

UNIVERSITÉ DE LORRAINE
FACULTÉ DES SCIENCES

Diplôme : Licence Physique-Chimie

Module : Électromagnétisme

Date : 18 mars 2016, 9h-11h

Rédacteur : Christophe Chatelain

Sans document, ni calculatrice.

Ne vous laissez pas impressionner, ce n'est pas si long que cela en a l'air !

Exercice 1 : Fonctionnement d'un électroscope

- 1.1.** Depuis le début du XVII^{ème} siècle, on a utilisé des électroscopes lorsqu'on souhaitait mettre en évidence la présence de charges électrostatiques. Considérons le dispositif de la figure 1.1. L'expérimentateur (la main sur la figure) veut tester la charge d'un bâton qu'il a électrisé. Pour cela, il le met en contact avec la boule métallique à l'extérieur de la bouteille. La charge électrique se répartit alors dans la boule puis dans les deux branches ON et OM et finalement dans les boules centrées aux points M et N. La branche OM, de longueur ℓ , est immobile. La branche ON, elle aussi de longueur ℓ , n'est fixée qu'au point O. Elle forme donc un pendule simple dans le plan (Oxy) . Les deux boules n'ayant pas le même rayon, on suppose que la boule en M porte une charge $2q$ et la boule en N une charge q . Dans la suite, ces deux boules seront assimilées à des charges ponctuelles.

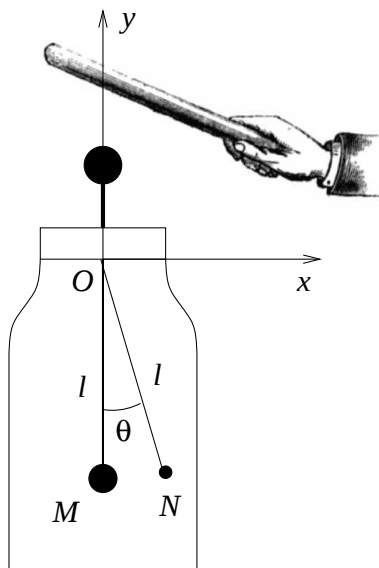


Figure 1.1 : Schéma de l'électroscope considéré dans l'exercice 1.

- 1.1.1.** D'après la figure, quelles sont les coordonnées cartésiennes du point M ? Quelle est par conséquent l'expression du champ électrique et du potentiel électrique $V(x, y)$ créé au point (x, y) par la boule chargée en M. **(2 points)**
- 1.1.2.** Toujours d'après la figure, quelles sont les coordonnées cartésiennes du point N en fonction de ℓ et θ ? Montrer que le potentiel $V(N)$ créé au point N par la boule chargée en M est

$$V(N) = \frac{2q}{4\pi\epsilon_0\ell\sqrt{2(1 - \cos\theta)}}$$

En déduire l'énergie potentielle électrostatique de la boule N. **(2 points)**

1.1.3. Écrire l'expression de la force de pesanteur agissant sur la boule N, de masse m , dans le système de coordonnées cartésiennes (O, x, y) . En déduire l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur en fonction des coordonnées cartésiennes de N puis en fonction de ℓ et θ . **(1 point)**

1.1.4. On suppose que l'angle θ reste petit. Par un développement de Taylor, on peut alors montrer que (essayez à la maison !)

$$\cos \theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}, \quad \sqrt{2(1 - \cos \theta)} \simeq \theta \quad (\theta > 0)$$

Donner l'expression approchée de l'énergie potentielle totale de la boule N. Pour quelle valeur de l'angle θ , la boule en N atteint-elle l'équilibre mécanique ? **(2 points)**

Exercice 2 : Champ électrique créé par une pièce de deux euros

2.1. Considérons une pièce de deux euros. Pour simplifier, on supposera que son diamètre est beaucoup plus grand que son épaisseur de sorte qu'elle peut être considérée comme infiniment fine. La pièce est formée d'un disque de rayon R_1 et d'un anneau de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 . Supposons que le disque porte une densité de charge surfacique uniforme σ_1 et l'anneau une densité uniforme σ_2 .

On se placera dans le système de coordonnées cylindriques, en choisissant l'origine O au centre de la pièce et l'axe (Oz) perpendiculaire.

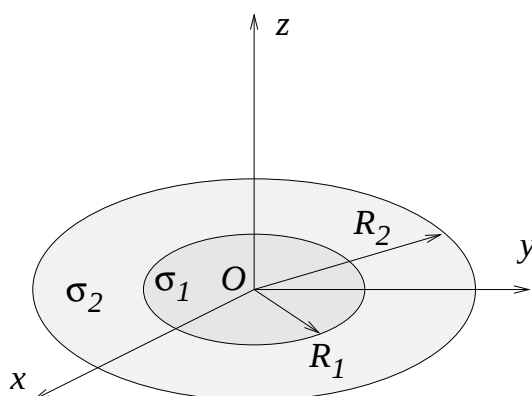


Figure 2.1 : Schéma de la pièce considérée dans l'exercice 2.

2.1.1. Quelle est la charge totale portée par la pièce de deux euros ? Quelle doit être la relation entre σ_1 et σ_2 pour que la pièce soit globalement neutre ? **(1 point)**

2.1.2. Quels sont les plans de symétrie de la distribution de charge ? Que pouvez-vous en déduire quant à la direction du champ électrique en un point M quelconque ? Même question dans le cas d'un point M sur l'axe (Oz) puis dans le plan (Oxy) . **(3 points)**

2.1.3. Quelles transformations laissent la distribution de charge invariante ? Que pouvez-vous en déduire quant au champ électrique. **(2 points)**

2.1.4. Considérons un point N dans le plan (Oxy) et notons $(r' \quad \theta' \quad 0)$ ses coordonnées cylindriques. Tracer sur une figure le repère local au point N. Donner l'expression de l'élément de surface dS centré sur le point N et inscrit dans le plan (Oxy) . **(1 point)**

- 2.1.5.** Donner l'expression de la composante $dE_z(M)$ du champ électrique créé par cet élément de surface au point M situé sur l'axe (Oz) avec $OM = z$. Pour l'instant, on notera σ la densité de charge au point N. **(2 points)**
- 2.1.6.** Intégrer cette expression pour obtenir le champ électrique créé par l'anneau de densité surfacique de charge σ_2 et de rayons intérieur R_1 et extérieur R_2 . **(2 points)**
- 2.1.7.** Déterminer le champ électrique créé par le disque de densité surfacique de charge σ_1 et de rayon R_1 . On pourra se limiter au cas $z > 0$. **(1 point)**
- 2.1.8.** En déduire le champ électrique créé par la pièce de deux euros. **(1 point)**