

# Quel transcendantal chez Henri Poincaré ?

# Introduction I

## Les interventions philosophiques de Poincaré

- ▶ Quasiment tout au long de sa carrière (de 1887 à 1912) (beaucoup d'articles dans la *Revue de métaphysique et de morale* mais aussi dans le *Monist*, dans *L'Enseignement mathématique* - de nombreux articles de vulgarisation contenant des philosophèmes) - Voir la thèse de L. Rollet.
- ▶ Quasiment que de la philosophie des sciences.
- ▶ Le statut de l'arithmétique et le rôle de la logique en mathématiques, le statut des axiomes de la géométrie et le problème de l'espace, la question des lois en physique, le statut des hypothèses en physique...
- ▶ 3 ouvrages publiés de son vivant (*La Science et l'hypothèse* (1902), *La Valeur de la science* (1905), *Science et méthode* (1908)) et deux posthumes (*Dernières pensées*, *L'opportunisme scientifique*).

# Introduction II

- ▶ Poincaré n'utilise pas le terme 'transcendental'.
- ▶ Rencontre sinon du terme, au moins de la question, par l'intermédiaire de son beau-frère, Émile Boutroux.
- ▶ Nombre de travaux « philosophiques » de Poincaré relèvent d'une recherche des conditions *a priori* (?) de la pratique scientifique.
- ▶ Le contexte de l'émergence de la physiologie (question de l'inné) et de la théorie de l'évolution - *a priori*/inné/instinct.

# Introduction III

## Conditions de possibilité des mathématiques

- ▶ Refus de l'empirisme.
- ▶ Se positionner par rapport à Kant - Une question : quel Kant ? Voir la thèse de Ch. Bravermann.
- ▶ Contexte des discussions autour du statut des axiomes de la géométrie - voir la thèse de J. H. Greber.
- ▶ Contexte du logicisme.

## Conditions de possibilité de la physique

- ▶ Se démarquer du positivisme.
- ▶ Contexte des discussions sur le statut des hypothèses dans les sciences physique - voir la thèse de J. H. Greber.

# Quelques thématiques transversales

- ▶ La question de l'application des mathématiques - importance de la réalité pour les mathématiques - nécessité du langage mathématique (équations différentielles, calcul des probabilités) pour les sciences physiques.
- ▶ Réalisme relationnel et/ou structural.
- ▶ Importance de l'approximation (genèse de l'espace, interpolation, conventionnalisme).

# Synthétique a priori/convention en mathématiques I

## Synthétique a priori

- ▶ Idée d'évidence.
- ▶ Ne peut être réduit à l'expérience (non empirique), ni au principe de non-contradiction (non analytique).
- ▶ Un lien avec une « puissance de l'esprit » - pas de choix.
- ▶ Exemple type : le raisonnement par récurrence. On ne peut pas envisager une arithmétique fondée sans admettre ce type de raisonnement (*La science et l'hypothèse*, p. 74).

« [Le raisonnement par récurrence] n'est que l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible. » (*La science et l'hypothèse*, p. 41)

# Synthétique a priori/convention en mathématiques II

## Convention

- ▶ Exemple type : les axiomes de la géométrie.
- ▶ Idée d'évidence.
- ▶ Ni empirique, ni synthétique a priori (on peut construire des géométries non-euclidiennes et surtout envisager des mondes où notre rapport à la spatialité serait non-euclidien).
- ▶ Expression de la « puissance de notre esprit » à former des groupes (de transformations) et des continus (mathématiques). - un choix guidé par l'expérience.

« [Les axiomes de la géométrie] sont des *conventions* ; notre choix, parmi toutes les conventions possibles, est *guidé* par des faits expérimentaux ; mais il reste *libre* et n'est limité que par la nécessité d'éviter toute contradiction. C'est ainsi que les postulats peuvent rester *rigoureusement* vrais quand même les lois expérimentales qui ont déterminé leur adoption ne sont qu'approximatives. » (*La science et l'hypothèse*, p. 75)

# Synthétique a priori/convention en mathématiques III

## Ontogenèse

« Je conclurai que nous avons tous en nous l'intuition du continu d'un nombre quelconque de dimensions, parce que nous avons la faculté de construire un continu physique et mathématique ; que cette faculté préexiste en nous à toute expérience parce que sans elle, l'expérience proprement dite serait impossible et se réduirait à des sensations brutes, impropres à toute organisation, que cette intuition n'est que la conscience que nous avons de cette faculté. Cependant cette faculté pourrait s'exercer dans des sens divers ; elle pourrait nous permettre de construire un espace à quatre, tout aussi bien qu'un espace à trois dimensions. C'est le monde extérieur, c'est l'expérience qui nous détermine à l'exercer dans un sens plutôt que dans l'autre ». (*Dernières pensées*, p. 96-97

# Synthétique a priori/convention en mathématiques IV

Phylogenèse.

« On a dit souvent que si l'expérience individuelle n'a pu créer la géométrie, il n'en est pas de même de l'expérience ancestrale. Mais qu'entend-on par là ? (...) On veut dire que par sélection naturelle notre esprit s'est adapté aux conditions du monde extérieur, qu'il a adopté la géométrie la plus avantageuse à l'espèce ; ou en d'autres termes la plus commode. Cela est tout à fait conforme à nos conclusions, la géométrie n'est pas vraie, elle est avantageuse. »  
(*La Science et l'hypothèse*, p. 108)

# Mathématiques, réalité, applications

Complémentarité des mathématiques et de la physique - penser les conditions d'une pratique fructueuse (vertueuse ?) des mathématiques et/ou de la physique.

- ▶ La physique au service des mathématiques.
  - ▶ « occasion de résoudre des problèmes ».
  - ▶ « pressentir la solution » - « suggérer des raisonnements ».

« Deviner avant de démontrer ! Ai-je-besoin de rappeler que c'est ainsi que se sont faites toutes les découvertes importantes.

Combien de vérités les analogies physiques nous permettent de pressentir et que nous ne sommes pas en état d'établir par un raisonnement rigoureux ! » (*La Valeur de la science*, p. 109)

# Mathématiques, réalité, applications II

- ▶ Les mathématiques au service de la physique - la physique mathématique.

- ▶ Indispensabilité en physique de la langue mathématique.

- « [les mathématiques] fournissent [au physicien] la seule langue qu'il puisse parler. ».

- ▶ Généraliser (expérience singulière/loi générale).

- ▶ La puissance généralisatrice des analogies.

- « Qui nous a appris à connaître les analogies véritables, profondes, celles que les yeux ne voient pas et que la raison devine ?

C'est l'esprit mathématique, qui dédaigne la matière pour ne s'attacher qu'à la forme pure. C'est lui qui nous a enseigné à nommer du même nom des êtres qui ne diffèrent que par la matière. » (*La Valeur de la science*, p. 106).

# Mathématiques, réalité, applications III

- De l'importance des pratiques vertueuses - complémentarité des disciplines bien pratiquées.

« Les mathématiques ont un triple but. Elles doivent fournir un instrument pour l'étude de la nature. Mais ce n'est pas tout : elles ont un but philosophique et, j'ose le dire, un but esthétique. Elles doivent aider le philosophe à approfondir les notions de nombre, d'espace, de temps. » (*La Science et l'hypothèse*, p. 139).

« (...) pour que [l'analyse] puisse rendre [les services que le physicien doit attendre], il faut qu'elle soit cultivée de la façon la plus large, sans préoccupation immédiate d'utilité, il faut que le mathématicien ait travaillé en artiste. » (*La Valeur de la science*, p. 106).

# Physique, hypothèses, généralisation

- ▶ Entre l'expérience comme « source unique de la vérité » et la nécessité de prévoir (« Et avant tout le savant doit prévoir »).
- ▶ La généralisation comme condition de la prévision.

« Qu'est-ce donc qu'une bonne expérience ? C'est celle qui nous fait connaître autre chose qu'un fait isolé ; c'est celle qui nous permet de prévoir, c'est-à-dire celle qui nous permet de généraliser. Car sans généralisation, la prévision est impossible. Les circonstances où l'on a opéré ne se reproduiront jamais toutes à la fois. Le fait observé ne recommencera donc jamais ; la seule chose que l'on puisse affirmer, c'est que dans des circonstances analogues, un fait analogue se produira. Pour prévoir, il faut donc au moins invoquer l'analogie, c'est-à-dire déjà généraliser. » (*La Science et l'hypothèse*, p. 159).

# Physique, hypothèses, généralisation II

- ▶ Les hypothèses de l'unité et de la simplicité de la nature comme condition à la généralisation.

« (...) toute généralisation suppose dans une certaine mesure la croyance à l'unité et la simplicité de la nature. »

Généralisation/approximation/analogie.

- ▶ prévision entre deux valeurs - interpolation - approximation par une courbe simple.
- ▶ prévision d'une expérience à venir - analogie.

# Hypothèses

Le rôle nécessaire de l'hypothèse, ne serait-ce que parce que les généralisations sont des hypothèses (caractère approximatif).

Une pratique raisonnée de l'usage des hypothèses.

- ▶ Se soumettre à l'expérience.
- ▶ Éviter les hypothèses « dangereuses » (« tacites et inconscientes »).
- ▶ Éviter de multiplier les hypothèses.

# Hypothèses II

Plusieurs sortes d'hypothèses.

- ▶ Les hypothèses naturelles (liées souvent au langage mathématique).

« Toutes ces hypothèses forment pour ainsi dire le fonds commun de toutes les théories de la physique mathématique. Ce sont les dernières que l'on doit abandonner. » (*La Science et l'hypothèse*, p. 166).

- ▶ Les hypothèses indifférentes. Des hypothèses techniques, des choix qu'il ne faut pas ontologiser. Physique mathématique/physique théorique - l'exemple de l'atome.

« Ces hypothèses indifférentes ne sont jamais dangereuses, pourvu qu'on n'en méconnaisse pas le caractère. Elles peuvent être utiles, soit comme des artifices de calcul, soit pour soutenir notre entendement par des images concrètes, pour fixer les idées comme on dit. Il n'y a pas lieu de les proscrire. » (*La Science et l'hypothèse*, p. 167).

# Hypothèses III

- ▶ Les généralisations susceptibles de confirmation ou d'infirmer.
- ▶ Homogénéité approchée, indépendance relative des systèmes éloignés, simplicité du fait élémentaire.
- ▶ Des conditions que l'on peut admettre pour étudier la nature (physique) - il n'en est pas de même dans les sciences naturelles.

# Conclusions

Une épistémologie inscrite

- ▶ dans la pratique scientifique,
- ▶ dans les débats épistémologiques contemporains,
- ▶ dans une reprise de certains éléments kantien (pour les mathématiques),
- ▶ dans un refus de l'empirisme.

Une épistémologie de "l'entre-deux".

Une tentative de penser les conditions de la pratique scientifique à partir de la notion de généralisation (le lien entre singulier/général), de mathématisation (les conditions de l'expression mathématique des lois physiques, l'applicabilité des mathématiques), des notions d'approximation et de probabilité – une théorie psycho-physio-mathématique de l'espace (Helmholtz - Lie).

# Le calcul des probabilités

« La méthode des sciences physiques repose sur l'induction qui nous fait attendre la répétition d'un phénomène quand se reproduisent les circonstances où il avait une première fois pris naissance. Si toutes ces circonstances pouvaient se reproduire à la fois, ce principe pourrait être appliqué sans crainte : mais cela n'arrivera jamais ; quelques-unes de ces circonstances feront toujours défaut. Sommes-nous absolument sûrs qu'elles sont sans importance ? Évidemment non. Cela pourra être vraisemblable, cela ne pourra pas être rigoureusement certain. De là le rôle considérable que joue dans les sciences physiques la notion de probabilité. Le calcul des probabilités n'est donc pas seulement une récréation ou un guide pour les joueurs de baccara, et nous devons chercher à en approfondir les principes. Sous ce rapport, je n'ai pu donner que des résultats bien incomplets, tant ce vague instinct, qui nous fait discerner la vraisemblance, est rebelle à l'analyse. »  
(*La science et l'hypothèse* - 1902)

# Le calcul des probabilités

« La conclusion qui semble résulter de tout cela, c'est que le calcul des probabilités est une science vaine, qu'il faut se défier de cet instinct obscur que nous nommions bon sens et auquel nous demandions de légitimer nos conventions.

Mais, cette conclusion, nous ne pouvons non plus y souscrire ; cet instinct obscur, nous ne pouvons nous en passer ; sans lui la science serait impossible, sans lui nous ne pourrions ni découvrir une loi, ni l'appliquer. Avons-nous le droit, par exemple, d'énoncer la loi de Newton ? Sans doute, de nombreuses observations sont en concordance avec elle ; mais n'est-ce pas là un simple effet du hasard ? Comment savons-nous d'ailleurs si cette loi, vraie depuis tant de siècles, le sera encore l'an prochain ? A cette objection, vous ne trouverez rien à répondre, sinon : " Cela est bien peu probable ". » (*La science et l'hypothèse* - 1902)

# Mesurer des continus

« Je ne me suis en effet préoccupé jusqu'ici que de l'ordre dans lequel nos termes sont rangés. Mais cela ne suffit pas pour la plupart des applications. Il faut apprendre à comparer l'intervalle qui sépare deux termes quelconques. C'est à cette condition seulement que le continu devient une grandeur mesurable et qu'on peut lui appliquer les opérations de l'arithmétique. » (*La science et l'hypothèse* - 1902)

# Simplicité

« Ici donc, le passage à la limite nous aurait trompés ; il a fallu que l'esprit devançât l'expérience et, s'il l'a fait avec succès, c'est qu'il s'est laissé guider par l'instinct de la simplicité.

La connaissance du fait élémentaire nous permet de mettre le problème en équation ; il ne reste plus qu'à en déduire par combinaison le fait complexe observable et vérifiable. C'est ce qu'on appelle l'intégration ; c'est là l'affaire du mathématicien. On peut se demander pourquoi, dans les sciences physiques, la généralisation prend volontiers la forme mathématique. La raison est maintenant facile à voir ; ce n'est pas seulement parce que l'on a à exprimer des lois numériques ; c'est parce que le phénomène observable est dû à la superposition d'un grand nombre de phénomènes élémentaires tous semblables entre eux ; ainsi s'introduisent tout naturellement les équations différentielles. » (*La science et l'hypothèse* - 1902)

# Simplicité

« "Les faits prévus, ai-je dit plus haut, ne peuvent être que probables. Si solidement assise que puisse nous paraître une prévision, nous ne sommes jamais absolument sûrs que l'expérience ne la démentira pas. Mais la probabilité est souvent assez grande pour que pratiquement nous puissions nous en contenter. "

Et un peu plus loin, j'ai ajouté :

"Voyons quel rôle joue dans nos généralisations la croyance à la simplicité. Nous avons vérifié une loi simple dans un grand nombre de cas particuliers ; nous nous refusons à admettre que cette rencontre, si souvent répétée, soit un simple effet du hasard."

Ainsi, dans une foule de circonstances, le physicien se trouve dans la même position que le joueur qui suppute ses chances. Toutes les fois qu'il raisonne par induction, il fait plus ou moins consciemment usage du calcul des probabilités. » (*La science et l'hypothèse* - 1902)

# Simplicité

« "Les faits prévus, ai-je dit plus haut, ne peuvent être que probables. Si solidement assise que puisse nous paraître une prévision, nous ne sommes jamais absolument sûrs que l'expérience ne la démentira pas. Mais la probabilité est souvent assez grande pour que pratiquement nous puissions nous en contenter. "

Et un peu plus loin, j'ai ajouté :

"Voyons quel rôle joue dans nos généralisations la croyance à la simplicité. Nous avons vérifié une loi simple dans un grand nombre de cas particuliers ; nous nous refusons à admettre que cette rencontre, si souvent répétée, soit un simple effet du hasard."

Ainsi, dans une foule de circonstances, le physicien se trouve dans la même position que le joueur qui suppute ses chances. Toutes les fois qu'il raisonne par induction, il fait plus ou moins consciemment usage du calcul des probabilités. » (*La science et l'hypothèse* - 1902)

# Simplicité

« (...) toute généralisation suppose dans une certaine mesure la croyance (...) à la simplicité de la nature. (...) Il n'est pas sûr que la nature soit simple. Pouvons-nous sans danger faire comme si elle l'était ? (...) Aujourd'hui les idées ont bien changé ; et cependant ceux qui ne croient pas que les lois naturelles doivent être simples, sont encore obligés souvent de faire comme s'ils le croyaient. Ils ne pourraient se soustraire entièrement à cette nécessité sans rendre impossible toute généralisation et par conséquent toute science. Il est clair qu'un fait quelconque peut se généraliser d'une infinité de manières, et il s'agit de choisir ; le choix ne peut être guidé que par des considérations de simplicité. » (*La science et l'hypothèse* - 1902)

À la recherche des termes '*a priori*', 'inné' et 'instinct' dans *La science et l'hypothèse* (1902), *La valeur de la science* (1905) et *Science et méthode* (1908).

- ▶ La capacité de notre esprit à penser en termes de « groupe de transformations » et de « continus ».
- ▶ Rendre mesurable des continus.
- ▶ Le calcul des probabilités