon 12 mètres avec deux quarts de disques de rayon 7 mètres, on obtient une aire égale à $\frac{2}{4} \times \pi \times 12^2 + 2 \times \frac{1}{4} \times \pi \times 7^2 = 96,5\pi$. L'aire de cette zone est inférieure à l'aire de la zone délimitée dans la question précédente.

Exercice 4



Le contour de la figure est formé par

- un arc de cercle allant du point E au point F, de rayon $AE = 5$ cm et d'angle 90° ,
- un arc de cercle allant du point F au point G, de rayon $BG = 5$ cm et d'angle 90° ,
- un arc de cercle allant du point G au point I, de rayon $CG = 5$ cm et d'angle 45° ,
- un arc de cercle allant du point I au point J, de rayon OI et d'angle 90° ,
- un arc de cercle allant du point J au point E, de rayon $DE = 5$ cm et d'angle 45° ,

Pour calculer OI , on note que I est le point d'intersection entre le cercle de centre C et de rayon CG et la diagonale $[AC]$ du carré ABCD. Comme AC est la diagonale du carré, $AC = 10\sqrt{2}$ (on peut également démontrer ce résultat en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle isocèle rectangle ABC) et $OC = 5\sqrt{2}$, il vient alors $OI = OC - IC = 5\sqrt{2} - 5$ que l'on peut aussi écrire $5(\sqrt{2} - 1)$.

On obtient pour le périmètre (en cm) : $2\pi \times 5 \times (\frac{90}{360} + \frac{90}{360} + \frac{45}{360} + \frac{45}{360}) + 2\pi \times 5(\sqrt{2} - 1) \times \frac{90}{360}$; on

trouve après simplifications la valeur $5\pi(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1)$, soit 26,8 au dixième près (pour comparaison, le périmètre d'un cercle de rayon 5 cm vaut 10π cm $\approx 31,4$ cm, on trouve bien un périmètre un peu plus petit).

Pour calculer l'aire, on remarque que la surface consiste en un quart du disque de centre O et de rayon OI ($\text{aire}_1 = \frac{1}{4} \times \pi \times [5(\sqrt{2} - 1)]^2$), ainsi que trois surfaces identiques obtenues à partir du triangle OAD en retirant deux portions de disques (en bleu sur la figure). L'un de ces morceaux a pour aire (aire_2) la différence entre l'aire du triangle OAD (le quart du carré, soit 25) et deux fois l'aire de la portion de disque de rayon 5 et d'angle 45° , ce qui donne $25 - 25\pi \frac{90}{360} = \frac{25}{4}(4 - \pi)$. On calcule donc $\text{aire}_1 + 3 \times \text{aire}_2$; après

simplifications, une expression possible de la valeur exacte obtenue est $\frac{25}{2}(6 - \pi\sqrt{2})$.

Une valeur approchée au mm^2 près est $19,46 \text{ cm}^2$; cette aire est un peu plus petite que la différence entre l'aire du carré et du disque inscrit dans ce carré, qui vaut en cm^2 : $100 - 25\pi \approx 21,46$.

Exercice 5

1) 2) 3) On peut obtenir 8 triangles différents :

triangle	longueur 1	longueur 2	longueur 3	périmètre	propriété(s)
T1	1	1	$\sqrt{2}$	$2 + \sqrt{2}$	isocèle rectangle
T2	1	2	$\sqrt{5}$	$3 + \sqrt{5}$	rectangle
T3	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$1 + \sqrt{2} + \sqrt{5}$	quelconque
T4	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	2	$2 + 2\sqrt{2}$	isocèle, rectangle
T5	1	$\sqrt{5}$	$2\sqrt{2}$	$1 + 2\sqrt{2} + \sqrt{5}$	quelconque
T6	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	$2 + 2\sqrt{5}$	isocèle
T7	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$	isocèle
T8	2	2	$2\sqrt{2}$	$4 + 2\sqrt{2}$	isocèle, rectangle