

Résolution de problèmes

2006 groupement 3 (**)

1) a. Pierre peut donner 16 jetons bleus à Jean et Jean donne 2 jetons rouges à Pierre. Pierre a donné en jetons bleus $3 \times 16 = 48$ points et en a reçu en jetons rouges $2 \times 7 = 14$, donc il a bien donné en tout $48 - 14 = 34$ points.

b. L'affirmation de Paul est fausse car si l'on désigne par x le nombre de jetons bleus et y le nombre de jetons rouges, les deux informations de l'énoncé se traduisent par le système $x + y = 29$ et $3x + 7y = 94$, qui n'admet pas de solution en nombres entiers : on aurait $3x + 3y = 87$ donc $4y = 94 - 87 = 7$ et $y = \frac{7}{4}$.

Autre démarche possible : on suppose que tous les jetons sont bleus, cela fait $29 \times 3 = 87$ points, cela ne correspond pas au nombre de points annoncés (94). à chaque fois que l'on remplace un jeton bleu par un jeton rouge, cela augmente le nombre total de points de 4. En partant de 87 et en augmentant ce nombre de 4 en 4, il n'est pas possible d'atteindre 94.

c. Céline peut posséder au maximum 4 jetons rouges car $5 \times 7 > 34$. On essaie les 5 possibilités avec un nombre de jetons rouges compris entre 0 et 4. Il y a exactement 2 solutions : $34 = 9 \times 3 + 1 \times 7$ (9 bleus et 1 rouge) et $34 = 2 \times 3 + 4 \times 7$ (2 bleus et 4 rouges).

2) On peut utiliser l'intégralité de la feuille pour faire 34 plaques, voici un exemple possibles :

Dijon, Nancy-Metz, Strasbourg, Reims 2002 (**)

Soit S la somme totale. Comme la somme partagée entre chaque joueur correspond à la somme totale, on obtient la relation $S = \frac{S}{2} - 1500 + \frac{S}{4} + \frac{S}{3} - 500 + \frac{S}{5} + 300$. Ainsi, $S = \frac{30S+15S+20S+12S}{60} - 1700$; $1700 = \frac{77S}{60} - S = \frac{77S-60S}{60} = \frac{17S}{60}$. Finalement, $S = 60 \times 100 = 6000$; on vérifie que chaque joueur obtient la même somme de 1500 euros.

Nancy-Metz, Reims, Strasbourg 2001 (**)

1) Si l'on désigne par $\overline{19du}$ l'année de naissance de Pierre, alors $1 + 9 + d + u = 2001 - (1900 + 10d + u) = 101 - 10d - u$. Ainsi, $d + u + 10d + u = 101 - 10$, soit $11d + 2u = 91$. Comme d et u sont des chiffres, on vérifie que la seule solution est $d = 7$ et $u = 7$ (par exemple avec une méthode exhaustive).

2) a) Comme d et u sont des chiffres, on a $d \leq 9$ et $u \leq 9$, d'où $1 + 9 + d + u \leq 28$.

2) b) Un élève pourrait tester tous les âges en commençant par 28 et en décomptant, il faut alors calculer pour chaque possibilité l'année de naissance correspondante et tester la somme des chiffres.

Aix-Marseille et al. 2003 (***)

1) En une heure, la première fontaine fournit un volume égal à $\frac{1}{9}$ du volume total et la deuxième fontaine fournit un volume égal à $\frac{1}{7}$ du volume total ; ensemble, cela fait $\frac{1}{9} + \frac{1}{7} = \frac{16}{63}$ du total. Il faut donc $\frac{63}{16}$ heures pour remplir le bassin avec les deux fontaines, soit 3 heures, 56 minutes et 15 secondes. 2)a) Le rapport entre le volume d'eau fourni et le volume total est $4 \times \frac{1}{9} + 3 \times \frac{1}{7} = \frac{4}{9} + \frac{3}{7} = \frac{28+27}{63} = \frac{55}{63}$. Cette quantité correspond à 550 litres, donc par proportionnalité, le volume total est 630 litres. 2)b) Le débit de la première fontaine exprimé en litres par heures est $\frac{630}{9} = 70$; celui de la deuxième est $\frac{630}{7} = 90$.