

UNIVERSITÉ DE LORRAINE
FACULTÉ DES SCIENCES

Diplôme : Licence Physique-Chimie

Module : Électromagnétisme

Date : 1er juillet 2016, 9h-11h

Rédacteur : Christophe Chatelain

Sans document, ni calculatrice.

Exercice 1 : Champ magnétique créé par une spire carrée

- 1.1.** On considère tout d'abord un fil rectiligne fini de longueur L parcouru par un courant d'intensité I . On se place dans le système de coordonnées cylindriques. On choisit l'origine O au milieu du fil et l'axe (Oz) dans la direction du fil.
- 1.1.1.** Quels sont les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution de courant ? Que pouvez-vous en déduire quant à la direction du champ magnétique en un point M dans le plan médiateur du fil, i.e. dans le plan $z = 0$?
- 1.1.2.** Quelles transformations laissent la distribution de courant invariante ? Que pouvez-vous en déduire quant au champ magnétique ?
- 1.1.3.** On cherche à calculer le champ magnétique au point M de coordonnées cylindriques $(r, \theta, 0)$, i.e. dans le plan médiateur. On considère dans un premier temps un élément de courant sur le fil se trouvant au point P de coordonnées $(0, 0, z)$ et de longueur $d\ell = dz$. Faites un schéma soigné et exprimer le vecteur $\vec{PM}$ dans le repère local $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ au point M .
- 1.1.4.** En déduire l'expression du champ magnétique $d\vec{B}(M)$ créé au point M par l'élément de courant au point P .
- 1.1.5.** Donner l'expression du champ magnétique créé par le fil fini. On donne l'intégrale

$$\int_{-a}^a \frac{dz}{(b^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{2a}{b^2 \sqrt{a^2 + b^2}}$$

- 1.2.** On considère à présent une boucle carrée de côté L parcourue par un courant d'intensité I . La boucle est formée de quatre fils rectilignes de longueur L . Le carré est placé dans le plan $z = 0$ et son centre est confondu avec l'origine O .
- 1.2.1.** Faites un schéma soigné. Tracer les lignes de champ autour de chaque côté. Montrer que les quatre champs magnétiques créés au point O par chacun des côtés du carré sont tous identiques.
- 1.2.2.** Donner l'expression du champ magnétique total au point O .

Exercice 2 : Champ électrique quadrupolaire

- 2.1.** On considère quatre charges ponctuelles q_1, q_2, q_3 et q_4 situées aux sommets d'un carré de côté $2a$. Le carré est placé dans le plan $z = 0$ et son centre est confondu avec l'origine O . On pourra placer les sommets aux points de coordonnées

$$\begin{pmatrix} a \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -a \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -a \\ -a \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a \\ -a \\ 0 \end{pmatrix}$$

- 2.1.1.** Donner l'expression (sous forme de vecteur colonne) du champ électrique $\vec{E}(O)$ au centre du carré.
- 2.1.2.** En supposant que les charges ne peuvent prendre que deux valeurs possibles, $+q$ et $-q$, quel doit être le signe des quatre charges q_1, q_2, q_3 et q_4 pour que le champ électrique $\vec{E}(O)$ soit dirigé dans la direction de $\vec{u}_x$?
- 2.1.3.** Donner l'expression du champ électrique $\vec{E}(M)$ au point M de coordonnées $(0 \ 0 \ z)$.
- 2.1.4.** Montrer que à grande distance des charges, i.e. $z \gg a$, le champ électrique n'est inversement proportionnel à la distance au carré que si la somme des charges est non nulle.
- 2.1.5.** Donner l'expression du potentiel V créé par les quatre charges en tout point $M = (x \ y \ z)$ de l'espace. Donner le comportement asymptotique du potentiel lorsque $z \gg x, y, a$ en simplifiant l'expression au moyen du développement

$$(\epsilon + z^2)^{-1/2} = \frac{1}{z} - \frac{\epsilon}{2z^3} + \mathcal{O}\left(\frac{\epsilon^2}{z^5}\right)$$

et en supposant que la somme des charges est nulle.