

Inventaire

Il est impossible de dresser une liste exhaustive de toutes les propriétés utilisables en géométrie. Toutefois, certaines propriétés apparaissent en pratique plus souvent que d'autres.

Toutes ces propriétés n'ont pas le même statut : certaines sont des définitions tandis que d'autres sont des résultats parfois techniques nécessitant une démonstration qui peut être élaborée ; d'autres encore sont des cas particuliers de propriétés plus générales. On peut mentionner certaines propriétés à plusieurs reprises dans divers paragraphes lorsqu'elles concernent des figures de nature différentes.

Segments

- Trois points sont alignés si et seulement si l'un de ces trois points se trouve sur le segment dont les extrémités sont les deux autres points.
- Un point A est sur le segment $[BC]$ si et seulement si $BA + AC = BC$.

Droites

- Deux droites (AB) et (AC) sont parallèles si et seulement si les points A , B et C sont alignés.
- Deux droites sont parallèles si et seulement si toute parallèle à l'une est parallèle à l'autre.
- Deux droites sont parallèles si et seulement si toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Cercle

- Un point M est sur le cercle de centre O et de rayon r si et seulement si $OM = r$.
- Les droites (MA) et (MB) sont perpendiculaires si et seulement si M est sur le cercle de diamètre $[AB]$.
- Si un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de celle de l'angle inscrit.
- Deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont égaux.
- Un angle inscrit qui intercepte un diamètre est un angle droit.

Médiatrice

- Un point est équidistant des extrémités d'un segment si et seulement s'il est sur la médiatrice de ce segment.
- Si une droite contient deux points distincts équidistants des points A et B , alors cette droite est la médiatrice de $[AB]$.
- Si une droite contient un point équidistant de A et B et est perpendiculaire à (AB) , alors cette droite est la médiatrice de $[AB]$.

Triangle quelconque

- Dans un triangle, la longueur d'un côté est inférieure ou égale à la somme des longueurs des deux autres côtés.
- Dans un triangle, la somme des trois angles est égale à 180° .
- Les hauteurs sont concourantes (en l'orthocentre).
- Les médianes sont concourantes (au centre de gravité).
- Les médiatrices sont concourantes (au centre du cercle circonscrit au triangle).
- Les bissectrices sont concourantes (au centre du cercle inscrit dans le triangle).
- La distance du centre de gravité à un sommet est le double de la distance du centre de gravité au milieu du côté opposé à ce sommet.
- Le théorème de Thalès et sa réciproque.
- Le théorème de la droite des milieux et sa réciproque.

Triangle particulier

- Un triangle est isocèle si et seulement s'il a deux angles de même mesure.
- Un triangle est isocèle si et seulement s'il a deux cotés de même longueur.
- Un triangle ABC est isocèle en A si et seulement si, parmi la médiatrice de $[BC]$, la médiane issue de A , la hauteur issue de A et la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$, au moins deux de ces droites sont confondues.
- Un triangle avec deux angles de 60° est équilatéral.
- Un triangle avec trois angles égaux est équilatéral.
- Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit.
- Dans un triangle rectangle, la longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.
- Le théorème de Pythagore et sa réciproque.

Angle

- Deux angles opposés par le sommet, correspondants, alternes-internes ou alternes-externes sont égaux.
- Le théorème de l'angle au centre et de l'angle inscrit (cf cercle).
- Trois points A , B et C sont alignés si et seulement si la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ exprimée en $^\circ$ est un multiple de 180.
- Deux triangles ont leurs angles deux à deux égaux si et seulement si les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

Parallélogramme

- Un quadrilatère dont les paires de côtés opposés sont parallèles est un parallélogramme.
- Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales ont même milieu.
- Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont de même longueur.
- Un quadrilatère non croisé avec deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

Losange

- Un quadrilatère avec quatre côtés de même longueur est un losange.
- Un quadrilatère est un losange si et seulement si ses diagonales sont perpendiculaires et ont même milieu.

Rectangle

- Un quadrilatère est un rectangle si et seulement si au moins trois de ses angles sont droits.
- Un quadrilatère est un rectangle si et seulement si ses diagonales sont de même longueur et ont même milieu.

Carré

- Un quadrilatère est un carré si et seulement s'il a quatre côtés de même longueur et au moins un angle droit.
- Un quadrilatère est un carré si et seulement s'il a des diagonales de même longueur, perpendiculaires et de même milieu.

Mesures

- Dans un triangle équilatéral, le rapport entre une hauteur et un côté est de $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Dans un carré, le rapport entre la longueur d'une diagonale et la longueur d'un côté est $\sqrt{2}$.