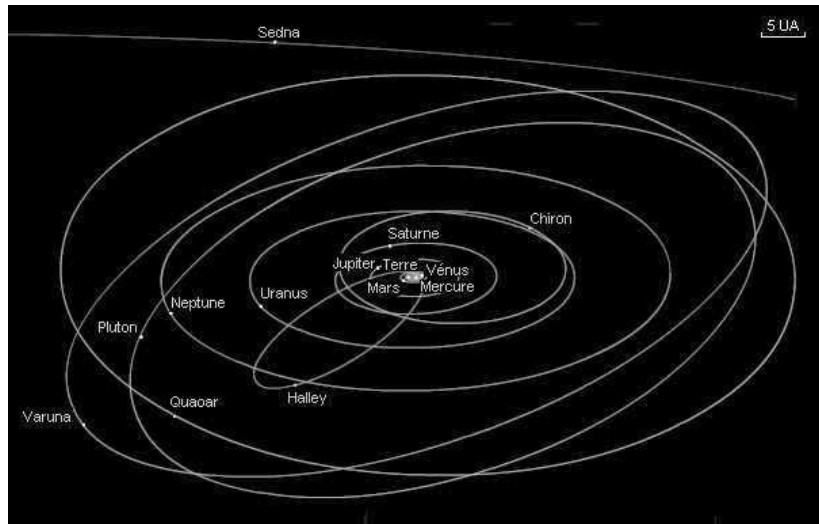


Introduction à la Physique

Exercice 1 : Caractéristiques du système solaire

1. La distance Terre-Soleil est de 150 millions de kilomètres. En utilisant des arguments dimensionnels, exprimez le rapport R^3/T^2 (où R est le rayon de l'orbite d'une planète et T sa période de révolution au tour du Soleil) en fonction de G , la constante universelle de la gravitation et $M_\odot$, la masse du Soleil (on justifiera et on utilisera le fait que la masse de la planète n'intervient pas).
2. On donne les périodes des planètes suivantes, Mercure, Vénus, Jupiter, Uranus et Pluton, respectivement égales à 0.24, 0.61, 11.8, 84.0 et 247.7 années. En déduire les rayons des orbites et la taille du système solaire.
3. Utilisez un raisonnement similaire pour déterminer la distance Terre-Lune sachant que les masses du Soleil et de la Terre sont respectivement de 2.10^{30} et 6.10^{24} kg.



Le système solaire, ses planètes et ses principales comètes.

Exercice 2 : Caractéristiques de l'atome d'hydrogène

L'atome d'hydrogène est constitué de deux charges électriques en interaction coulombienne. Il est caractérisé par les masses m_e et m_p de l'électron et du proton, leurs charges $-q$ et q , la constante ϵ_0 caractéristique de l'interaction électrique (les effets gravitationnels sont négligeables) et la constante de Planck $\hbar$, puisque le traitement doit être quantique. Comme l'énergie est caractérisée par le terme d'interaction $-q^2/4\pi\epsilon_0 a$, on posera que la taille caractéristique de l'atome, a , est de la forme :

$$a = f(q^2, 4\pi\epsilon_0, m_e, m_p, \hbar).$$

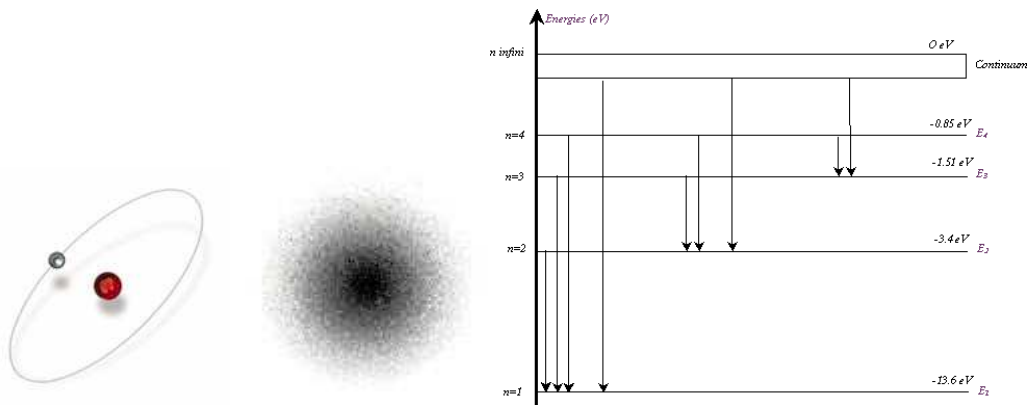
1. En déduire l'expression

$$a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e q^2} \times Cte$$

du rayon de l'atome d'hydrogène. On justifiera l'absence de m_p dans cette relation en considérant le cas d'un atome au repos. Donner la valeur numérique de a .

2. Comparez au résultat que l'on obtiendrait en supposant que c'est la gravitation qui est responsable de la cohésion de l'atome (si électron et proton étaient neutres par exemple).

3. Donnez la forme et la valeur numérique de l'énergie de l'atome.



Diverses représentations de l'atome d'hydrogène - **à gauche** : la représentation classique qui assimile l'atome à un mini système solaire où la force électrique remplace la force de gravitation ; mais la théorie et l'expérience montrent que cette image n'est pas correcte. - **à droite** : la représentation quantique qui montre ici les divers niveaux énergétiques dans lesquels l'atome peut se retrouver ; ces niveaux sont quantifiés ; en transitant d'un niveau à un autre l'atome peut émettre ou absorber un photon. - **au milieu** : autre représentation quantique de l'atome ; ici est représentée la probabilité de trouver l'électron à une certaine distance du noyau lorsque l'atome est dans le niveau énergétique 1s.

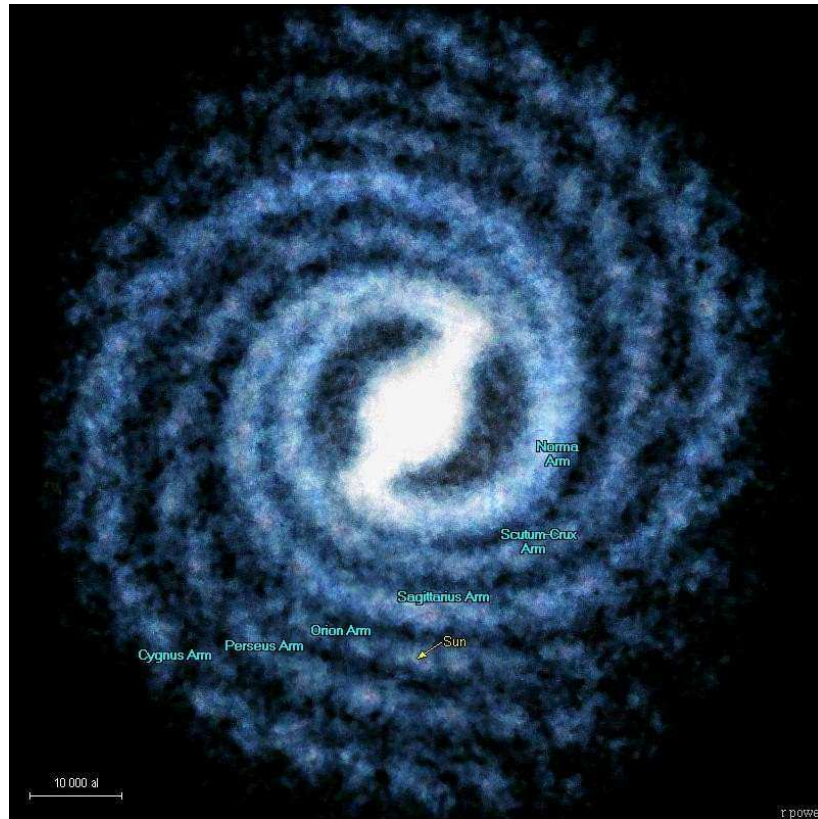
Exercice 3 : Masse de la galaxie

Par l'observation astronomique, on peut déterminer l'ordre de grandeur de la distance du Soleil au centre de notre galaxie (la Voie Lactée) : $R_\odot \approx 30000 \text{ a.l.} \approx 2.8 \cdot 10^{20} \text{ m}$ (le soleil est situé dans le tiers périphérique de la galaxie) et de la vitesse de récession, $v_\odot \approx 200 \text{ à } 300 \text{ km/s}$, du Soleil autour du centre de la galaxie. Les données relatives à la Voie Lactée peuvent être considérées caractéristiques de l'ensemble des galaxies.

1. En supposant que la galaxie est un objet à l'équilibre gravitationnel obéissant aux lois de la dynamique, on peut exprimer la masse M_g de la galaxie comme une fonction de $R_\odot$, $v_\odot$, $M_\odot$ et G :

$$M_g = f(R_\odot, v_\odot, M_\odot, G).$$

2. En déduire le nombre approximatif d'étoiles que comporte la Voie Lactée, moyennant quelques hypothèses simplificatrices à préciser.



Représentation de la Voie Lactée vue de dessus obtenue à partir des données spectroscopiques de l'hydrogène neutre et ionisé.

Exercice 4 : Dommages causés par le vent sur une toiture

On se propose de déterminer l'effet que peut avoir une rafale de vent sur les tuiles d'une toiture mal entretenue. On considère pour cela une tuile mal ajustée (c'est-à-dire simplement posée, mais pas coincée par les tuiles adjacentes), de masse $m = 6 \text{ kg}$, de surface

$S = 5.5 \times 10^{-2} \text{ m}^2$. L'effet dominant d'une rafale de vent de vitesse v est simplement de produire une force verticale dirigée vers le haut. Celle-ci dépend de la masse volumique de l'air, $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$. En utilisant des arguments dimensionnels, on cherche la vitesse nécessaire pour soulever la tuile.

1. Rappelez les dimensions $[F]$ d'une force, puis celles de ρ , v et S .
2. On cherche à exprimer la force due au vent par l'expression $F = Cte \times \rho^\alpha v^\beta S^\gamma$. Déterminez les exposants α , β et γ .
3. En supposant que la constante est égale à 1, exprimez la vitesse du vent v_{min} pour que cette force F compense exactement le poids de la tuile.

4. Application numérique : donnez la valeur de v_{min} en m/s et en km/h (on prendra $g \approx 10 m/s^2$). On pourra remarquer qu'il apparaît dans l'application numérique un terme de la forme $(1000/1.1)^{1/2}$ où $1/1.1 = (1+0.1)^{-1} \approx 1-0.1$ au premier ordre.

5. Une tuile en terre cuite résiste par exemple au maximum à un vent de $100 km/h$. Une tuile en béton de même surface est à peu près deux fois plus lourde. A quelle vitesse maximale du vent résistera-t-elle ?

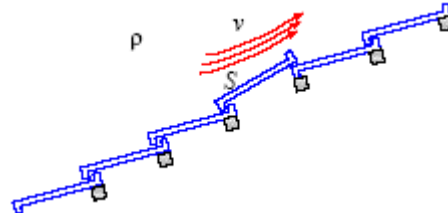


Schéma d'un toit avec une tuile mal ajustée.

Exercice 5 : Distance Terre-Lune

On se propose de déterminer la distance Terre-Lune. On dispose pour cela d'un certain nombre d'informations :

- la période de révolution de la Lune autour de la Terre est $T_{Lune} = 28 \text{ jours}$,
- le rayon terrestre est $R_T \approx 6400 \text{ km}$,
- un satellite géostationnaire (c'est-à-dire dont la période de révolution vaut exactement $T_{géost.} = 24 \text{ h}$) doit être placé à une altitude $h = 36000 \text{ km}$

1. Sachant que GmM_T/r est une énergie, déterminez les dimensions de la constante universelle de la gravitation G .



La Terre et la Lune photographiées par le satellite Galileo

2. En déduire une expression dimensionnelle entre la distance r d'un corps en orbite autour de la Terre, sa période de révolution T et les constantes G et M_T (masse de la Terre) :

$$r = f(G, M_T, T)$$

3. En comparant les données relatives à la Lune et au satellite géostationnaire, en déduire la valeur numérique de la distance Terre-Lune.

Exercice 6 : Température de surface du Soleil et des planètes

On assimile le Soleil à une source thermique de rayon R_S , de température de surface inconnue T_S . On introduit la constante de Stefan, $\sigma = 6.6 \times 10^{-8} \text{ kg s}^{-3} \text{ K}^{-4}$ (le kelvin, K , est l'unité de température), qui mesure l'énergie émise par une source thermique.

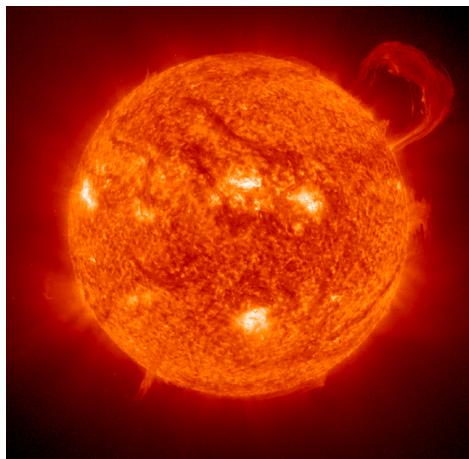
1. On note P_S la puissance (énergie/temps) émise par le Soleil, $P_S = f(R_S, T_S, \sigma)$. A l'aide des équations aux dimensions, exprimez P_S .

2. La Terre reçoit son énergie du rayonnement émis par le Soleil et de ce fait, la température terrestre T_T est essentiellement déterminée par P_S via une relation analogue à celle établie plus haut : $P_S = f(R_T, T_T, \sigma)$, avec $R_T = 150 \times 10^6 \text{ km}$ la distance Terre-Soleil. En déduire que :

$$R_S^{1/2} T_S = R_T^{1/2} T_T$$

3. A partir de ce résultat, évaluez l'ordre de grandeur de la température de surface du Soleil (on donne le rayon solaire $R_S = 700000 \text{ km}$).

4. La planète Mars est située à $R_M = 230 \times 10^6 \text{ km}$ du Soleil. Peut-on trouver de l'eau liquide à la surface de Mars ?



Eruption solaire observée le 14 septembre 1999. La température en surface du soleil n'est pas parfaitement homogène. Les zones les plus claires sont les chaudes sur cette photographie.

Exercice 7 : Masse de la Terre

L'estimation de la masse de la Terre peut être faite en comparant l'énergie gravitationnelle à l'énergie électrique. La Terre est en effet un objet en équilibre. L'effet de la gravitation, qui tend à effondrer le système, est compensé par la stabilité atomique.

1. Montrer que l'énergie gravitationnelle totale de la Terre est de la forme :

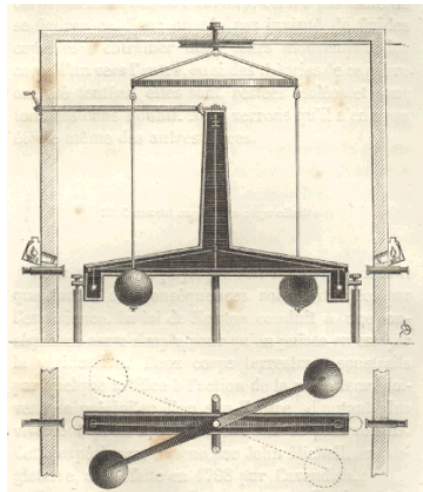
$$U_{grav} = GM_{\oplus}^2/R_{\oplus}$$

2. Il est assez difficile d'estimer l'énergie électrique car la croûte terrestre est solide mais l'intérieur de la Terre est liquide. On peut toutefois considérer que la stabilité électrique est assurée par l'énergie d'ionisation typique, de l'ordre de l'énergie de l'atome d'hydrogène, $E_{ion.} = 5 \text{ à } 10 \text{ eV}$ par atome. Evaluer l'énergie électrique totale pour le volume de la Terre, sachant que la distance entre atomes pour la matière condensée constituant la Terre est de l'ordre de $a = 0.3 \text{ nm}$.

3. En égalant les deux contributions précédentes, il vient une expression entre rayon et masse :

$$\frac{M_{\oplus}^2}{R_{\oplus}^4} = \frac{4}{3} \pi \frac{E_{ion.}}{G a^3}.$$

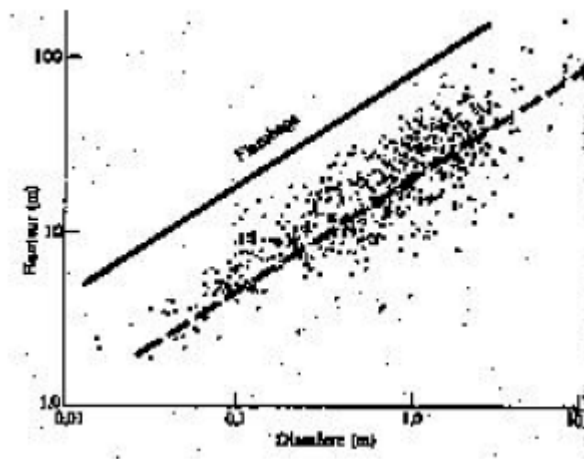
Avec $R_{\oplus} = 6 \times 10^6 \text{ m}$, estimez la masse de la Terre et comparez à la valeur réelle qui est de l'ordre de $6 \times 10^{24} \text{ kg}$.



Expérience de Cavendish (1798) : Cavendish mesure la force entre deux boules massives grâce à une balance à torsion. Il en déduit la valeur de la constante universelle de la gravitation qui permettra d'estimer la masse de la Terre.

Exercice 8 : Production d'énergie par les animaux

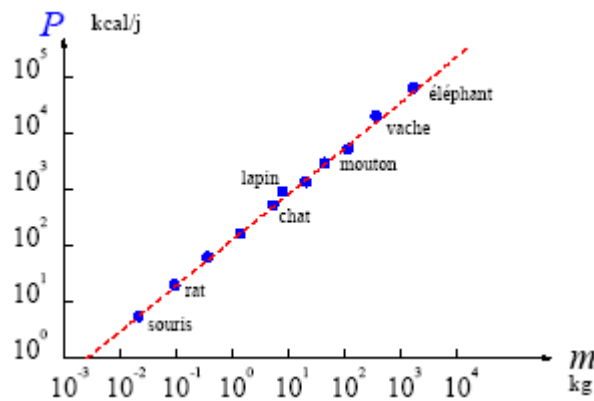
Il est possible d'établir une loi d'échelle entre la masse des animaux et leur production quotidienne de chaleur à partir d'arguments extrêmement simples issus de l'étude de la résistance des matériaux. Si l'on considère une colonne cylindrique de hauteur h et de rayon r , verticale, celle-ci peut se courber sous l'effet d'une contrainte (on parle de flambage), comme par exemple les troncs d'arbres sous l'effet du vent. Tant que la contrainte reste assez faible, on est dans le domaine élastique et la colonne reprend sa forme initiale après suppression de la contrainte. Au-delà d'une contrainte limite en revanche, il y a rupture. On montre en théorie de l'élasticité que pour éviter la rupture sous l'effet du simple poids de la colonne en situation de flambage, il faut que les dimensions de la colonne obéissent à une loi d'échelle : $h = Cte \times r^{2/3}$ où la constante dépend de la gravité, de la densité de la colonne et de ses caractéristiques élastiques. On peut noter que c'est une constante dimensionnée. Cette relation est remarquablement vérifiée dans la nature, par exemple par la forme des arbres (J. Kane et M. Sternheim, Physique, Masson, Paris 1997, p. 203).



Loi d'échelle hauteur – diamètre pour des arbres d'Amérique du Nord. Les échelles sont logarithmiques sur les deux axes et la pente est bien de 2/3.

L'application à la production d'énergie par les animaux repose d'une part sur l'observation dans le cas des mammifères qu'ils sont grossièrement constitués d'éléments cylindriques qui doivent satisfaire la loi $h \propto r^{2/3}$ et d'autre part que la puissance P développée par un muscle de masse m de mammifère est indépendante de l'animal et varie proportionnellement avec sa section S .

1. En assimilant un muscle à un cylindre de longueur ℓ et de rayon r , montrer que $P \propto \ell^3$ et $m \propto \ell^4$.
2. En déduire que la puissance dégagée par un muscle est de la forme $P \propto (\ell^4)^{3/4} \propto m^{3/4}$.
3. Commentez la figure suivante.



Loi d'échelle pour la production journalière de chaleur – masse pour les animaux vertébrés à sang chaud. Les échelles sont logarithmiques sur les deux axes et la pente est bien de $\frac{3}{4}$

Exercice 9 : Corde de violon

Exprimez la fréquence que peut émettre en vibration une corde de violon de longueur ℓ , soumise à une force de tension F et de masse par unité de longueur ρ_ℓ .

Application Numérique : $\ell = 40 \text{ cm}$, diamètre de la corde $d = 1 \text{ mm}$, densité volumique de la corde $\rho = 7.86 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, $F = 762 \text{ N}$.



Un amateur de violon bien connu.

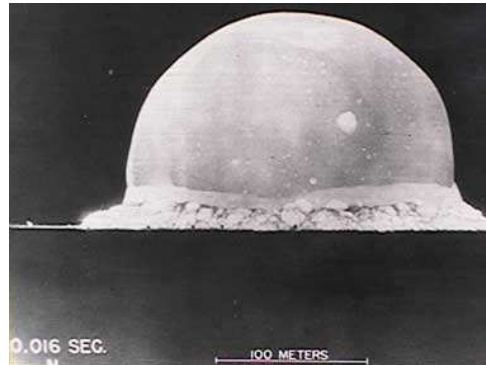
Exercice 10 : Energie dégagée par une explosion nucléaire

Grâce à l'analyse dimensionnelle G.I. Taylor (1886 – 1975) put déduire l'énergie dégagée par l'explosion d'une bombe atomique à partir d'un film sur lequel on voyait l'onde de choc se propager. Il partit de l'idée que le rayon R de l'onde de choc produite par l'explosion devait être une fonction de puissances de l'énergie dégagée E , du temps t écoulé depuis l'explosion

et de la masse volumique ρ du milieu dans lequel cette onde de choc se propageait, en l'occurrence l'air. C'est à dire : $R = Cte \times E^\alpha t^\beta \rho^\gamma$ où la constante sans dimension est supposée proche de 1.

1. Grâce à l'analyse dimensionnelle, déterminer α , β et γ .

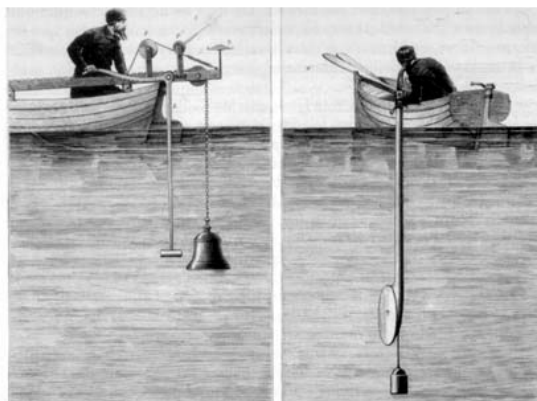
2. Application numérique. Calculez l'énergie dégagée par l'explosion à partir de cette image tirée du film où le temps t est indiqué en bas de l'image ainsi que l'échelle de distance. On donne la masse volumique de l'air : $\rho = 1 \text{ kg.m}^{-3}$.



Exercice 11 : Propagation du son dans les matériaux

On désire étudier la vitesse de propagation v du son dans un matériau. On émet l'hypothèse que cette vitesse de propagation dépend de la masse volumique ρ (en kg.m^{-3}) du matériau et aussi de son élasticité, mesurée par un coefficient que l'on appelle le module d'élasticité (ou module de Young) E . Ce coefficient a les dimensions d'une pression (unité de pression, le Pascal : $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N.m}^{-2}$).

1. Montrer par une analyse dimensionnelle que : $v = C \sqrt{E/\rho}$ où C est une constante sans dimension.



Mesure de la vitesse du son dans les eaux du lac Léman réalisée par Jean Daniel Colladon et Charles Sturm en 1828

2. Pour l'aluminium, on dispose des données suivantes : $E_{Al} = 69000 \text{ MPa}$ ($1 \text{ Mpa} = 10^6 \text{ Pa}$) et $\rho_{Al} = 2.7 \text{ g.cm}^{-3}$. Pour l'acier inoxydable courant, on dispose des données suivantes : $E_{Al} = 203000 \text{ MPa}$ et $\rho_{Al} = 6.8 \text{ g.cm}^{-3}$. Dans lequel de ces deux matériaux le son se propage-t-il le plus vite ?

3. Dans l'acier, les mesures expérimentales montrent que le son se propage à une vitesse de 5700 ms^{-1} . En déduire la valeur de la constante C .

Exercice 12 : Petites oscillations d'un pendule

Après avoir observé différents pendules en mouvement, une expérimentatrice émet deux hypothèses :

- La période T des petites oscillations d'un pendule doit dépendre de sa longueur L
- Cette période doit également dépendre de l'accélération de la pesanteur g .

1. Donnez un argument issu de vos connaissances de la mécanique du point pour justifier le fait que la masse de l'objet suspendu n'intervient pas dans l'expression de T .

2. Faites une analyse dimensionnelle et démontrez que $T = C \sqrt{L/g}$ où C est une constante sans dimensions.

3. L'expérimentatrice construit un pendule de longueur $L = 9.81 \text{ m}$ et mesure une période des petites oscillations $T = 6.28 \text{ s}$. En déduire la valeur de la constante C . (On donne $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$)



Expérience du pendule de Léon Foucault réalisée en 1851 sous la coupole du Panthéon à Paris qui démontre la rotation de la Terre sur elle-même. Le pendule en effet n'effectue pas ses oscillations dans un même plan vertical comme cela devrait être si la Terre ne tournait pas. Les forces d'inertie dues à la rotation de la Terre sur elle-même imposent une faible rotation de ce plan nettement visible avec ce pendule de grande taille (longueur : 60 m , poids : 28 kg)

Exercice 13 : trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique

On étudie expérimentalement la trajectoire d'une particule chargée, de charge q et de masse m , plongée dans un champ magnétique. Les conditions de l'expérience sont telles que l'intensité de la force F que subit cette particule peut s'écrire comme le triple produit de sa charge q , de sa vitesse v , et de l'intensité B du champ magnétique :

$$F = q v B$$

On constate que la particule chargée effectue un mouvement circulaire uniforme et on se pose la question de connaître sa période.

1. On propose que cette période dépende de la masse de la particule, de sa charge (en valeur absolue) et de l'intensité du champ magnétique. Justifiez ce choix par des arguments simples à partir des lois de la dynamique.

2. Faites une analyse dimensionnelle pour obtenir l'expression de la période T du mouvement de la particule en fonction de ces paramètres : $T = f(m, q, B)$.

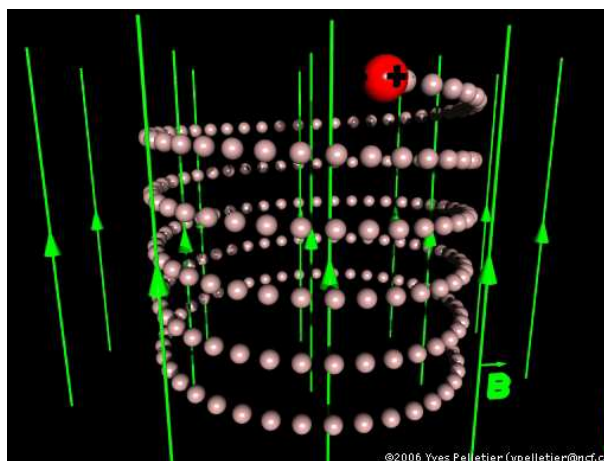
Indications :

- La charge q d'une particule est une grandeur physique qui s'exprime en Coulomb (C) dans le système international. On considérera que la dimension de cette grandeur est indépendante des autres dimensions habituelles du système international ; elle sera notée $[Q]$.

- N.B. : dans les unités du système international B s'exprime en Tesla (T).

3. On réalise l'expérience pour deux types de particules (des électrons (e) et des protons (p)) en maintenant constante l'intensité du champ magnétique. Que pouvez-vous dire des périodes de révolution qui seront observées, compte tenu des données numériques suivantes ?

- $q_p = |q_e| = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
- $m_e = 0.91 \times 10^{-30} \text{ kg}$; $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- $B = 1 \text{ T}$



Une particule de charge q se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique $\vec{B}$ subit une force dite de Laplace : $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ (où $\wedge$ est le produit vectoriel). Cette force est donc perpendiculaire à la fois aux lignes du champ magnétique et au vecteur vitesse de la particule. Cela donne lieu en règle générale à une trajectoire de nature hélicoïdale qui s'enroule autour des lignes du champ. Elle devient circulaire si la vitesse initiale de la particule n'a pas de composante selon l'axe du champ

Exercice 14 : Ondes à la surface de l'eau

On se pose la question de connaître le lien qu'il peut y avoir entre la période T des oscillations d'une onde générée à la surface de l'eau et sa longueur d'onde λ (la distance entre deux crêtes successives).



1. Après quelque réflexion, on déclare que les paramètres pertinents devraient être l'accélération de la pesanteur g et la densité ρ du milieu aquatique. Justifiez ce choix.
2. Faites une analyse dimensionnelle [$T=f(\lambda, g, \rho)$] qui vous permettra d'en déduire la relation : $T = C\sqrt{\lambda/g}$, où C est une constante sans dimensions.
3. On dispose de deux excitateurs pour générer l'onde, dont l'un vibre à une fréquence double de l'autre. Que peut-on dire des longueurs d'onde qui seront observées selon que l'on utilise l'un ou l'autre des excitateurs.
4. Question subsidiaire : vous avez remarqué que la densité ρ semble ne pas intervenir dans la relation obtenue. Qu'en pensez-vous : était-ce un paramètre inutile ou avez-vous une autre explication ?

Exercice 15 : Oscillations des étoiles

Les étoiles, et le Soleil en particulier, sont des sphères de gaz ionisé en équilibre sous l'action de leur propre poids. Elles sont capables d'osciller dans différents modes, dits modes "propres", spécifiques de leur structure sphérique, tel un instrument de musique (la forme sphérique d'une étoile est donc légèrement déformée par ces modes d'oscillations).

Dans une approche élémentaire de ce phénomène, on cherche à obtenir une estimation de la pulsation ω de ces oscillations : on suppose qu'elle dépend de la masse volumique ρ de l'étoile (supposée constante), de son rayon R (supposé constant), et de la constante universelle de la gravitation G .

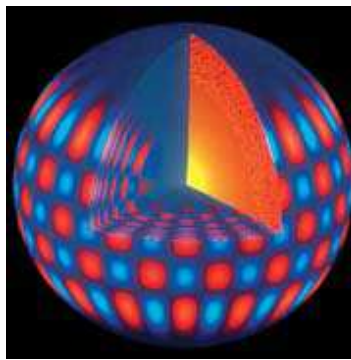
1. Pourquoi ne fait-on pas intervenir la masse de l'étoile dans cette approche ?

2. Montrer que l'analyse dimensionnelle fournit la relation : $\omega = Cte \cdot \sqrt{G \rho}$ où Cte est une constante sans dimensions.

3. La masse volumique moyenne du Soleil est de 1408 kg.m^{-3} . En supposant que la valeur de la constante sans dimensions est égale à 1, calculer la valeur de la pulsation attendue pour cette étoile.

4. Expérimentalement, on observe différentes oscillations solaires dont les périodes sont comprises entre 5 mn et 160 mn. Discutez de la validité de l'approche élémentaire qui vient d'être faite.

Valeur de la constante de la gravitation : $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ USI}$



Les astrophysiciens préfèrent étudier les ondes acoustiques solaires, de même nature que les ondes sismiques et porteuses d'informations sur la structure interne de l'étoile. Ces ondes se propagent de la surface vers le cœur et ne mettent qu'une heure pour parcourir ce trajet, renseignant donc quasiment en direct sur les phénomènes internes. Elles se traduisent par des oscillations de la surface du Soleil et leur étude a donné naissance à une nouvelle discipline qui nous permet de sonder l'intérieur de notre astre : l'héliosismologie. En bleu, les zones qui se rapprochent de l'observateur, en rouge celles qui s'en éloignent.

[CEA/National Solar Observatory]

Exercice 16 : Forces de frottement fluide

L'étude du mouvement d'un objet sphérique plongé dans un milieu fluide amène à considérer l'existence d'une force de frottement (appelée aussi force de viscosité) dont le module F dépend de la vitesse v de l'objet : $F = F(v)$.

On se propose d'écrire $F(v)$ sous la forme :

$$F(v) \approx A_0 + A_1 v + A_2 v^2$$

1. Quelles sont les dimensions des quantités A_0 , A_1 et A_2 ?

2. En fait, la grandeur A_0 est nulle. Pourquoi ?

3. On se propose maintenant de déterminer A_1 et A_2 en fonction des paramètres pertinents du problème. L'expérience montrant que la taille de l'objet influe sur la valeur de $F(v)$, on

convient de choisir comme premier paramètre le rayon R de cet objet. L'expérience montre également que $F(v)$ dépend de la masse volumique ρ du milieu fluide considéré ainsi que de sa viscosité dynamique μ (lettre grecque « mu ») qui se mesure en Pascal.seconde ($Pa.s$) dans le système d'unités international, le Pascal étant l'unité de pression (force par unité de surface) dans ce système.

A l'aide de l'analyse dimensionnelle, trouver les expressions de A_1 et de A_2 en fonction des trois paramètres proposés ci-dessus.

4. On définit le *nombre de Reynolds*, R_f , associé à l'écoulement d'un fluide f au voisinage de l'objet sphérique en mouvement par :

$$R_f = \rho v R / \mu$$

Montrer que ce nombre est bien sans dimensions et que le rapport des deux contributions $A_2 v^2$ et $A_1 v$ à la force de frottement fluide lui est proportionnel. Pour la question 5 qui suit on supposera que la constante de proportionnalité est voisine de 1.

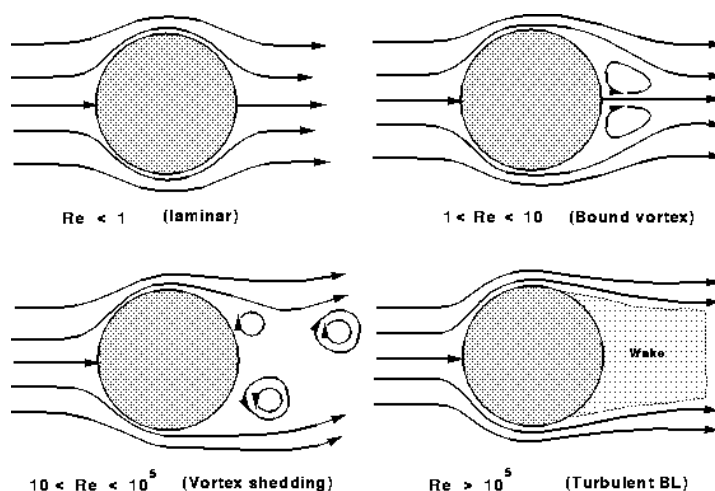
5. On dispose d'un montage expérimental au sein duquel une bille de rayon $R = 1\text{ mm}$ peut être mise en mouvement dans un fluide à des vitesses qui avoisinent le cm.s^{-1} . Le fluide utilisé est soit de l'air, soit de l'eau, soit de l'huile d'olive.

i. Estimer numériquement R_{air} , R_{eau} et R_{huile} pour les conditions expérimentales données ci-dessus et ci-dessous.

ii. Dans quel(s) cas pourra-t-on admettre : $F(v) \approx A_1 v$ qui constitue la *loi de Stokes* ?

Données numériques pour des conditions normales de température et de pression :

- $\rho_{\text{air}} \approx 1.3 \text{ kg/m}^3$ $\mu_{\text{air}} \approx 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$
- $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ $\mu_{\text{eau}} \approx 10^{-3} \text{ Pa.s}$
- $\rho_{\text{huile}} \approx 920 \text{ kg/m}^3$ $\mu_{\text{huile}} \approx 0.9 \text{ Pa.s}$



Différents types d'écoulements du fluide autour de la bille selon la valeur du nombre de Reynolds. Lorsque ce nombre est petit devant 1, l'écoulement est dit : laminaire.

Exercice 17 : Domaine d'application de la gravité quantique

Le « modèle standard » de la physique, qui régit les connaissances actuelles en physique des particules et sur les origines de l'univers, fait appel à la mécanique quantique (caractérisée par la constante $\hbar = h/2\pi$ où h est la constante de Planck), à la relativité restreinte (caractérisée par la constante c , vitesse de la lumière dans le vide), et intègre trois forces fondamentales (électromagnétique, forte et faible). Par contre, cette théorie n'intègre pas la force de gravitation dans ses fondements.

On souhaite avoir une idée des échelles de longueur, d'énergie et de temps pour lesquelles une théorie de la gravitation quantique serait nécessaire. Afin d'estimer ces échelles, appelées échelles de Planck, on réalise une analyse dimensionnelle à partir des constantes fondamentales : $\hbar$, c et G , la constante gravitationnelle.

1. A partir de l'analyse dimensionnelle, montrer que l'on peut obtenir une longueur de Planck, L_P , telle que :

$$L_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}},$$

et donner une estimation numérique de L_P .

2. Procéder comme en 1. pour déterminer le temps de Planck, T_P , et l'énergie de Planck, E_P . Donner une estimation numérique de ces deux échelles.

3. Quelle formule relie T_P à L_P ? Interpréter ce résultat en quelques mots.

4. Appliquer la célèbre formule d'Einstein, $E = mc^2$, qui donne l'énergie E contenue dans un grain de matière de masse m au repos, pour obtenir la masse de Planck, M_P , et en donner une estimation numérique.

5. On imagine que M_P est la masse qu'il faut attribuer à une particule dont le rayon moyen serait L_P . Cette particule hypothétique, appelée particule de Planck, est d'une densité massique extrême. On se demande même si la lumière pourrait s'en échapper. Pour cela, il faudrait que la vitesse de la lumière soit plus grande que la vitesse minimale nécessaire pour s'échapper du champ gravitationnel généré par la particule de Planck (vitesse dite de libération).

Pour estimer naïvement la vitesse de libération, v_P , associée à la particule de Planck, on dispose de la formule classique donnant la vitesse de libération d'un objet situé à la surface d'une planète :

$$v_{lib} = \sqrt{\frac{2GM}{R}},$$

où M est la masse de la planète, supposée sphérique, et R son rayon.

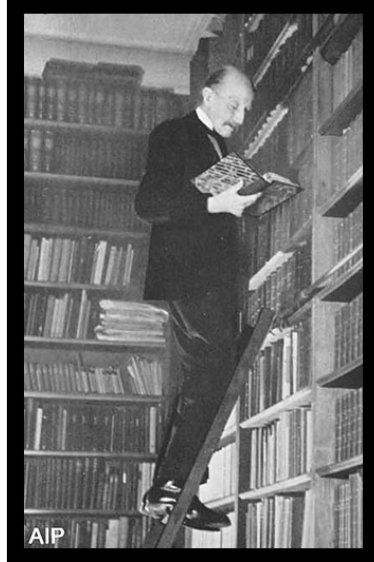
Question : la particule de Planck se comporte-t-elle comme un mini trou noir (c'est-à-dire un objet si dense que même la lumière ne peut s'en échapper) ?

Données numériques

Constante de Planck : $h \approx 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Vitesse de la lumière dans le vide : $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Constante gravitationnelle : $G \approx 6.67 \times 10^{-11} \text{ Unités du Système International}$



Le physicien Max Planck introduisit la constante fondamentale h en 1900 lors de son étude théorique sur les propriétés associées au rayonnement du corps noir. Tout objet porté à une certaine température émet un rayonnement électromagnétique dont le spectre énergétique en fréquences dépend de cette température. C'est en tentant de reproduire théoriquement les courbes expérimentales associées à ce rayonnement que Planck fut amené à postuler que l'échange énergétique entre une lumière de fréquence ν et la matière ne s'opère pas de façon continue mais par « petits paquets » (les quanta) de valeur $h\nu$. C'était le seul moyen de reproduire les courbes expérimentales, à partir desquelles il obtint la valeur de h .
