

Exercice 1 : Câble coaxial

1.1. On considère dans un premier temps un fil rectiligne infini et parcouru par un courant d'intensité I . On se placera dans le système de coordonnées cylindriques avec l'axe (Oz) confondu avec le fil.

1.1.1. Quels sont les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution de courant ? Que pouvez-vous en déduire quant à la direction du champ magnétique ?

1.1.2. Quelles transformations laissent la distribution de courant invariante ? Que pouvez-vous en déduire pour le champ magnétique ?

1.1.3. Démontrer que la circulation du champ magnétique le long d'un cercle de rayon r dans le plan (Oxy) s'écrit

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 2\pi r B_{\theta}(r)$$

On prendra soin de bien détailler chaque étape de la justification.

1.1.4. En déduire le champ magnétique créé par le fil en tout point de l'espace.

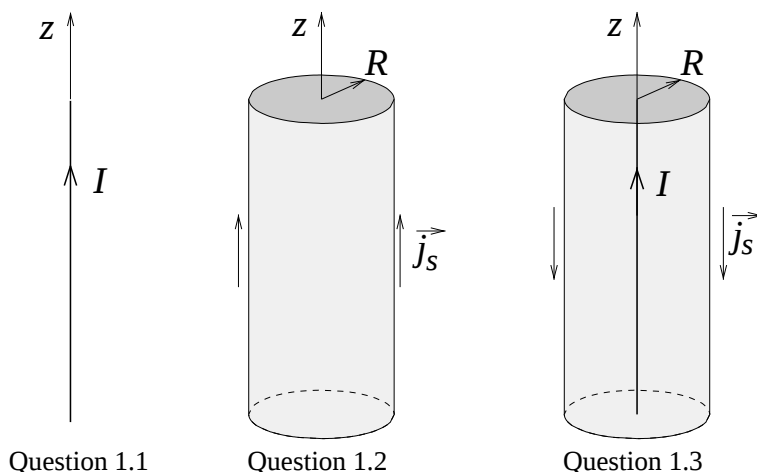


Figure 1.1 : Les trois figures correspondent aux questions 1.1, 1.2 et 1.3 (de gauche à droite).

1.2. On considère à présent un cylindre creux, infini, de rayon R et d'axe de révolution suivant (Oz). Un courant électrique s'écoule sur la surface du cylindre. On note $\vec{j}_s = j_s \vec{u}_z$ la densité surfacique de courant et on suppose que j_s est une constante (le courant est uniforme).

1.2.1. Quelle est la relation entre la densité surfacique de courant j_s et l'intensité du courant s'écoulant à travers une section circulaire du cylindre ?

- 1.2.2.** Quels sont les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution de courant ? Quelles transformations laissent la distribution de courant invariante ? Quelle conclusion en tirez-vous quant au champ magnétique ?
- 1.2.3.** En appliquant le théorème d'Ampère sur un cercle de rayon r dans un plan perpendiculaire à (Oz) , déterminer le champ magnétique en tout point de l'espace. Vous distinguerez les cas $r < R$ et $r > R$.
- 1.3.** On considère le câble coaxial rectiligne et infini représenté à droite sur la figure ci-dessus. Le câble est constitué au centre d'un fil, considéré unidimensionnel, puis d'une couche isolante cylindrique de rayon R et finalement d'une couche conductrice infiniment fine. Le fil au centre est parcouru par un courant d'intensité I dirigé vers le haut. La surface cylindrique est quant à elle parcourue par une densité de courant surfacique $\vec{j}_s$ uniforme dirigée vers le bas. Le principe du câble coaxial est que toute l'intensité électrique monte par le fil au centre et redescend par la surface cylindrique.
- 1.3.1.** Montrer que le champ magnétique s'annule à l'extérieur du câble coaxial.

Exercice 2 : Modèle électrostatique de la Terre

- 2.1.** Le but de cet exercice est de déterminer l'accélération de la pesanteur à l'intérieur de la Terre. Pour cela, on va passer par une analogie électrostatique. On considère la sphère de centre O et rayon R_2 représentée sur la figure ci-dessous. Le noyau, de rayon R_1 , porte une densité volumique de charge ρ_1 uniforme. Le manteau, compris entre R_1 et R_2 , est uniformément chargé avec une densité volumique ρ_2 †.

On se place dans le système de coordonnées sphériques.

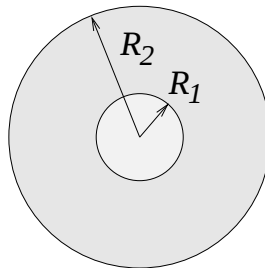


Figure 2.1 : Sphère chargée.

- 2.1.1.** Quels sont les plans de symétrie de la distribution de charge ? Que pouvez-vous en déduire quant au champ électrique en un point M quelconque ?
- 2.1.2.** Quelles transformations laissent la distribution de courant invariante ? Que pouvez-vous en déduire pour le champ électrique ?
- 2.1.3.** Calculer le champ électrique en tout point de l'espace en appliquant le théorème de Gauss.
- 2.1.4.** Montrer qu'à l'extérieur de la sphère, i.e. pour $r > R_2$, le champ électrique est identique à celui d'une charge ponctuelle située à l'origine dont on donnera la charge Q .
- 2.1.5.** En déduire le potentiel électrique V en dehors de la sphère, i.e. $r > R_2$. Par convention, on imposera l'annulation du potentiel à l'infini. Que vaut le potentiel à la surface de la sphère, i.e. pour $r = R_2$?

† On néglige la croûte terrestre dont la contribution est négligeable.