

Poincaré et le « synthétique a priori »



Les interventions philosophiques de Poincaré

- Quasiment tout au long de sa carrière (de 1887 à 1912) (essentiellement des articles dans la *Revue de Métaphysique et de Morale*)
- Quasiment que de la philosophie des sciences
- Le statut de l'arithmétique et le rôle de la logique en mathématiques, le statut des axiomes de la géométrie et le problème de l'espace, la question des lois en physique, le statut des hypothèses en physique...
- Une utilisation de termes « kantians » (synthétique a priori, analytique, forme de la sensibilité, forme de l'entendement...) dans les discussions sur les mathématiques.
- 3 ouvrages (*La Science et l'hypothèse* (1902), *La Valeur de la science* (1905), *Science et méthode* (1908)) + *Dernières pensées* + *L'opportunisme scientifique*.

Le contexte des interventions philosophiques de Poincaré

- Au sujet de l'arithmétique, pour les textes des années 1890-95, une réflexion sur le caractère « déductif » des mathématiques, les questions soulevées par les discussions sur les nombres et le continu (Kronecker, Cantor, Tannery...) et la question de l'infini. Pour les textes plus tardifs, ~1900, le débat sur le logicisme et la nouvelle logique.
- En géométrie, la discussion sur les géométries non-euclidiennes (un débat qui dure depuis les années 1875), le statut des axiomes, le caractère empirique de la géométrie, la géométrie de l'espace. Un débat dans lequel domine les thèses empiriques et dans une moindre mesure, des thèses vaguement kantienne qui s'appuient sur l'évidence de la géométrie euclidienne pour plus ou moins refuser les géométries non-euclidiennes.
- En physique, le rôle de l'hypothèse. Un débat qui a lieu principalement dans la sphère positiviste ou en réaction à ces thèses.

Les champs mobilisés

- L'apparition des nouvelles logiques – la fin de la syllogistique.
- La discussion sur le continu.
- L'acceptation des géométries non-euclidiennes, la question des modèles, leur utilisation dans d'autres domaines mathématiques, ...
- La physiologie.
- La psychologie expérimentale (a priori/inné, a posteriori/acquis).
- L'explosion de la notion d'espace ; espace physique, espaces géométriques, espaces physiologiques, espaces attachés à nos sens, espace moteur.
- La théorie des groupes de transformations (utilisation du couple forme/matière).
- À la fin, une reprise du darwinisme (ontogenèse/philogenèse).

Le statut des axiomes

- Des axiomes analytiques, synthétiques a priori et des conventions
- L'« analytique » réduit à la logique

« Tous ces modes de raisonnement, qu'ils soient ou non réductibles au syllogisme proprement dit, conservent le caractère analytique et sont par cela même impuissants. » [SH, 32]

- Le « synthétique a priori » pour rendre compte du caractère créatif du raisonnement mathématique, pour expliquer « comment la mathématique ne se réduit pas [...] à une immense tautologie » [SH, 31], pour qualifier ce qui n'est fait d'expérience, ni réductible à la seule logique.

« Cette règle (le raisonnement par récurrence), inaccessible à la démonstration analytique et à l'expérience, est le véritable type du jugement synthétique *a priori*. » [SH, 41]

- Le « synthétique a priori » caractérisé par un caractère d'évidence et par la nécessité.

« Pourquoi donc ce jugement s'impose-t-il à nous avec une irrésistible évidence ? C'est qu'il n'est que l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible. L'esprit a de cette puissance une intuition directe et l'expérience ne peut être pour lui qu'une occasion de s'en servir et par là d'en prendre conscience. » [SH, 41]

« L'induction mathématique, c'est-à-dire la démonstration par récurrence, s'impose au contraire nécessairement, parce qu'elle n'est que l'affirmation d'une propriété de l'esprit lui-même ».

- Pas de choix

« Sont-ce des jugements synthétiques *a priori*, comme disait Kant ?

Ils s'imposeraient alors à nous avec une telle force, que nous ne pourrions concevoir la proposition contraire, ni bâtir sur elle un édifice théorique. Il n'y aurait pas de géométrie non euclidienne.

Pour s'en convaincre, qu'on prenne un véritable jugement synthétique *a priori*, par exemple celui-ci, dont nous avons vu au chapitre premier le rôle prépondérant :

Qu'on essaie ensuite de s'y soustraire et de fonder, en niant cette proposition, une fausse arithmétique analogue à la géométrie non euclidienne, – on n'y pourra pas parvenir ; on serait même tenté au premier abord de regarder ces jugements comme analytiques. » [SH, 74-75]

Et les conventions ?

- Les axiomes de la géométrie ne sont pas des jugements synthétiques a priori car ils n'ont pas de caractère d'évidence, ni de caractère nécessaire. Preuve en est que nous pouvons imaginer de multiples géométries (même la dimension de l'espace est conventionnelle !!!).
- La convention est associée à un choix.
- Les axiomes de la géométrie sont aussi des manifestations de propriétés de notre esprit, celles de former des groupes et des continus. D'une part, l'expérience nous donne l'occasion de les exercer, d'autre part, elle nous guide dans le choix de conventions acceptables (« commodes » dirait Poincaré).

« Ce que nous appelons la géométrie n'est pas autre chose que l'étude des propriétés formelles d'un certain groupe continu ; si bien que nous pouvons dire que l'espace est un groupe. La notion de ce groupe continu existe dans notre esprit antérieurement à toute expérience ; mais il en est de même pour la notion de beaucoup d'autres groupes continus ; par exemple celui qui correspond à la géométrie de Lobatchewsky. Il y a donc plusieurs géométries possibles et il reste à voir comment le choix se fait entre elles. Parmi les groupes mathématiques continus que notre esprit peut construire, nous choisissons celui qui s'écarte le moins de ce groupe brut, analogue au continu physique, que l'expérience nous a fait connaître comme groupe des déplacements.

Notre choix ne nous est donc pas imposé par l'expérience. Il est simplement guidé par l'expérience. Mais il reste libre : nous choisissons cette géométrie-ci plutôt que celle-là, non parce qu'elle est plus vraie, mais parce qu'elle est plus commode. » [Poincaré 1898, 63]

« En résumé, c'est notre esprit qui fournit une catégorie à la nature. Mais cette catégorie n'est pas un lit de Procuste dans lequel nous contraignons violemment la nature, en la mutilant selon que l'exigent nos besoins. Nous offrons à la nature un choix de lits parmi lesquels nous choisissons la couche qui va le mieux à sa taille. » [Poincaré 1898, 64]



L'espace comme forme de l'entendement

- Un point sur lequel Poincaré insiste de manière répétée dans le débat sur la géométrie
- Une discussion explicite

« Cette catégorie [l'espace représentatif] doit-elle être regardée comme une « forme de notre sensibilité » ? Non, si l'on entend par là que nos sensations, considérées individuellement, ne pourraient pas exister sans elle. Elle ne nous devient nécessaire que pour comparer nos sensations, pour raisonner sur nos sensations. Elle est donc plutôt une forme de notre entendement [Poincaré 1898, 7-8]

- La forme de la sensibilité vue comme un cadre imposé

« L'espace euclidien n'est pas une forme imposée à notre sensibilité, puisque nous pouvons imaginer l'espace non-euclidien ; mais les deux espaces euclidien et non-euclidien ont un fond commun, c'est ce continuum amorphe dont je parlais au début ; de ce continuum nous pouvons tirer soit l'espace euclidien, soit l'espace lobatchewskien » [VS, 55]

« ce continuum amorphe, que notre analyse a laissé subsister, n'est-il pas une forme imposée à notre sensibilité ? Nous aurions élargie la prison dans laquelle cette sensibilité est enfermée, mais ce serait toujours une prison. » [VS, 57]

- L'espace n'est pas une condition de l'expérience ; la construction de Poincaré s'effectue intégralement dans l'entendement (les sensations n'ont aucun caractère géométrique – excitation de fibres nerveuses) à partir d'éléments innés (des capacités de notre esprit), l'expérience guidant les choix de l'esprit.