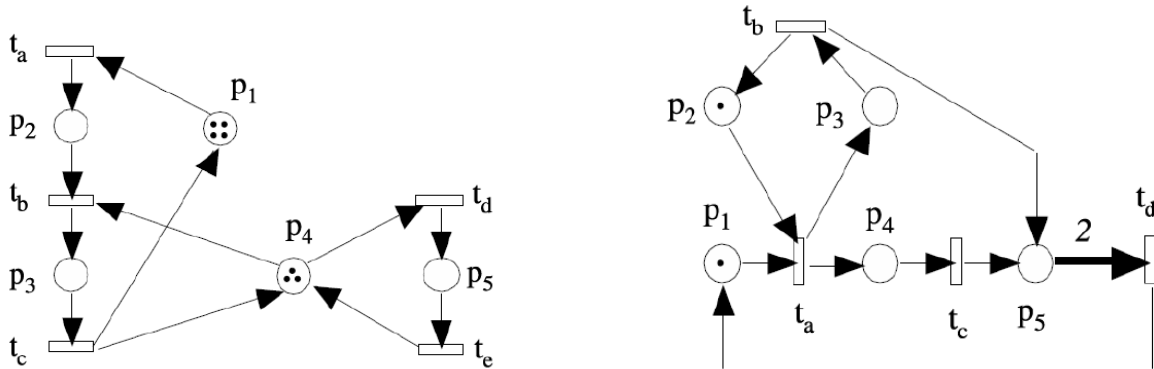
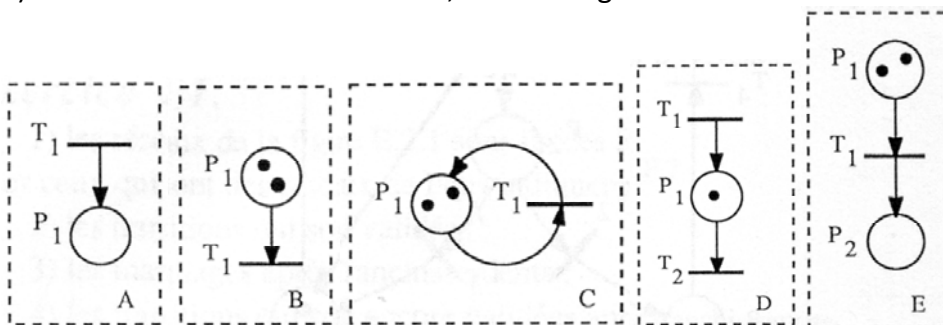


Exercice 1. Propriétés

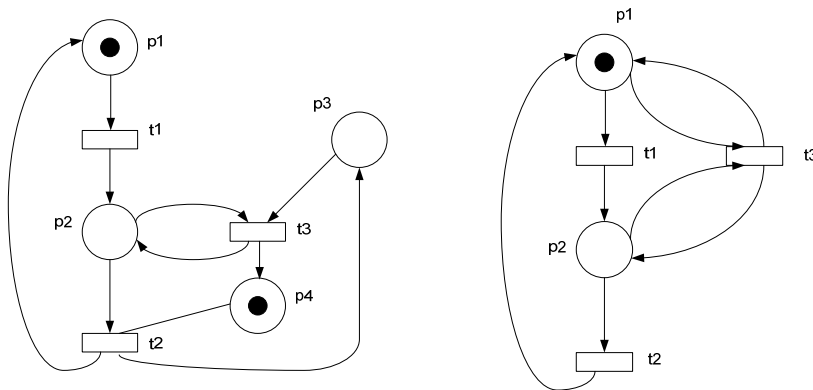
1) Les RdP suivants sont-ils des graphes d'états ? des graphes d'événements ? des réseaux sans conflit ? à choix libre ? simples ? purs ? sans boucle ?



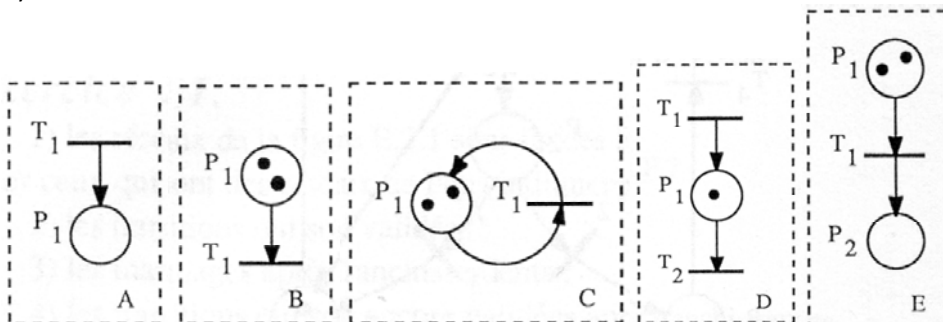
2) Les RdP suivants sont-ils vivants, sans blocage ?



3) Les RdP suivants sont-ils vivants, réinitialisable ?

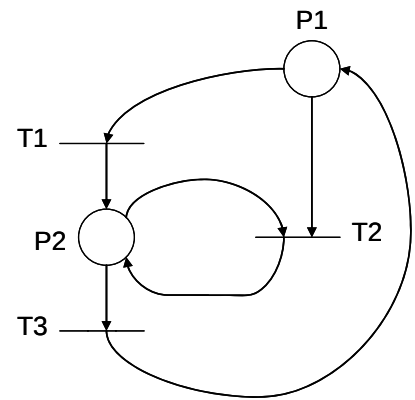


4) Les RdP suivants sont-ils conservatifs ?



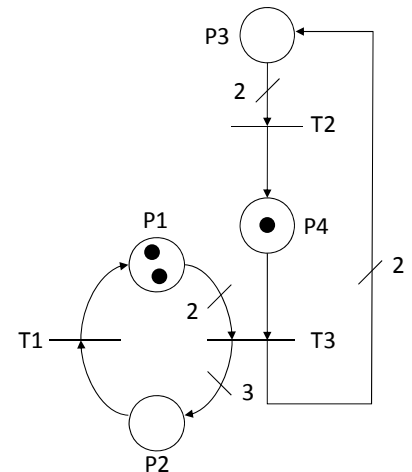
Exercice 2. Graphe de marquage et Matrice d'incidence

- Déterminer la matrice d'incidence W du réseau de Petri ci-contre.
- Considérer le marquage initial $M_0 = (2,0)$ et la séquence de tir $\sigma = (t_1, t_1, t_3, t_2, t_3)$. Déterminer le marquage obtenu après le tirage de la séquence σ en utilisant l'équation d'état $M_k = M_i + W.S$ où S est le vecteur caractéristique de la séquence σ .
- Considérer le marquage initial $M_0 = (2, 0)$. Déterminer le graphe des marquages accessibles depuis cet état initial.
- Propriétés comportementales : est-ce que ce réseau est sauf, borné, vivant, sans blocage, réinitialisable pour le marquage initial $M_0 = (2,0)$?



Exercice 3. Matrice d'incidence

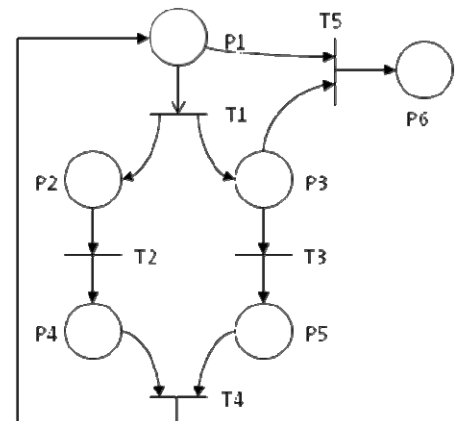
- Déterminer la matrice d'incidence W du réseau de Petri ci-contre.
- Considérer le marquage initial $M_0 = (2,0,0,1)$ et la séquence de tir $\sigma = (t_3, t_2, t_1, t_1, t_1, t_3)$. Déterminer le marquage obtenu après le tirage de la séquence σ en utilisant l'équation d'état $M_k = M_i + W.S$ où S est le vecteur caractéristique de la séquence σ .



Exercice 4. Réduction

Trouver les principales propriétés (borné, sauf, vivant, réinitialisable, ...) du RdP suivant pour les trois cas suivants en utilisant la méthode de réduction :

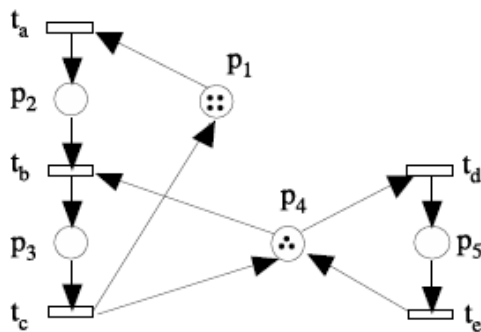
- Marquage initial $M_0 = (1, 0, 0, 0, 0, 0)$
- Marquage initial $M_0 = (2, 0, 0, 0, 0, 0)$
- Marquage initial $M_0 = (1, 1, 0, 0, 0, 0)$



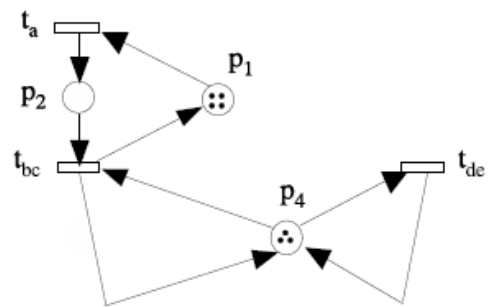
Exercice 5. Modélisation, Réduction & Graphe de marquage

Considérons un système de gestion des ressources dans un petit aéroport. On dispose de 4 salles d'embarquement et de 3 passerelles. Pour les vols au départ, il faut d'abord réserver une salle d'embarquement libre ("**e libre**") pour exécuter l'événement "**dEr**" ("début d'enregistrement") ce qui permet d'exécuter l'activité "**Er**" ("enregistrement"). Ensuite, tout en maintenant la salle d'embarquement réservée, pour réaliser l'événement "**dEb**" ("début d'embarquement") il faut réserver une passerelle libre ("**p libre**"). Cela permet d'exécuter l'activité "**Eb**" ("embarquement"). Enfin l'événement "**fEb**" ("fin d'embarquement") entraîne la libération de la salle d'embarquement et de la passerelle. Pour les vols à l'arrivée, il faut réserver une passerelle disponible pour l'événement "**dD**" ("début de débarquement") ce qui permet d'exécuter l'activité "**D**" ("débarquement"). L'événement "**fD**" termine cette activité en libérant la ressource passerelle.

- Montrer que ce système peut être représenté par le réseau de Petri **RdP 1** ci-dessous en associant les états et les activités à des places et les événements à des transitions.
- Déterminer la matrice d'incidence W du réseau de Petri **RdP 1**. Considérer le marquage initial $M_0 = (4, 0, 0, 3, 0)$ et la séquence de tir $\sigma = (t_a, t_a, t_b, t_b, t_c, t_d)$. Déterminer le marquage obtenu après le tir de la séquence σ en utilisant l'équation d'état $M_k = M_i + W.S$ où S est le vecteur caractéristique de la séquence σ .
- Soit le réseau **RdP2** ci-dessous. Peut-il être considéré comme équivalent au réseau RdP1 pour l'analyse des propriétés sauf, borné, vivant, sans blocage, réinitialisable ? Déterminer, pour **RdP2**, le graphe des marquages accessibles depuis le marquage initial $(4, 0, 3)$. En déduire les propriétés comportementales de ce réseau (sauf, borné, vivant, sans blocage, réinitialisable) pour le marquage initial M_0 .
- En déduire une composante conservatrice de **RdP2** (invariants de marquage).



RdP 1

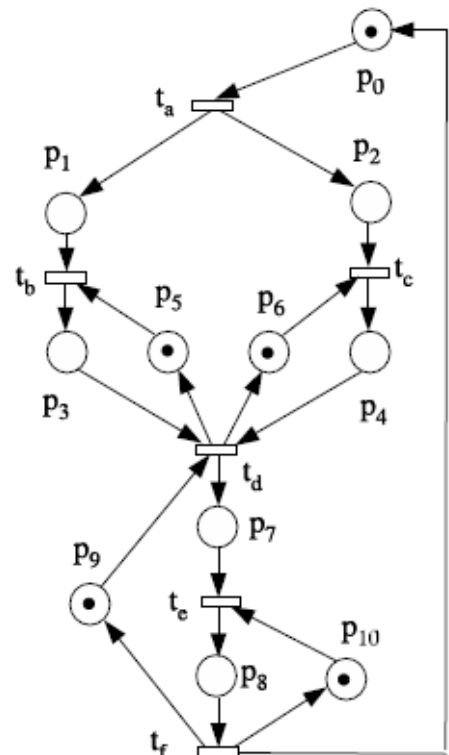


RdP 2

Exercice 6. Modélisation

On considère un atelier de fabrication de yaourts fonctionnant par lots. Pour chaque lot, après le lancement de la fabrication, on attend que les deux réacteurs R1 et R2 soient disponibles. On commence alors en parallèle et indépendamment la préparation du lait (chauffage dans le réacteur R1) et du ferment (brassage dans réacteur R2). Ensuite, le lait et le ferment sont simultanément transférés dans le réacteur de fermentation R3 et la fermentation a alors lieu. Ensuite, la dernière opération consiste à vider le réacteur R3 tout en le refroidissant à l'aide de l'échangeur de chaleur R4. L'installation est alors prête pour traiter un nouveau lot.

- Montrer que le réseau de Petri peut correspondre à la spécification ci-dessus. Donner la signification des places et des transitions.
- Comment faudrait-il modifier le réseau (ou son marquage initial) pour que l'installation puisse, sans modification, traiter 2 lots simultanément (on peut lancer un deuxième lot en fabrication sans pour cela attendre que le premier soit complètement terminé) ?
- Comment pourrait-on prendre en compte le fait qu'il y a 2 réacteurs de fermentation R3 ?
- Simplifier le RdP ci-contre en proposant un RdP équivalent qui utilise des arcs inhibiteurs.
- Identifier sur le RdP ci-contre au moins deux composantes conservatives (invariants de marquage).



Exercice 7. Modélisation

1) Une administration fait entrer des clients (nombre quelconque) dans ses locaux puis ferme la porte d'entrée avant de commencer à les servir. Au fur et à mesure qu'ils sont servis, les clients sortent par une autre porte. La porte d'entrée ne sera rouverte que lorsque tous les clients entrés seront sortis. On gère les états d'ouverture et de fermeture de la porte d'entrée. Décrire ce fonctionnement sous forme d'un Réseau de Petri à arcs inhibiteurs.

2) Même énoncé que le précédent, mais on ne laisse rentrer qu'un seul client à la fois.

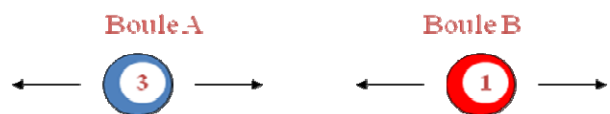
- Décrire le fonctionnement par un RdP à arcs inhibiteurs en modifiant le précédent
- Décrire le fonctionnement par un RdP ordinaire (donc sans arc inhibiteur)
- On considère que l'on peut faire entrer 4 clients (au maximum) avant de fermer la porte. Décrire le fonctionnement par un RdP généralisé, sans arc inhibiteur.

Exercice 8. Modélisation

On considère **2 boules de billard** (A et B) qui se déplacent sur une même ligne parallèle à une des **bandes**. Chaque boule peut avoir **3 états** : en mouvement vers la gauche, vers la droite ou arrêtée.

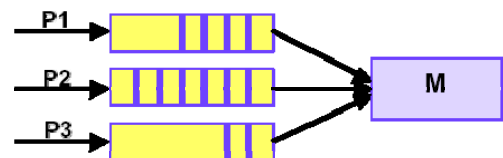
On demande de modéliser le comportement de ces boules par un RdP en supposant que (on considérera plusieurs états initiaux possibles) :

- une boule qui **heurte une bande** repart dans l'autre sens à la même vitesse,
- si les 2 boules sont en mouvement (elles sont supposées avoir la même vitesse) elles repartent chacune en sens inverse **quand elles se heurtent**,
- Si une boule est **arrêtée et heurtée** par l'autre, la première se met en mouvement et l'autre s'arrête (on suppose qu'il n'y a pas de ralentissement ou d'arrêt par frottement).



Exercice 9. Modélisation

1) Une cellule de fabrication M est en mesure de fabriquer 3 types de produits notés P1, P2 et P3. 3 stocks de capacité infinie reçoivent ces produits devant la cellule. La cellule les fabrique dans l'ordre P1, P2, P3, P1, P2, P3, ... et la fabrication se poursuit tant qu'il n'y a pas de stock vide. Modéliser ce système par un RdP et donner son équation de comportement.



2) On s'intéresse à la même cellule de production, mais on s'autorise cette fois à fabriquer autant de produits que l'on veut d'un même type (dans la limite des stocks) tout en ne permutant que dans l'ordre P1, P2, P3. Par exemple : P1 P1 P2 P2 P3 P1 P2 P2 P2 est une séquence de production valide, P1 P1 P3 P2 P2 P3 ne l'est pas. Répondre aux 2 questions du problème 1).