

Changement de référentiel

Quelques formules de base à savoir par cœur :

Définitions	Composition des vitesses	Composition des accélérations
$\vec{V}_a = d_A \overrightarrow{OM} / dt$	$\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r$	$\vec{\Gamma}_a = \vec{\Gamma}_e + \vec{\Gamma}_C + \vec{\Gamma}_r$
$\vec{V}_r = d_R \overrightarrow{O'M} / dt$	$\vec{V}_e = \vec{V}_{O'} + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}$	$\vec{\Gamma}_e = \vec{\Gamma}_{O'} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{O'M}) + \dot{\vec{\Omega}} \wedge \overrightarrow{O'M}$
$\vec{\Gamma}_a = d_A^2 \overrightarrow{OM} / dt^2$		$\vec{\Gamma}_C = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_r$
$\vec{\Gamma}_r = d_R^2 \overrightarrow{O'M} / dt^2$		

Souvent on a $\vec{\Omega} = \omega \vec{K}$.

Lors d'une rotation autour d'un axe fixe $(O', \vec{\Omega})$, on utilise la projection H du point M sur cet axe. On a $\vec{\Gamma}_e = \vec{0} - \Omega^2 \overrightarrow{HM} + \dot{\vec{\Omega}} \wedge \overrightarrow{HM}$ et si la vitesse de rotation est constante, $d_A \vec{\Omega} / dt = \vec{0}$ et $\vec{\Gamma}_e = -\Omega^2 \overrightarrow{HM}$. C'est l'accélération centripète dans un dessin plan que l'on devrait appeler "axipète" quand on se représente la situation réelle dans l'espace.

Changement de référentiel, série 1

1 – Avion

Un avion vole à la vitesse v (par rapport au sol) le long du cercle équatorial de A vers B, $AB = d$. Comme la terre tourne, B étant à l'Est de A, comparer le temps mis par l'avion à l'aller de A vers B, puis au retour de B vers A. Comparer au calcul effectué dans un référentiel absolu.

2 – Pêcheur

Un pêcheur remonte une rivière. Passant sous un pont, il laisse tomber un flotteur. Après une demi-heure il s'en aperçoit, fait demi-tour, et récupère le flotteur 5 km en aval du pont. Quelle est la vitesse du courant si le pêcheur a ramé à la même vitesse vers l'aval ou vers l'amont ?

3 – Jour sidéral et jour solaire moyen

Un jour sidéral vaut 86 164 secondes (intervalle de temps entre deux passages d'une étoile au méridien). Par définition de l'heure, un jour solaire moyen fait 86 400 secondes. Un jour solaire moyen est l'intervalle de temps entre deux passages du soleil au méridien ; la moyenne est effectuée sur une année. Retrouver l'explication de cette différence.

4 – Mouvement circulaire

Soit A un point fixe dans un référentiel animé d'un mouvement circulaire uniforme à la vitesse angulaire ω . Ce mouvement est interprété dans un repère tournant à la vitesse angulaire ω_0 comme un mouvement circulaire à la vitesse $\omega - \omega_0$. Calculer l'accélération $\vec{\Gamma}_A$ de deux manières différentes.

5 – Accélération en coordonnées sphériques

Calculer l'accélération en coordonnées sphériques, $\vec{\Gamma} = \Gamma_r \vec{e}_r + \Gamma_\theta \vec{e}_\theta + \Gamma_\phi \vec{e}_\phi$, en utilisant la loi de composition, $\frac{d_A}{dt} = \frac{d_R}{dt} + \vec{\Omega} \wedge$, où $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_{R/A}$ et R désigne le référentiel des coordonnées cylindriques, $R = (O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z)$.

Changement de référentiel, série 2

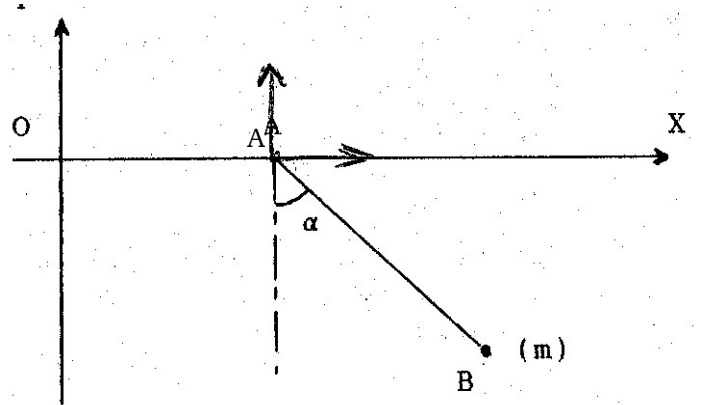
1 – Tige pendante

L'extrémité A d'une tige AB de longueur L peut se déplacer sans frottement sur un axe horizontal Ox.

Soient α = l'angle que fait AB avec la verticale et $x = \overline{OA}$ l'abscisse du point A.

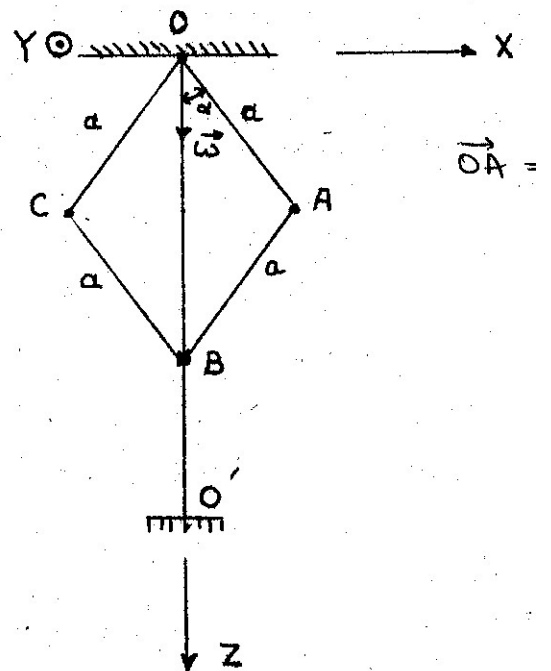
Calculer la vitesse et accélération de B en utilisant les lois de composition des vitesses et accélérations.

Comparer le résultat à celui obtenu par une méthode directe de dérivation.



2 – Régulateur à boules

Le régulateur ci-contre est constitué d'un losange OABC dont le sommet O est fixe et dont le sommet B est une bague glissant sur l'axe de rotation OO'. Les quatre tiges du losange ont pour longueur a . Les articulations C et A portent chacune une masse m supposée ponctuelle. Soit (OXYZ) un repère lié au plan du régulateur.



0) Donner dans la base $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ les coordonnées de $\vec{\Omega}$, $\overline{OA}$, $d\vec{\Omega}/dt$ et des vecteurs des coordonnées polaires $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\alpha$ pour le point A dans le plan $(\vec{K}, \vec{I})$.

1) Calculer les vitesses relative et d'entraînement du point A.

2) Calculer les accélérations relative, d'entraînement et de Coriolis du point A.

N.B. la vitesse de rotation sera considérée variable.

Changement de référentiel, Série 3**1 – A propos de la force de Coriolis**

A la surface de la terre on peut définir un système de coordonnées locales en prenant trois axes dirigés vers l'Est, le Nord et le Zénith. On notera λ la latitude du point. Calculer l'accélération d'entraînement et l'accélération de Coriolis dans ce repère.

On suppose maintenant qu'à l'échelle des phénomènes observés la terre est plane. On considère un mobile astreint à se déplacer dans un plan horizontal sans frottement. On le lance de l'origine avec la vitesse $\vec{v}_0$ faisant l'angle α avec l'axe Ox (Est).

Déterminer la trajectoire et le mouvement du mobile.

On simplifiera les équations obtenues en tenant compte de l'hypothèse de la terre plane et du fait que la vitesse angulaire de rotation de la terre est faible. Vérifier que les trajectoires sont des arcs de cercle dont on précisera le rayon.

2 – Mouvement de rotation

Dans un repère fixe Oxy , on considère le point O_1 décrivant le cercle d'équation polaire $r = a(1 + \cos \theta)$ avec $\theta = \omega t$. Représenter ce cercle.

On considère le repère mobile, $\mathcal{R}_1$, lié à O_1 et d'axes $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$.

Calculer la vitesse d'entraînement d'un point M de ce repère (fixe dans ce repère).

Montrer qu'un point I possède une vitesse d'entraînement nulle et que I est le point diamétralement opposé à O_1 sur sa trajectoire.

Montrer que la vitesse d'entraînement d'un point M quelconque peut se mettre sous la forme $\vec{v}_e = \vec{\Omega} \wedge \vec{IM}$.

Préciser la valeur de $\vec{\Omega}$.

Quel est le lieu du point I dans le repère $\mathcal{R}_1$.

Quelle est la vitesse absolue de I considéré comme fixe dans $\mathcal{R}_1$.

Calculer l'accélération d'entraînement.

Existe-t-il un point d'accélération nulle ?