

B – Cycle de Rankine

1. On sait que $dU = Tds - pdV$ (identité thermodynamique). Or $H = U + PV$ donc

$dH = dU + PdV + VdP = Tds + VdP$. En écrivant cette relation pour un kilogramme de fluide :

$dh = Tds + vdp$, où h, s et v sont des grandeurs massiques.

Le passage de 2' à 3' est supposé isentropique (c'est-à-dire, pour un ingénieur, sans frottement et sans échauffement important). Donc $ds = 0$ et $dh = vdp$. On peut donc écrire entre 2' et 3' :

$$\Delta h = h_{3'} - h_{2'} = \int_{2'}^{3'} v dp. \text{ Comme le fluide est incompressible, on peut sortir le } v \text{ (constant) de l'intégrale, et}$$

on obtient $h_{3'} - h_{2'} = v \int_{2'}^{3'} dp = v(P_{3'} - P_{2'})$. Si on se réfère aux notations du diagramme (P,V) de la première

page, on voit que $P_{3'} = P_1 = 20 \text{ bar}$ (pression du bouilleur) et $P_{2'} = P_2$ (pression du condenseur).

Application numérique : $h_{3'} = 191,83 \times 10^3 + 1,010 \times 10^{-3} \times (20 - 0,1) \times 10^5 = 193,84 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

On voit que la variation d'enthalpie est très faible : $h_{3'} \simeq h_{2'}$. Cela signifie que le travail de compression est petit, et c'est l'avantage essentiel de ce cycle par rapport à celui de Carnot.

2. On applique le premier principe en système ouvert. Le bouilleur correspond maintenant à la transformation 3'-4, donc $\dot{Q}_1 = \dot{m}(h_4 - h_{3'}) = 26056,6 \text{ kJ.s}^{-1}$. Cela coûte davantage de chaleur que dans le cycle de Carnot. De même $\dot{Q}_2 = \dot{m}(h_{2'} - h_1) = -18156,7 \text{ kJ.kg}^{-1}$ (chaleur retirée de l'eau au niveau du condenseur, davantage que dans le cycle de Carnot). $\dot{W}_F = \dot{m}(h_1 - h_4) = -7919,9 \text{ kJ.s}^{-1}$ et $\dot{W}_{F'} = \dot{m}(h_{3'} - h_{2'}) = 20,1 \text{ kJ.s}^{-1}$ (cela coûte beaucoup moins qu'avant).

3. Efficacité $\eta = 0,3032$, c'est évidemment moins que pour le cycle de Carnot. On appelle *rendement* le rapport entre l'efficacité d'un cycle et l'efficacité du cycle idéal (donc de Carnot) fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes, soit ici : $r = \frac{0,3032}{0,343} = 88,4\%$. La notion de rendement n'est plus au programme.

B – Cycle de Hirn

Détente isentropique $s_6 = s_5 = 8,3895 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

A partir du graphique ci-contre, un calcul élémentaire conduit à $h_5 \simeq 2667 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

On en déduit les nouvelles valeurs

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}(h_5 - h_{3'}) = 41955,6 \text{ kJ.s}^{-1},$$

$$\dot{Q}_2 = \dot{m}(h_{2'} - h_1) = -24753,7 \text{ kJ.kg}^{-1},$$

$$\dot{W}_F = \dot{m}(h_6 - h_5) = -17222 \text{ kJ.s}^{-1} \text{ et } \dot{W}_{F'} = \dot{m}(h_{3'} - h_{2'}) = 20,1 \text{ kJ.s}^{-1}.$$

L'efficacité ne vaut plus que 41%.

On peut comparer cette efficacité à celle d'un cycle de Carnot entre les températures extrêmes

$T_1 = 45,81^\circ\text{C}$ et $T_5 = 900^\circ\text{C}$, on obtiendrait $\eta_{\text{Carnot}} = 0,7251$, d'où un *rendement* de

$$r = 0,41 / 0,7281 = 56\%$$

