

UNIVERSITÉ DE LORRAINE
FACULTÉ DES SCIENCES

Diplôme : Licence Physique-Chimie

Module : Électromagnétisme

Date : 30 juin 2017, 13h30-15h30

Rédacteur : Christophe Chatelain

Sans document, ni calculatrice.

Exercice 1 : Condensateur cylindrique

On pourra traiter les deux parties indépendamment.

- 1.1.** On considère dans un premier temps un fil infini portant une densité de charge linéique λ . On choisit l'origine O sur le fil et l'axe (Oz) dans la direction du fil. On se placera dans le système de coordonnées cylindriques.
 - 1.1.1.** Tracez le fil puis choisissez aléatoirement un point M quelconque (ni sur l'axe ni dans le plan (Oxy)). Indiquez sur la figure les coordonnées cylindriques de M . Tracez le repère local au point M .
 - 1.1.2.** Donnez l'ensemble des plans de symétrie de la distribution de charge. Quels sont les plans de symétrie passant par un point M quelconque ? En déduire la direction du champ électrique au point M .
 - 1.1.3.** Quelles transformations laissent la distribution de charge invariante ? Que pouvez-vous en déduire quant au champ électrique $\vec{E}(M)$ au point M de coordonnées $(r \ \theta \ z)$.
 - 1.1.4.** On considère un point N sur le fil, à distance z' de l'origine O . On découpe un élément de longueur $d\ell = dz'$ le long du fil à partir du point N . Quelle charge est portée par $d\ell$?
 - 1.1.5.** Donnez l'expression du champ électrique $d\vec{E}(M)$ créé par l'élément de longueur $d\ell$ au point M . En déduire la composante radiale dE_r .
 - 1.1.6.** Calculez le champ électrique total engendré par le fil au point M . On pourra utiliser le changement de variable $z' = z + r \tan \alpha$.
- 1.2.** On considère le fil infini de la première question, i.e. portant une densité linéique de charge λ et confondu avec l'axe (Oz) . On ajoute un cylindre infini, de rayon R , dont l'axe de révolution est confondu avec (Oz) et portant une densité surfacique de charge uniforme σ .
 - 1.2.1.** Discutez les plans de symétrie de la distribution de charge et des transformations laissant la distribution invariante.
 - 1.2.2.** En déduire une surface de Gauss appropriée pour le calcul du champ électrique.
 - 1.2.3.** Déterminez le champ électrique en tout point de l'espace.
 - 1.2.4.** En déduire le potentiel en tout point de l'espace.
 - 1.2.5.** Quelle doit être la relation entre σ et λ pour que la charge totale soit nulle ?

Exercice 2 : Symétries et invariances

- 2.1.** On considère un cylindre creux infini dont l'axe de révolution est confondu avec l'axe (Oz) . La surface du cylindre est parcourue par un courant électrique s'écoulant parallèlement à l'axe (Oz) du bas vers le haut (i.e. dans le sens des z croissants). La densité de courant de surface j_S est supposée uniforme.
- 2.1.1.** Donnez l'ensemble des plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution de courants. Quels sont ceux passant par un point M quelconque ? En déduire la direction du champ magnétique au point M.
- 2.1.2.** Quelles transformations laissent la distribution de courant invariante ? Que pouvez-vous en déduire quant au champ magnétique $\vec{B}(M)$ au point M de coordonnées cylindriques $(r \ \theta \ z)$?
- 2.2.** On considère le même cylindre infini mais à présent on suppose que le courant électrique s'écoule à la surface, en tournant autour du cylindre dans le sens trigonométrique et en restant dans un plan perpendiculaire à (Oz) . Le système est équivalent à un solénoïde.
- 2.2.1.** Donnez l'ensemble des plans de symétrie et d'anti-symétrie de la distribution de courants. Quels sont ceux passant par un point M quelconque ? En déduire la direction du champ magnétique au point M.
- 2.2.2.** Quelles transformations laissent la distribution de courant invariante ? Que pouvez-vous en déduire quant au champ magnétique $\vec{B}(M)$ au point M de coordonnées cylindriques $(r \ \theta \ z)$?