

Géométrie plane : exercices de démonstration

Exercice 1

Soit $ABCD$ un carré. On construit les points E et F de sorte que les triangles ABE et BCF soient équilatéraux, avec E à l'intérieur du carré et F à l'extérieur du carré. Montrer que les points D , E et F sont alignés.

Exercice 2

Soit ABC un triangle rectangle en A . On trace la parallèle à la droite (AC) passant par B , puis la perpendiculaire à la droite (AC) passant par C . Les deux droites ainsi tracées s'intersectent en D . Montrer que le quadrilatère $ABDC$ est un rectangle.

Exercice 3

Soient ABC un triangle et E un point du segment $[AB]$. On trace la parallèle à la droite (BC) passant par E , qui coupe la droite (AC) en F . Montrer que la droite (EF) est perpendiculaire à la hauteur issue de A dans le triangle ABC .

Exercice 4

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On trace la parallèle à la droite (AC) passant par B , elle coupe la droite (CD) en E . Soit I le milieu du segment $[BC]$. Montrer que I est le milieu du segment $[AE]$.

Exercice 5

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O . On trace la parallèle à la droite (AC) passant par D , elle coupe la droite (AB) en L . On trace la parallèle à la droite (BD) passant par C , elle coupe la droite (AB) en N et la droite (DL) en M . Montrer que le quadrilatère $DMCO$ est un parallélogramme.

Exercice 6

On considère un triangle scalène ABC inscrit dans un cercle de centre O . Soient K et L les pieds des hauteurs issues respectivement de B et C dans le triangle ABC . Les droites (BK) et (CL) se coupent en D . Soit U le point diamétralement opposé à A . Montrer que le quadrilatère $DBUC$ est un parallélogramme.

Exercice 7

Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque. Soient M , N , P et Q les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

1. Déterminer la nature du quadrilatère $MNPQ$.
2. Expliciter une condition portant sur la quadrilatère $ABCD$ afin que le quadrilatère $MNPQ$ soit un losange, puis un rectangle, puis un carré.

Exercice 8

On considère un triangle ABC . Soient K le milieu de $[AC]$ et I le milieu de $[BC]$. Soit L le point sur la droite (AC) tel que A soit le milieu de $[LK]$. Les droites (IL) et (AB) sont sécantes au point M . Montrer que $4AM = AB$.

Exercice 9

Soit ABC un triangle tel que $\widehat{BAC} = 60^\circ$ et $\widehat{ABC} = 45^\circ$. Soit H le pied de la hauteur issue de C . Le cercle de diamètre $[AB]$, de centre I , coupe (AC) en L et (BC) en K . Les droites (AK) et (BL) se coupent en O .

1. Construire la figure relative à ce programme, en utilisant uniquement la règle et le compas et en laissant apparents les traits de construction.
2. Démontrer que la droite (KI) est la médiatrice du segment $[AB]$.
3. Démontrer que les points C , O et H sont alignés.
4. Déterminer la nature du quadrilatère $IKCO$.

Exercice 10

Soit Γ un cercle de diamètre $[AB]$. Soit C un point sur le disque délimité par le cercle Γ , C n'étant pas sur le cercle Γ . Soit D le point d'intersection entre le cercle Γ et la demi-droite $[AC)$. Soit E le point d'intersection entre le cercle Γ et la demi-droite $[BC)$. Soit F le point d'intersection entre les droites (AE) et (BD) . Montrer que les droites (AB) et (CF) sont perpendiculaires.

Exercice 11

Soient ABC un triangle et I le milieu du segment $[AC]$. On trace la parallèle à la droite (BC) passant par I , elle coupe la droite (AB) en J . On trace la parallèle à la droite (AC) passant par J , elle coupe la droite (BC) en K . On trace la parallèle à la droite (AB) passant par K , elle coupe la droite (AC) en L . Montrer que les points I et L sont confondus.

Exercice 12

On considère un cercle de centre K , sur lequel sont placés deux points D et F qui ne sont pas diamétralement opposés. On trace les tangentes à ce cercle en D et F , elles se coupent en un point J . Montrer que le milieu du segment $[DF]$ se trouve sur la droite (KJ) .

Exercice 13

On trace un triangle isocèle ABC tel que $AB = AC$ et $\widehat{ABC} = 61^\circ$. On construit le point D tel que C soit le milieu de $[BD]$. Déterminer si le triangle ABD est rectangle.

Exercice 14

Démontrer que dans un triangle :

- les médiatrices sont concourantes (facile),
- les bissectrices sont concourantes (moyen),
- les hauteurs sont concourantes (difficile),
- les médianes sont concourantes (difficile).