

UNIVERSITÉ DE LORRAINE
FACULTÉ DES SCIENCES

Diplôme : Licence Physique-Chimie

Module : Électromagnétisme

Date : 24 mai 2017, 9h00-11h00

Rédacteur : Christophe Chatelain

Sans document, ni calculatrice.

Exercice 1 : Symétries et invariances

- 1.1.** On considère un cône de hauteur h dont l'axe de révolution est confondu avec l'axe (Oz) et dont la base est un disque de rayon R , de centre O et inscrit dans le plan (Oxy) . Le cône contient une densité volumique de charge ρ uniforme. On se place dans le système de coordonnées cylindriques.
- 1.1.1.** Tracez sur une figure le cône. Placez un point M quelconque, représentez ses coordonnées cylindriques et enfin construisez le repère local au point M .
- 1.1.2.** Donnez la liste des plans de symétrie de la distribution de charge. Quels sont les plans passant par un point M quelconque ? Quelle est la direction du champ électrique en un point de l'axe (Oz) ? Justifiez.
- 1.1.3.** Quelles transformations laissent la distribution de charge invariante ? Que pouvez-vous en déduire quant au champ électrique en un point M quelconque ?
- 1.2.** On considère à présent une boucle carrée de côté a , de centre O , inscrite dans le plan (Oxy) , dont deux côtés sont parallèles à l'axe (Ox) et les deux autres à l'axe (Oy) . La boucle carrée est parcourue par un courant d'intensité I .
- 1.2.1.** Quels sont les plans de symétrie de la distribution de courant ? (un ou plusieurs).
- 1.2.2.** Quels sont les plans d'anti-symétrie de la distribution de courant ? (un ou plusieurs).

Exercice 2 : Champs créés par une boucle circulaire

Les deux parties peuvent être traitées **indépendamment**.

- 2.1.** On considère une boucle circulaire de rayon R , de centre O et inscrite dans le plan (Oxy) . La boucle porte une densité linéique de charge λ .
- 2.1.1.** Quelle est la charge totale Q portée par la boucle ?
- 2.1.2.** Quelle est la direction du champ électrique $\vec{E}(M)$ en un point M quelconque sur l'axe (Oz) ? Justifiez.
- 2.1.3.** On considère un point N sur la boucle et on note θ l'angle entre l'axe (Ox) et (ON) . A partir du point N , on découpe un arc de cercle infiniment petit de la boucle correspondant à un angle $d\theta$. Quelle est la longueur $d\ell$ de cet arc de cercle ? Quelle est la charge qu'il porte ?
- 2.1.4.** Tracez sur une figure le repère local au point N . Donnez l'expression du vecteur $\vec{NM}$ dans ce repère pour un point M sur l'axe (Oz) dont les coordonnées cylindriques sont $(0 \ 0 \ z)$.

- 2.1.5.** Écrivez le champ électrique $d\vec{E}(M)$ créé par l'élément de longueur $d\ell$ en un point M sur l'axe (Oz) puis sa composante $dE_z(M)$.
- 2.1.6.** Calculez le champ électrique total $E_z(M)$.
- 2.1.7.** Expliquez le comportement asymptotique de $E_z(M)$ lorsque $z \rightarrow +\infty$. Quel comportement obtiendrait-on si la boucle portait une densité linéique de charge non uniforme $\lambda(\theta) = \lambda_0 \cos \theta$? Aucun calcul n'est demandé.
- 2.2.** On considère toujours la boucle circulaire de rayon R , de centre O , inscrite dans le plan (Oxy) et portant une charge totale Q . On fait tourner la boucle autour de l'axe (Oz) . La boucle chargée est alors équivalente à une boucle circulaire de courant parcourue par une intensité $I = Q/T$ où T est la période de la rotation. On ne s'intéresse dans les questions qui suivent qu'au champ magnétique créé par cette boucle.
- 2.2.1.** Quels sont les plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution de courant ? Quelle est la direction du champ magnétique $\vec{B}(M)$ en un point M quelconque sur l'axe (Oz) ? Justifiez.
- 2.2.2.** On considère de nouveau un point N sur la boucle et on note θ l'angle entre l'axe (Ox) et (ON) . On construit l'arc de cercle décrit par le point N lorsque θ varie de $d\theta$. Quel est le champ magnétique $d\vec{B}(M)$ créé en un point M quelconque sur l'axe (Oz) par cet élément de longueur $d\ell$?
- 2.2.3.** Calculez la composante $B_z(M)$ du champ magnétique total.