

---

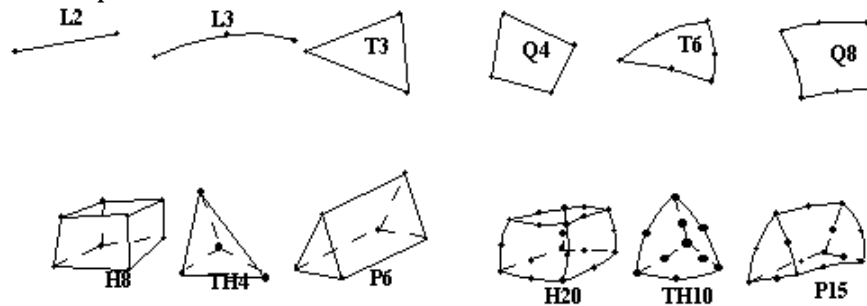
# Méthode des éléments finis (MEF) et utilisation d'Abaqus

---

## **1. Quelques éléments de théorie...**

La méthode des éléments finis (MEF) est une procédure particulière de la méthode de Raleigh-Ritz, qui consiste à subdiviser un corps déformable en un nombre finis d'éléments simples.

Les éléments peuvent être variés suivant la géométrie de la structure, la précision des résultats souhaitée, les hypothèses de modélisation... On donne quelques-uns de ces éléments ci-dessous pour illustration :



Les étapes sont :

- la discrétisation spatiale du domaine d'étude en le subdivisant en éléments simples (étape de maillage)
- la formulation au niveau de ces éléments
- la formulation globale après assemblage de tous les éléments

Pour déterminer les différents champs au sein d'un élément à partir de leurs valeurs aux différents nœuds du maillage, on utilise des fonctions d'interpolation polynomiales. A chaque élément on associe donc un champ de déplacement  $\underline{u}(\underline{x}, t)$  par superposition d'un petit nombre de fonctions simples représentatives du comportement structural : ces fonctions correspondent aux fonctions d'approximation utilisées dans la méthode de Raleigh-Ritz. L'assemblage des éléments doit permettre d'obtenir un champ de déplacement continu dans la structure.

## **2. Abaqus et les codes utilisant la MEF**

### Abaqus, quésako ?

Un logiciel utilisant la MEF est généralement composé :

- d'une partie pré-traitement, où on entre le jeu de données pour la simulation. Ceci inclut la géométrie du solide, le type de simulation (dynamique, statique, thermique...) qu'on veut effectuer, les propriétés du ou des matériaux constitutif du solide, le maillage du solide (voir ci-dessous), la définition des chargements et conditions aux limites, la liste des champs mécaniques (déplacement, contraintes, déformations, température, ...) dont on veut simuler l'évolution
- d'une partie « calcul », le cœur du logiciel, qui permet de résoudre les équations de la mécanique en utilisant la méthode des éléments finis
- d'une partie post-traitement, qui permet de visualiser et d'exploiter les différents champs mécaniques calculés.

Le logiciel Abaqus, via sa partie Abaqus/CAE, inclut ces trois parties dans une même interface. Il est le logiciel EF utilisé à l'ENSEM d'une part parce qu'il fait office de référence dans le milieu industriel, de l'autre parce que son interface utilisateur ergonomique le rend facile à utiliser (contrairement à d'autres codes exclusivement en lignes de commandes...).

Une liste de quelques codes EF couramment utilisés est donnée ci-dessous :

|                         |                                                                                    |
|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Logiciels propriétaires | Abaqus, Ansys, Nastran, Adina, Samcef, Marc, LS-dyna, FlexPDE, COMSOL multiphysics |
| Logiciels libres        | Aster, Elmer, FEBio, FreeFEM++, OOFEM, Z88Aurora                                   |

### Implicite ou explicite ?

Ces codes sont souvent séparés en deux catégories: implicite ou explicite (Abaqus permet les deux types de calcul). Brièvement, on se trouve durant une simulation devant une équation à résoudre du type  $\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{F}$  avec  $\mathbf{q}$  les déplacements aux nœuds du maillage,  $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$  les matrices de masse, d'amortissement et de raideur du système, et  $\mathbf{F}$  les chargements extérieurs appliqués aux nœuds. On va progressivement

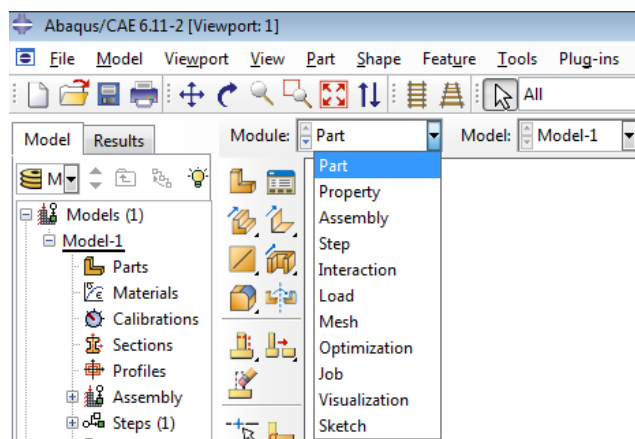
charger (ou déplacer) une structure de manière incrémentale : la géométrie ou le comportement du matériau change dans le cas général au cours de ces incréments.

**Dans un schéma implicite**, les déplacements ne sont pas des fonctions du temps, et le problème revient à résoudre l'équation ci-dessus en inversant la matrice de raideur du système pour obtenir  $\mathbf{q}$ . Ceci qui peut être très coûteux en temps de calcul dans le cas d'un maillage important, mais l'équilibre mécanique étant vérifié la simulation est stable même pour des incréments de temps importants. On utilisera ce schéma dans le cas de chargements quasi-statiques.

**Dans un schéma explicite**, on tente de déterminer  $\ddot{\mathbf{q}}$  et non  $\mathbf{q}$ , ce qui nécessitera l'inversion de la matrice de masse. Cette matrice est plus facile à inverser car les termes non-nuls sont généralement regroupés autour de la diagonale. Les déplacements à l'incrément  $t$  sont déduits de l'accélération à l'incrément  $t-1$ , sans nécessairement satisfaire à l'équilibre mécanique globale de la structure. Si on utilise un incrément de temps trop grand, le calcul va donc vite s'éloigner de la réalité physique. On utilisera ce schéma dans le cas de phénomènes dynamiques (impacts, crashes, ...).

### **3. Les différentes étapes d'une modélisation sur Abaqus**

Les différentes étapes de la modélisation sont clairement exposées dans Abaqus, ce qui en fait un des logiciels les plus faciles d'utilisation. Ces étapes vont être suivies dans l'ordre du menu déroulant « module » ci-dessous.



## **1. Définir son répertoire de travail**

Lors d'un calcul sur Abaqus, une suite de fichiers correspondant à différentes caractéristiques de la modélisation (géométrie, paramètres numériques, fichier de résultats, ...) vont être créés. Pour pouvoir retravailler sur ces fichiers sans avoir à tout recommencer, il est donc crucial de définir leur emplacement...

Il est conseillé de créer un répertoire « Abaqus » dans votre partition personnelle (disque U : en général) , puis de le définir en tant que repertoire de travail dans « file → **set work directory** »).

## **2. Définition d'une géométrie simple sur Abaqus**

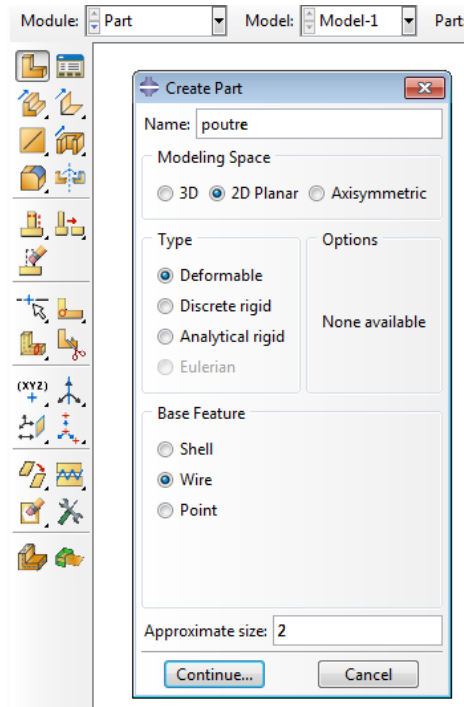
La première étape de la démarche consiste à définir la géométrie du solide dont nous voulons simuler le comportement, dans le cas où la géométrie est suffisamment simple. Dans le cas contraire, on aura recours à des logiciels de CAO dédiés, comme Catia V5, puis on importera la pièce dans Abaqus (voir section suivante).

A titre d'exemple, nous allons simuler le comportement en vibration de la poutre en L encastrée-encastrée vue précédemment (section 4.**Erreur ! Source du renvoi introuvable.** du sujet 3/4), dans un espace en 2D puis en 3D.

### Deux dimensions

Dans un premier temps, nous allons modéliser la poutre comme une structure plane, et considérer son comportement dynamique dans le plan de la structure.

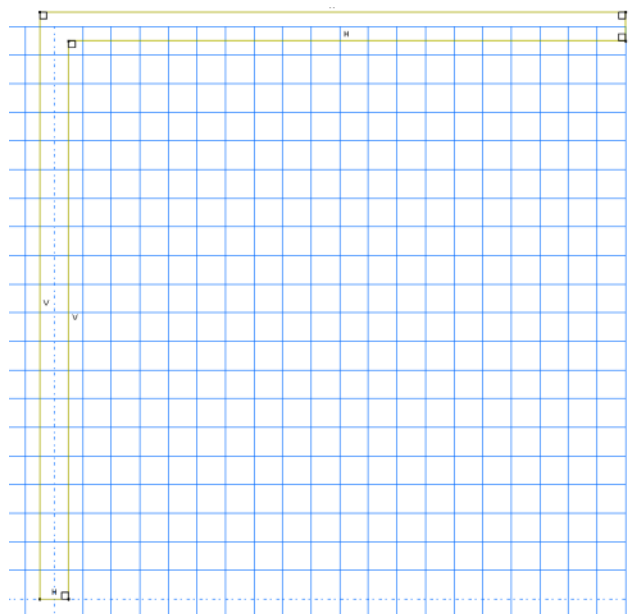
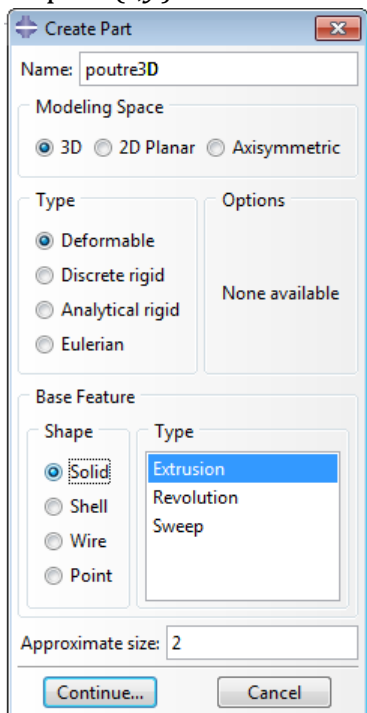
On va donc se placer dans l'espace « 2D planar », où on modélisera un objet « deformable » que l'on va dessiner à partir de sa ligne moyenne qui sera un « wire ». On définit une taille approximative du même ordre de grandeur que la pièce pour le tracé de la géométrie.



On peut ensuite tracer, comme on le ferait dans un logiciel CAO classique.

### Trois dimensions

Dans le cas où on veut modéliser la poutre dans un espace 3D, on peut définir un profil dans le plan  $(x,y)$  à extruder dans la direction  $z$  comme ci-dessous.



### 3. Import depuis Catia

Dans le cas où l'on veut importer une pièce issue d'un logiciel de CAO comme Catia V5 utilisé à l'ENSEM, on choisira alors le menu File → Import → Part puis on sélectionnera la pièce à importer au format Catia V5 « CATPart ».

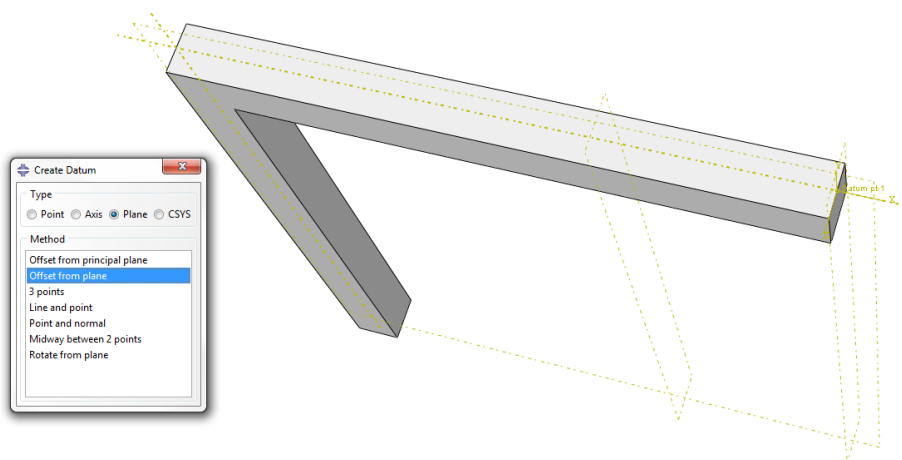
Attention : il conviendra pour la suite de se poser la question de l'unité utilisée dans abaqus lors de l'import...

#### Définir de la géométrie à partir d'une pièce (points, axes, plans, repères)

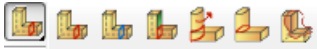
Il peut être commode pour définir des conditions aux limites, des chargements, des repères locaux, ou pour gérer le maillage de la pièce de définir des éléments géométriques sur la pièce. Ces éléments peuvent être définis sur la pièce (s'ils sont définis dans l'onglet « part ») ou sur l'assemblage (s'ils sont définis après l'onglet « assembly »). Dans les deux cas, les éléments de géométries créés apparaitront dans part (ou assembly) → features.

Les éléments de géométries sont disponibles dans Tools → datum. Il est alors possible de créer des points, des axes, des plans ou des repères (« CSYS »).

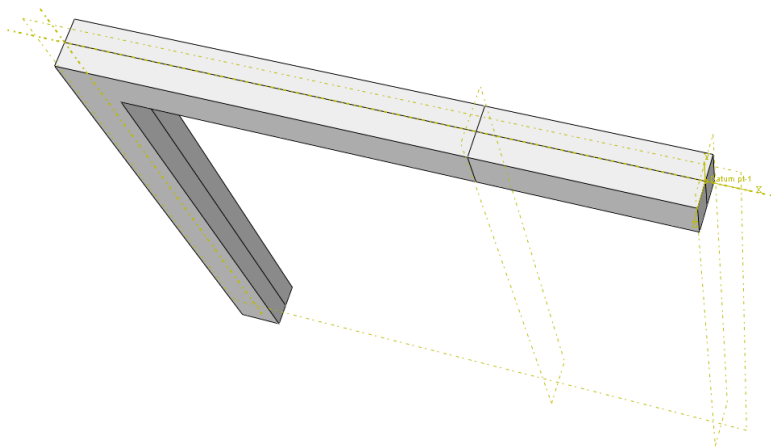
Pour chacun de ces éléments, différentes options sont possibles (ex : axe d'un cylindre ou axe défini par deux points, plan défini par 3 points ou par un point et une normale, etc...). A titre d'exemple, sur la pièce précédente, on a créé ci-dessous différents repères et plans géométriques qui peuvent être utilisés par la suite.



#### Partitionner une pièce

Les éléments de géométries ci-dessus peuvent être utilisés afin de « partitionner » la pièce. Alternativement, des outils de partition des arêtes , faces  ou volumes  sont également directement disponibles, sans passer par la construction d'éléments de géométries (« datum »).

A titre d'exemple, la pièce ci-dessous a été partitionnée selon les plans créés en section précédentes, via l'outil Partition cell → use datum plane.

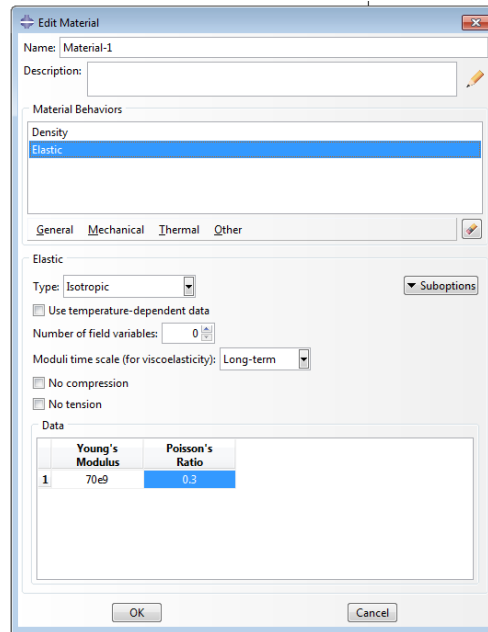


Ceci va permettre par exemple de définir plusieurs types de sections (correspondant à plusieurs types de matériaux) dans la section suivante pour des morceaux différents de la poutre.

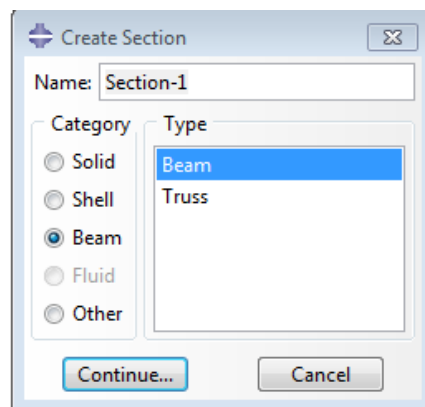
#### 4. *Matériaux et sections*

On doit ensuite définir les matériaux constitutifs de l'assemblage: dans notre exemple, l'assemblage est réduit à une seule pièce et à un seul matériau. Pour le calcul que nous voulons faire, on doit renseigner la masse volumique du matériau ainsi que ses propriétés élastiques.

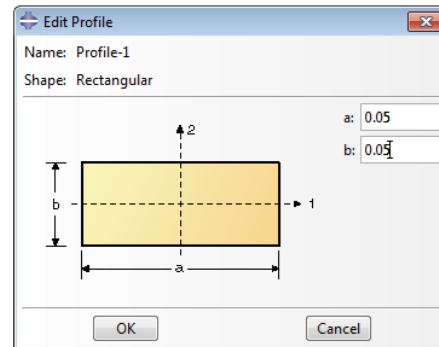
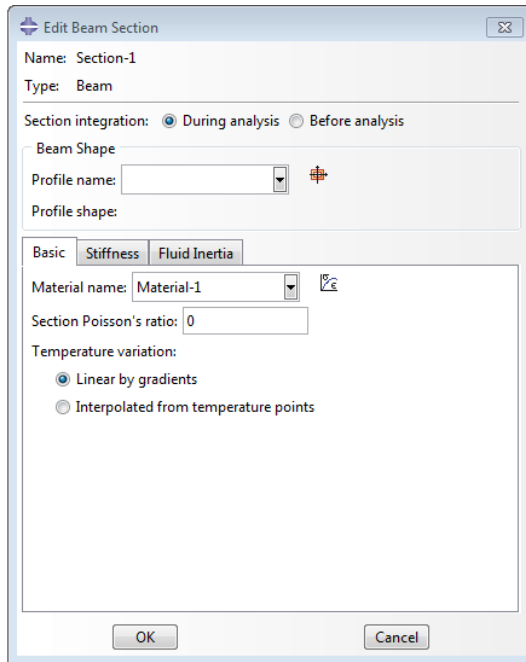
**Attention** : il n'y a pas de systèmes d'unités internes au logiciel, c'est à vous d'être cohérent dans l'ensemble des unités que vous choisirez...



Dans le cas 2D, on doit ensuite définir les sections de la poutre dont on ne connaît pour l'instant que la ligne moyenne. On va donc créer une section de type « beam » (poutre) dans notre cas. Si l'on choisit une section de type « truss », on aura alors affaire à un treillis de barres en traction-compression. On peut alors entrer les dimensions et la forme de la section de poutre comme ci-dessous.

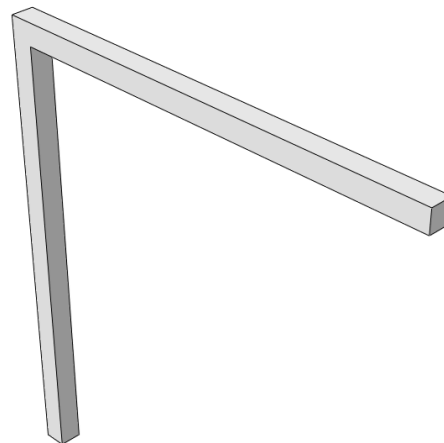
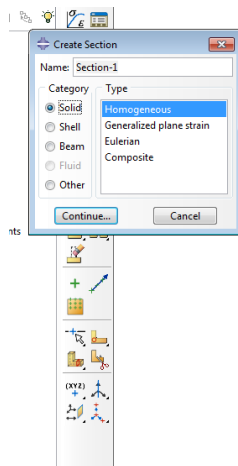




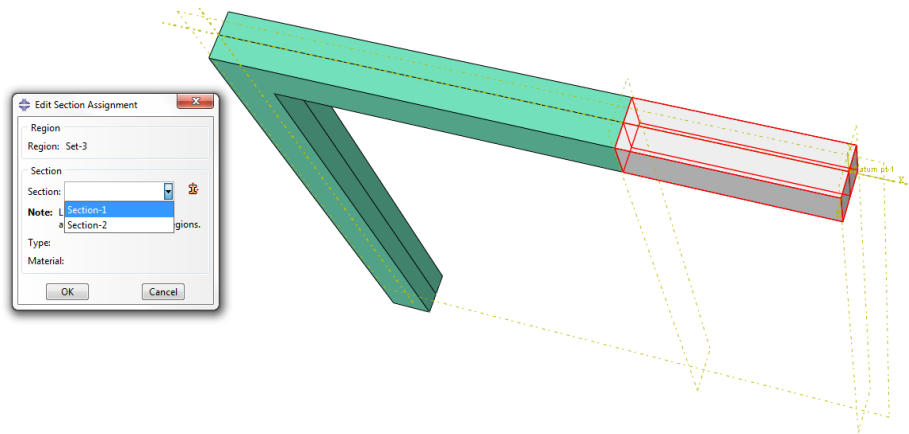


On doit également dans ce cas définir l'orientation des sections à partir du menu assign→beam section orientation. Attention à être cohérents dans la définition des largeurs/épaisseurs en rapport à l'orientation de la section...

Dans le cas 3D (ou dans le cas d'un import de pièce volumique depuis Catia), il suffit de dire que la section est homogène .

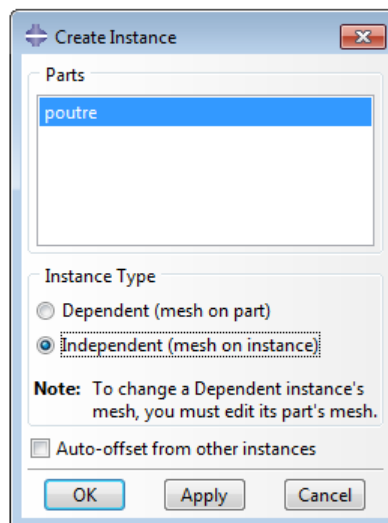


Dans le cas où la pièce a été partitionnée comme précédemment, on peut éventuellement créer deux types de sections, correspondant à deux matériaux différents, à l'avant et à l'arrière de la poutre comme illustré ci-dessous.



## 5. Assemblage et interactions

Il est nécessaire ensuite de définir un assemblage, même si dans notre cas il n'est constitué que d'une seule pièce. Sélectionner un type « independant » (le lecteur curieux est encouragé à consulter la documentation en ligne pour plus d'information à ce sujet...). On pourrait également définir ensuite le type d'interactions (contact, frottement, ...) qu'il existe entre les différentes pièces de l'assemblage : dans notre cas cette étape est inutile, mais elle peut s'avérer laborieuse pour un cas plus complexe...

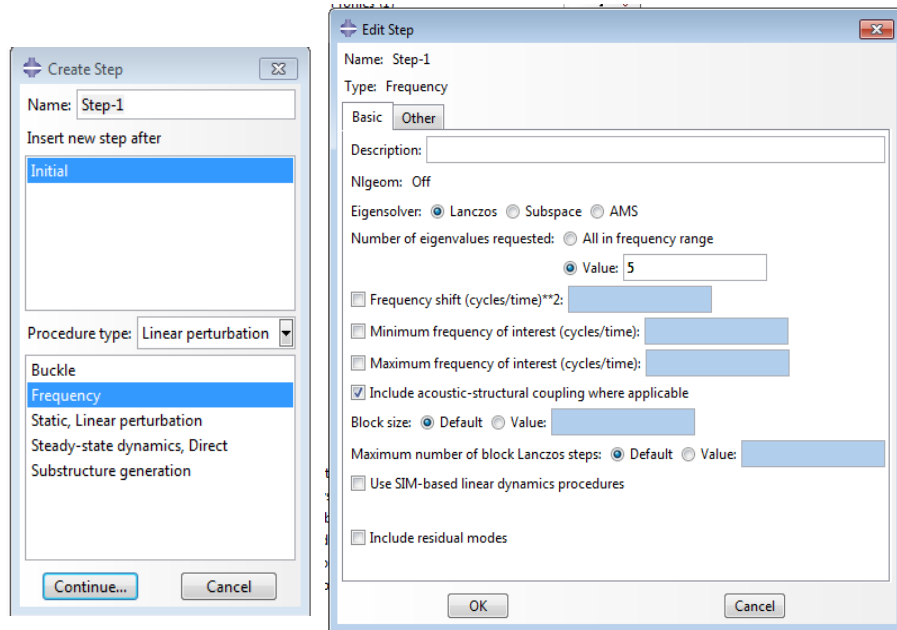


## 6. Type de calcul, discrétisation temporelle

On définit ensuite dans l'onglet « step » les étapes de calcul et la discrétisation temporelle que l'on veut calculer. On pourrait imaginer ici par exemple venir appuyer sur la poutre dans un premier « step », puis chauffer la poutre dans un deuxième, et enfin la

soumettre à un champ magnétique... Dans notre cas simple, on va créer un seul « step » de type « linear perturbation → frequency » pour une analyse modale. Pour un calcul de structures, on choisirait « general → static ».

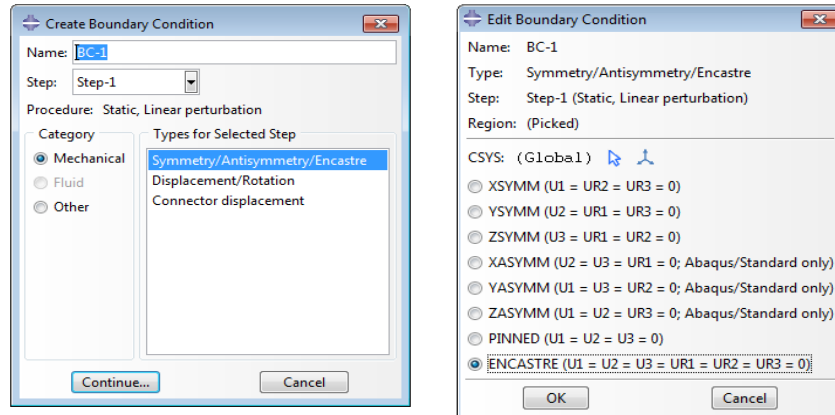
Dans le cas dynamique, on peut définir ensuite le nombre de fréquences propres à calculer « number of eigenvalues requested », et définir la plage de fréquences qui nous intéresse.



**Important :** dans le cas de la simulation d'un chargement **statique** (step : general, static) , il faut s'assurer que la fonction **NLgeom** est activée si l'on veut se placer dans le cadre des grands déplacements !!

## 7. *Chargements et conditions aux limites*

L'étape suivante consiste à définir le chargement et les conditions aux limites du problème. Dans notre cas le chargement est inexistant puisqu'on étudie les vibrations libres de la poutre. Les conditions aux limites sont de type encastrement pour les deux extrémités de la poutre.



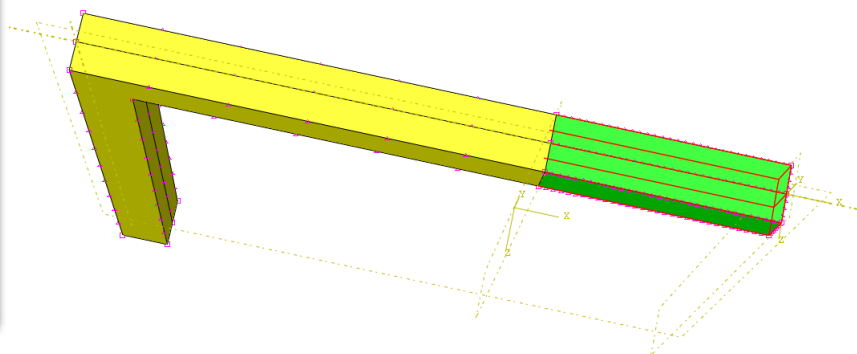
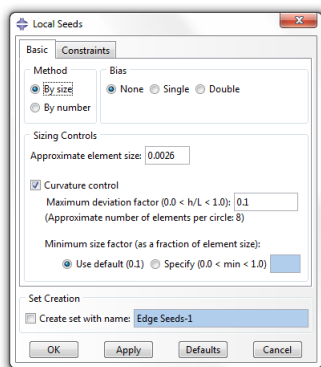
Pour définir l'emplacement des chargements, il peut être intéressant de partitionner la pièce, ou certaines faces/arêtes de la pièce, en suivant les instructions données en section 2.

## 8. Maillage

Le maillage représente une des étapes cruciales de la MEF, étant donné que les résultats peuvent fortement en dépendre. Il existe des logiciels, appelés mailleurs, qui permettent d'optimiser le maillage d'une pièce : Abaqus possède un mailleur intégré qui sera largement suffisant dans notre cas.

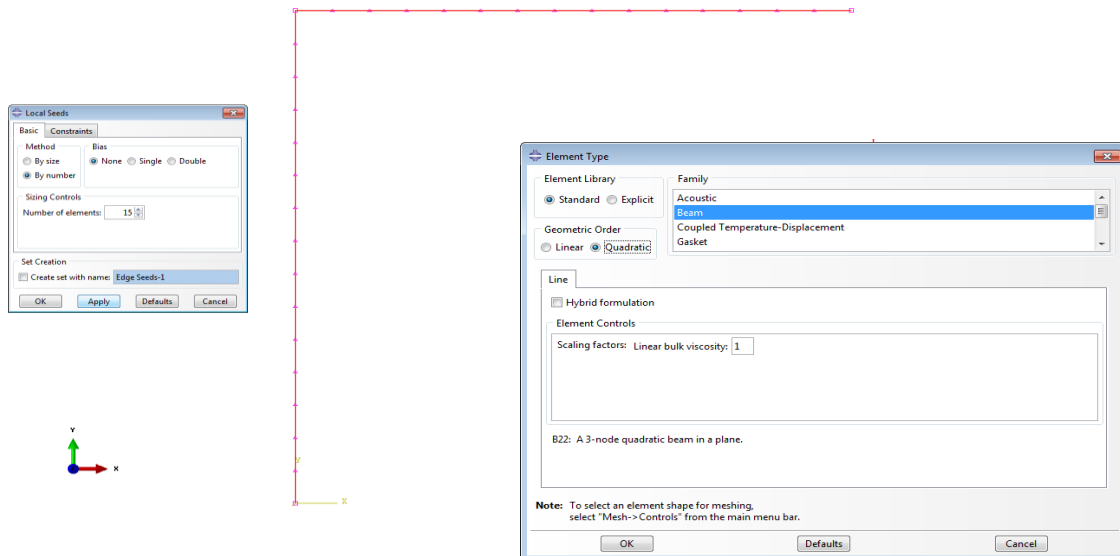
### Définition des points (« seed nodes »)

Dans un premier temps, il faut semer des points « seed nodes » sur la structure, qu'on peut définir à partir de leur taille ou d'un nombre donné. On peut choisir de définir ces paramètres sur toute la pièce , ou sur une arête seulement . Dans l'exemple ci-dessous, où la pièce a été partitionnée, on choisit de mailler l'extrémité de la poutre de façon beaucoup plus fine que sa base.



## Type d'éléments

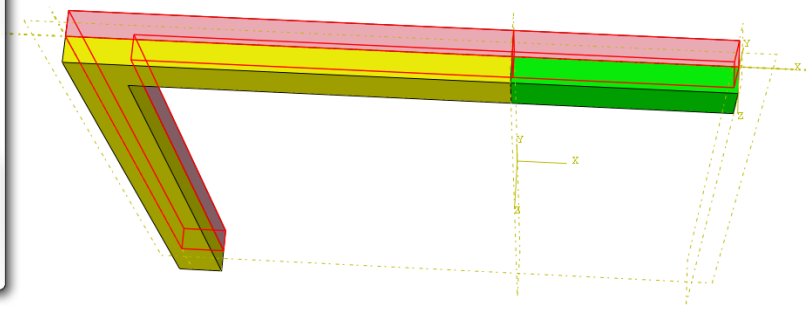
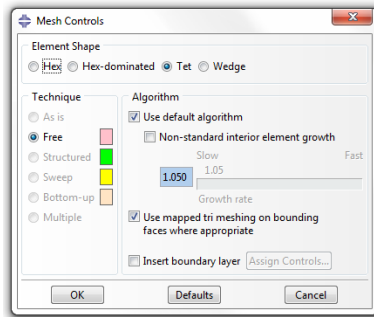
Il va falloir ensuite définir le type d'élément  que l'on veut considérer (dans le cas général, ils peuvent être des barres, des coques, des éléments 3D, etc suivant le type de géométrie). Si on choisit un élément de type « quadratique », cela signifie que les différents champs mécaniques seront interpolés dans tout l'élément à partir d'une forme de degré 2 : par défaut, cette interpolation sera linéaire. Une interpolation quadratique permettra de mieux représenter le comportement en flexion de la poutre : elle sera plus couteuse en calcul, mais d'un autre côté on pourra peut-être se permettre de diminuer le nombre d'éléments...



## Méthode de maillage

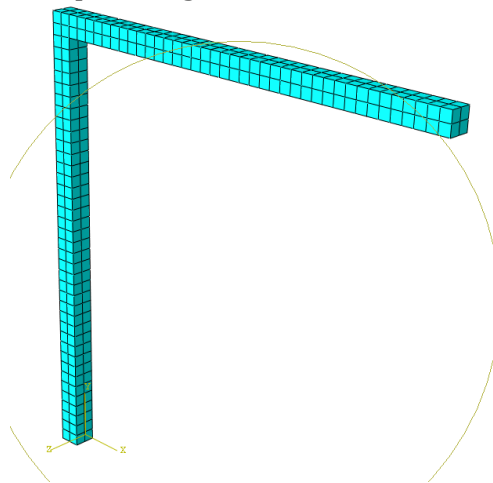
Ensuite, il s'agit de définir  comment le mailleur d'Abaqus va procéder pour « relier » entre eux les points qui ont été créés sur chacune des arêtes de l'objet. On peut montrer que d'un point de vue théorique, un maillage en quadrangles offrira de meilleurs résultats qu'un maillage en tétraèdres : cependant, pour des formes complexes, il est nettement plus facile de mailler en tétraèdres.

Dans l'exemple ci-dessous (pièce partitionnée), on décide par exemple de mailler la moitié « gauche » de la poutre en tétraèdres, et l'autre moitié en hexaèdres. Comme la densité des points est différente le long de la poutre, la densité du maillage sera hétérogène le long de la poutre.

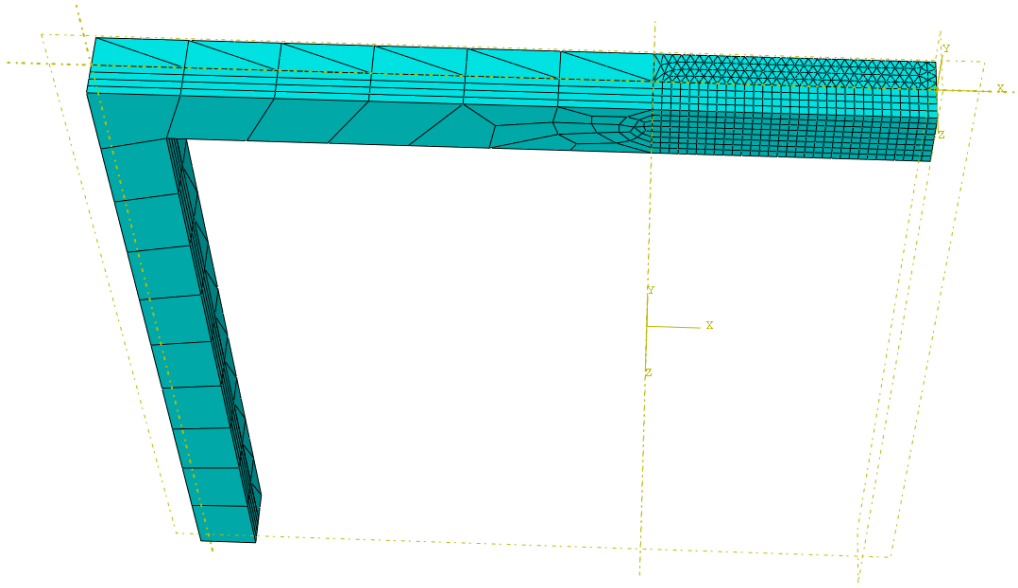


### Maillage final et vérification

Il s'agit enfin de mailler l'intégralité de la pièce  ou juste une partie de la pièce dans le cas où elle a été partitionnée . L'élément est donc maillé : dans le cas d'une modélisation de la poutre en 3D, on pourra visualiser comme ci-dessous la discrétisation spatiale de la pièce en éléments quadrangulaires.

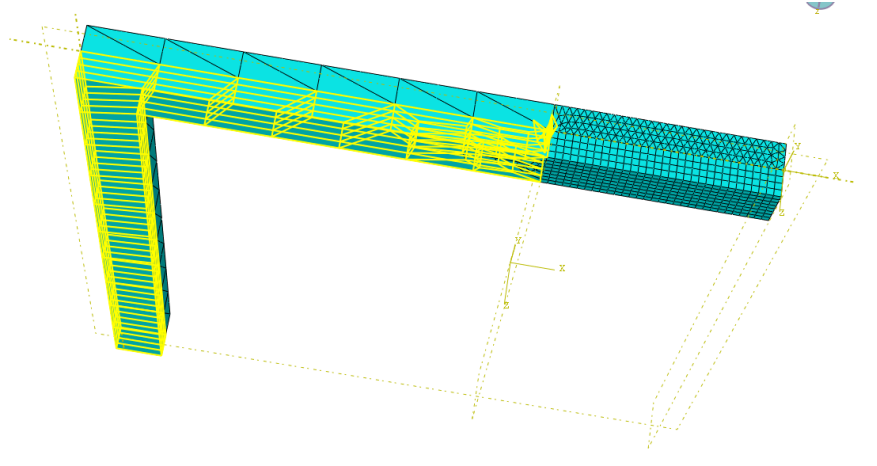
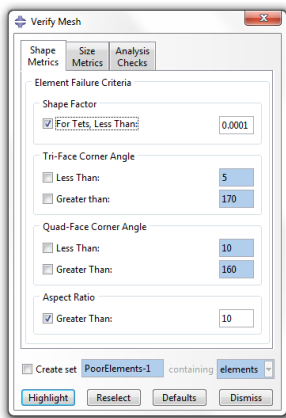


Dans le cas de la pièce partitionnée, on obtiendra un maillage hétérogène comme illustré ci-dessous. On observe que la pièce est maillée de façon très grossière à sa base et très fine à son extrémité, et qu'elle est maillée en tétraèdres sur une moitié et en hexaèdres sur l'autre.



NB : ce maillage est donné à titre d'illustration : il n'y a évidemment pas d'intérêt particulier à effectuer cette partition !

Un outil « d'inspecteur de maillage »  permet de juger de la qualité du maillage généré. Dans l'exemple ci-dessous, on peut choisir par exemple de mettre en exergue les éléments qui ont un rapport d'échelle non satisfaisant :



On peut d'ores-et-déjà dire que, même si le calcul va s'effectuer, l'interpolation qu'Abaqus va réaliser pour ces éléments ne sera pas bonne, et que les résultats risquent d'être erronés.

## 9. Lancement d'un calcul

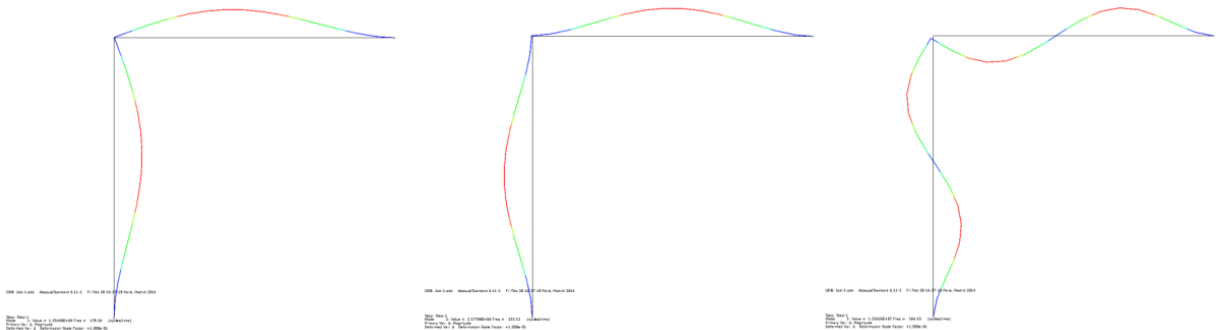
Dans l'onglet « job », on définit les détails numériques du calcul qu'on s'apprête à effectuer. Dans notre cas simple, les propriétés par défaut sont suffisantes à mener le calcul. Une fois le « job » créé, on le soumet au calcul (« submit ») puis, une fois le calcul effectué (« job completed successfully ») on visualise les résultats dans l'onglet « results ». Il pourra être intéressant de consulter les informations données par Abaqus (« monitor ») pour comprendre pourquoi un calcul n'a pas abouti.

## 10. Exploitation des résultats

Abaqus possède une partie post-traitement qui permet de visualiser les résultats de la simulation et d'en tirer des conclusions quantitatives. Par exemple, les icônes ci-contre permettent de visualiser l'état déformé superposé à l'état initial.

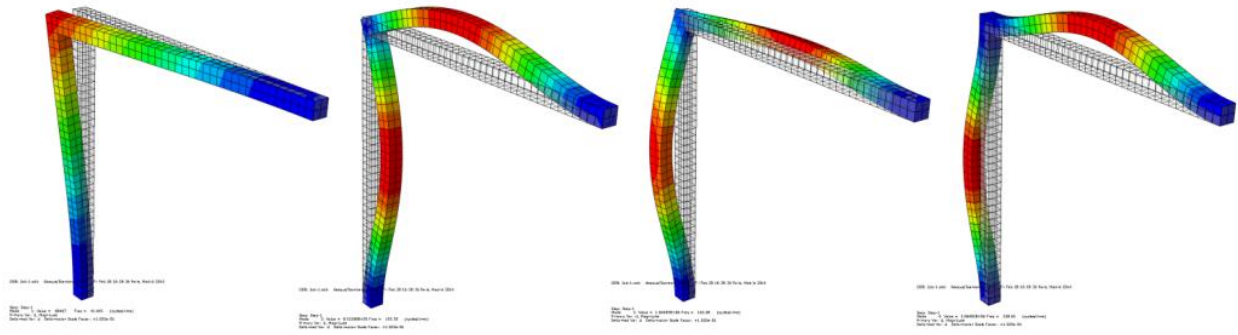


A l'aide des flèches au-dessus de la fenêtre principale , on peut visualiser les différents modes propres. Les fréquences peuvent être relevées à partir du menu « Result→Step/Frame ». Le calcul donne les déformées suivantes en deux dimensions :



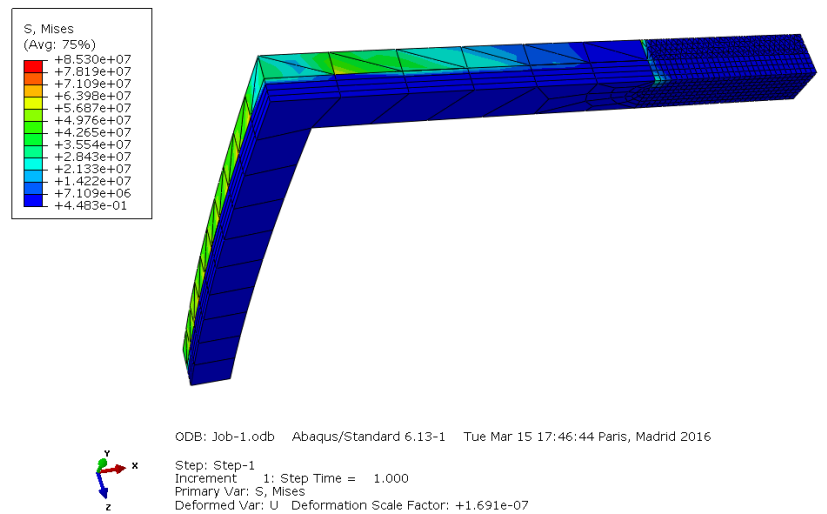
En trois dimensions, on observe naturellement que la structure peut osciller dans la direction normale au plan de la structure, ce qui est certainement plus réaliste, mais ne correspond plus au modèle que l'on a exposé dans la partie théorique précédente...





**A noter :** dans votre synthèse des résultats, éviter les « impressions écran » avec le fond bleu par défaut d'Abaqus sur lesquels on ne peut rien voir... une interface d'export existe, et le fond n'est pas condamné à resté bleu.

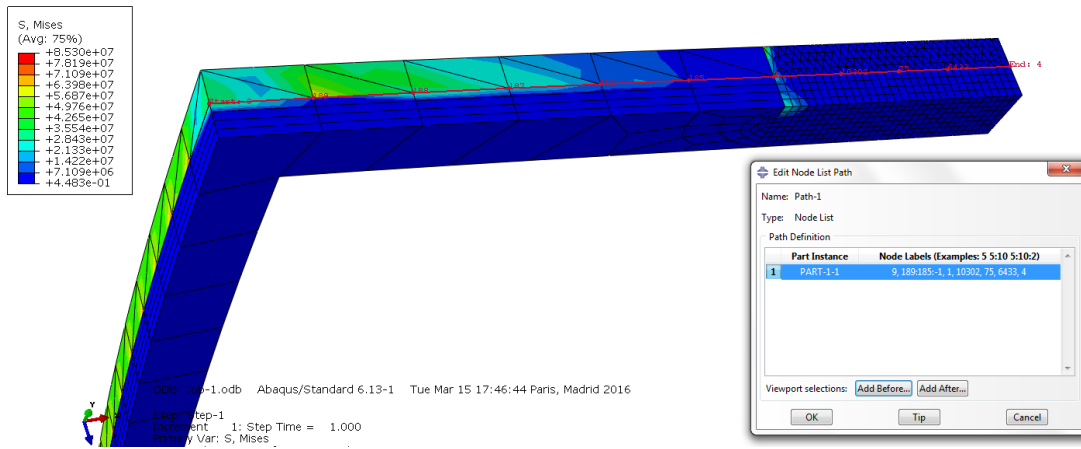
A titre d'exemple, on a représenté ci-dessous la déformée de la pièce partitionnée lors de l'application d'une force à son extrémité : on s'aperçoit alors que la contrainte équivalente de Von Mises affichée dépend clairement du maillage qui a été utilisé...



On peut chercher notamment, afin de procéder au post-traitement des données, à représenter l'évolution d'une variable (par exemple le déplacement, la contrainte, la déformation, ...) le long d'un « chemin » donné.

Ceci est fait en réalisant un « path » qui connecte des nœuds entre eux.

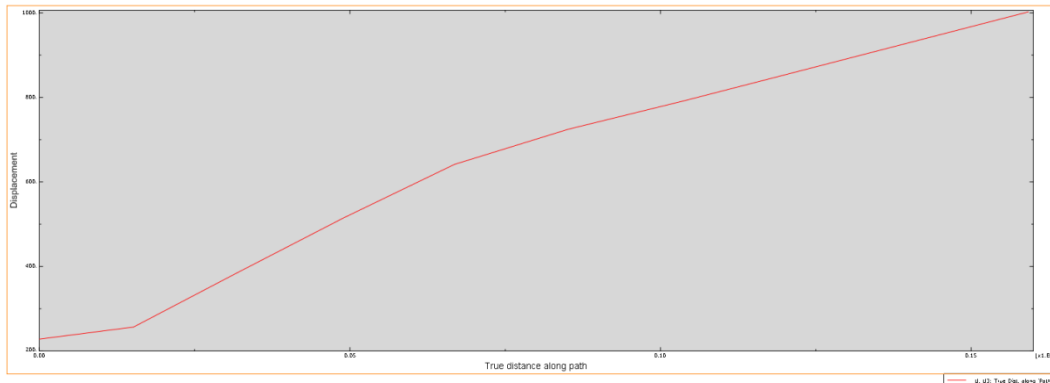
Tools → Path → Create



Il suffit ensuite de créer un tableau de valeurs le long de ce chemin :

Tools → XYData → Create → Path

On peut alors choisir de visualiser le résultat par l'outil « plot » :

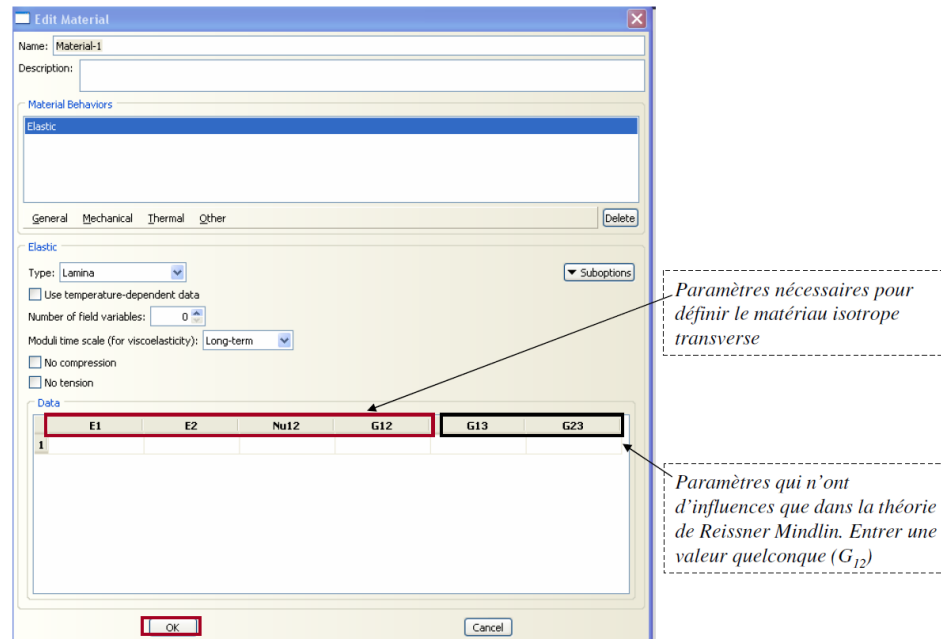
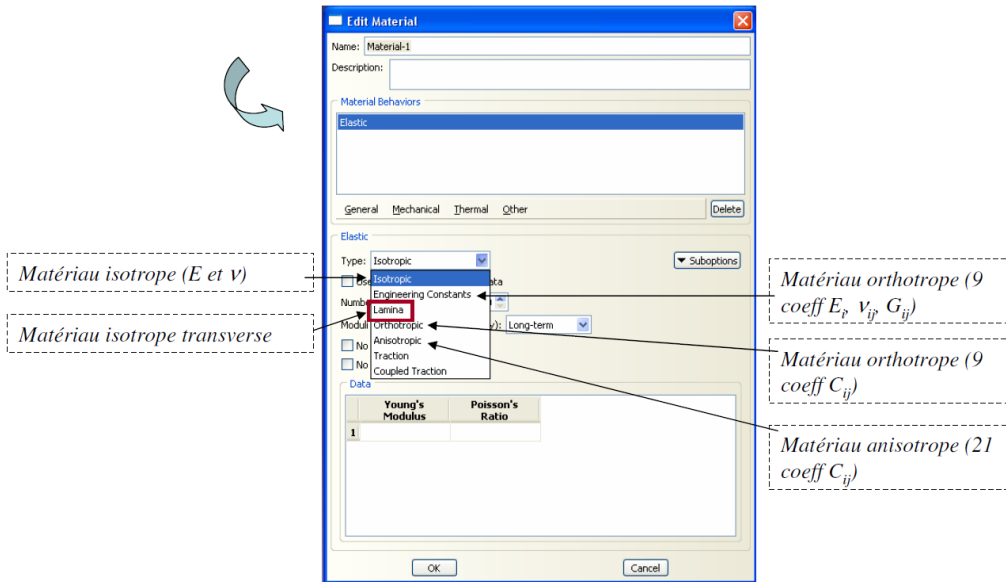


Enfin, il est possible d'exporter les valeurs en éditant les valeurs qui ont été créées (XYData → cli droit → Edit) puis en effectuant un copier-coller des valeurs dans un tableur quelconque.

# Modélisation des composites dans Abaqus

Il est possible de modéliser le ski comme un sandwich composite, constitué d'éléments de type plaque «shells », plutôt que par un solide homogène. La démarche est expliquée ci-dessous... Merci à Yves Meshaka (EEIGM) pour ces impressions d'écran .

## 11. Matériau orthotrope



Cette procédure doit être reprise autant de fois que vous avez de matériaux différents à définir...

## 12. Définition d'un sandwich à partir d'une plaque

Nom du matériau

Logique ! on a défini un shell dans la section Part : la section est donc associée à un shell !

Section isotrope

Section composite = empilement de couches isotropes et/ou isotropes transverse

Section isotrope

Définir l'épaisseur

Choisir le matériau

Options par défaut = intégration numérique la plus complète

Définir pour chaque pli, le matériau, son épaisseur, et son orientation

| Material | Thickness | Orientation Angle | Integration Points | Ply Name |
|----------|-----------|-------------------|--------------------|----------|
|          |           |                   | 3                  |          |
|          |           |                   | 3                  |          |

Layer 3 (material 1, orientation 3)

Layer 2 (material 2, orientation 2)

Layer 1 (material 1, orientation 1)

Layers 1 & 3 use the same material in different orientations

Specify 3 temperature values read per layer for stress analysis

Use default of 3 section points per layer (also define temperature degrees of freedom for heat transfer)

**Edit Section Assignment**

Section:

**Note:** List contains only sections applicable to the selected regions.

Type: Shell, Composite

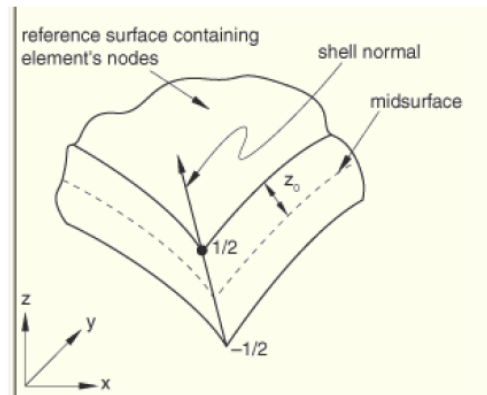
Material: Material-1

Region: (Picked)

Shell Offset  
Definition:

Sélectionner la section souhaitée

Position de plan moyen. Par défaut = middle surface



Autre possibilité : Layups Composite



Raccourci pour définir le layups

**Create Composite Layup**

Name:

Initial ply count:

Element Type  
☒ Conventional Shell  
☐ Continuum Shell  
☐ Solid

Nombre de plis

**Edit Composite Layup**

Name: CompositeLayup-2

Element type: Conventional Shell Description:

Layup Orientation  
Definition:    
Part coordinate system

Files

Section integration: ☒ During analysis ☐ Before analysis

Thickness integration:

☐ Make calculated

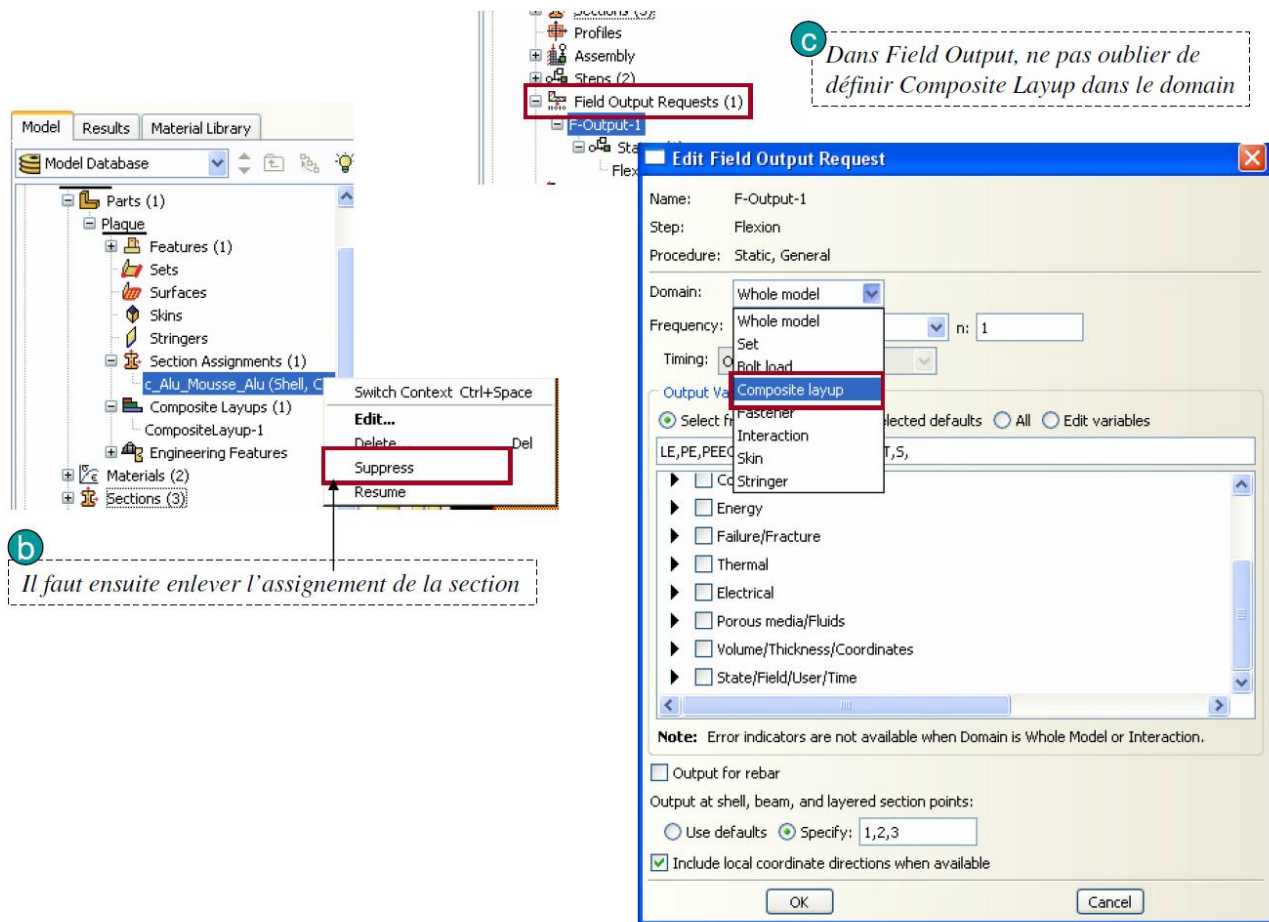
Plies Offset S

Valeur de l'épaisseur

Valeur de l'angle

|   | Ply Name | Region               | Material             | Thickness            | CSYS    | Rotation Angle       | Integration Points |
|---|----------|----------------------|----------------------|----------------------|---------|----------------------|--------------------|
| 1 | ✓ Ply-1  | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <Layup> | <input type="text"/> | 3                  |
| 2 | ✓ Ply-2  | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <Layup> | <input type="text"/> | 3                  |
| 3 | ✓ Ply-3  | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <Layup> | <input type="text"/> | 3                  |

Choix proposé



## Représentation graphique des différents plis dans l'épaisseur

