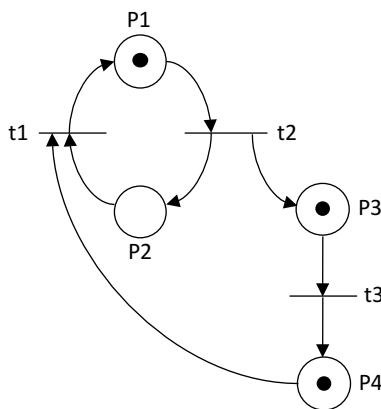


NOM :

PRENOM :

Examen « Systèmes à Événements Discrets »
Jeudi 24 janvier 2019, Durée : 2 heures – Supports de cours autorisés

Exercice 1



- 1) Donnez la matrice d'incidence W de ce réseau de Petri.
- 2) Soit le marquage initial $M_0 = (1, 0, 1, 1)$. Donnez le marquage atteint par franchissement de la séquence $\sigma_1 = (t_2, t_1, t_2, t_3)$ à partir de M_0 en utilisant l'équation algébrique caractéristique des RdP.
- 3)
 - a. Donnez le graphe de marquage pour M_0 .
 - b. En déduire les propriétés de ce réseau pour M_0 (vivacité, borné, sauf, réinitialisabilité, blocage, ...).
- 4) Soit le P-semi flot $F^T(a, b, c, d)$:
 - a. Donnez les équations caractérisant les paramètres a, b, c, d de F^T .
 - b. En déduire un P-semi flot admissible.
 - c. En déduire un invariant de marquage pour M_0 .
- 5) Quel est le marquage minimum $M_{\min}$ pour que la séquence $\sigma_2 = t_2 t_1 t_1$ soit franchissable ?
- 6) Ce réseau de Petri est maintenant transformé en réseau de Petri P-temporisé en associant respectivement aux places P1, P2, P3 et P4 les durées suivantes : $d_1 = 1$, $d_2 = 3$, $d_3 = 1$ et $d_4 = 1$. Donnez le graphe de marquage à vitesse maximale de ce réseau à partir du marquage initial $M_1 = (1, 0, 0, 0)$.

Réponses (vous préciserez les principales étapes de calcul lorsque cela se justifie)

1) Matrice d'incidence

2) Marquage obtenu

3) Graphe de marquage

b. Propriétés

4) Invariant de marquage

a. Equations caractéristiques d'un P-semi flot $F^T = (a, b, c, d)$

b. Solutions admissible

$F^T =$

c. Invariant de marquage

5) Marquage minimum $M_{\min} = (x, y, z, t)$

Matrice PRE

▷ Inéquations $\sigma = t_2$

▷ Inéquations $\sigma = t_2 t_1$

NOM :

PRENOM :

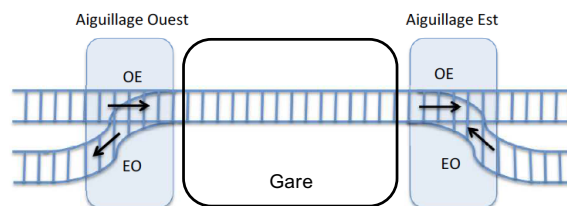
▷ Inéquations $\sigma = t_2 t_1 t_1$

D'où $M_{\min} =$

6) Graphe de marquage du RdP P-temporisé

Exercice 2 : Modélisation à l'aide de Réseaux de Petri

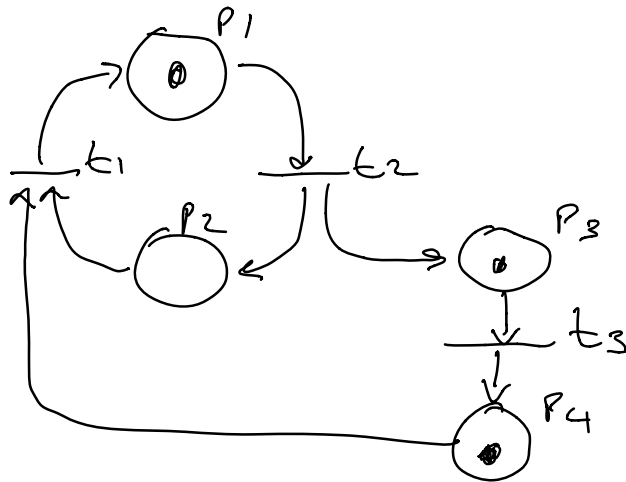
L'étude porte sur la gestion du trafic au sein d'une gare ferroviaire. Le terrain sur lequel est située la gare est étroit, et celle-ci est donc traversée par une section à voie unique, **trop courte pour pouvoir contenir plus d'un train**. Deux voies d'entrée conduisent à la section de la gare (depuis l'est et l'ouest) et deux voies en sortent. Un aiguillage à chaque extrémité de la section permet de gérer les trains circulant dans le sens est-ouest ou le sens ouest-est. On suppose que les deux aiguillages sont couplés, ils seront donc considérés comme un **dispositif unique à deux états : EO ou OE**. A l'état initial, l'aiguillage est en position OE. On suppose qu'il n'y a pas de changement de direction dans la section de la gare. Autrement dit un train provenant de l'est, noté **TEO** (Train Est-Ouest) traverse la gare puis poursuit sa route vers l'est et inversement pour les trains **TOE** (Train Ouest-Est).



- Proposez une représentation de ce système à l'aide d'un Réseau de Petri (si cela vous est utile, vous pouvez utiliser les arcs inhibiteurs).
- Proposez une représentation de ce système avec un réseau de Petri coloré, en considérant les ensembles de couleurs suivants : $T = \{<TOE>, <TEO>\}$ pour les trains et $A = \{<OE>, <EO>\}$ pour le dispositif des aiguillages.

a) RdP

b) RdP coloré

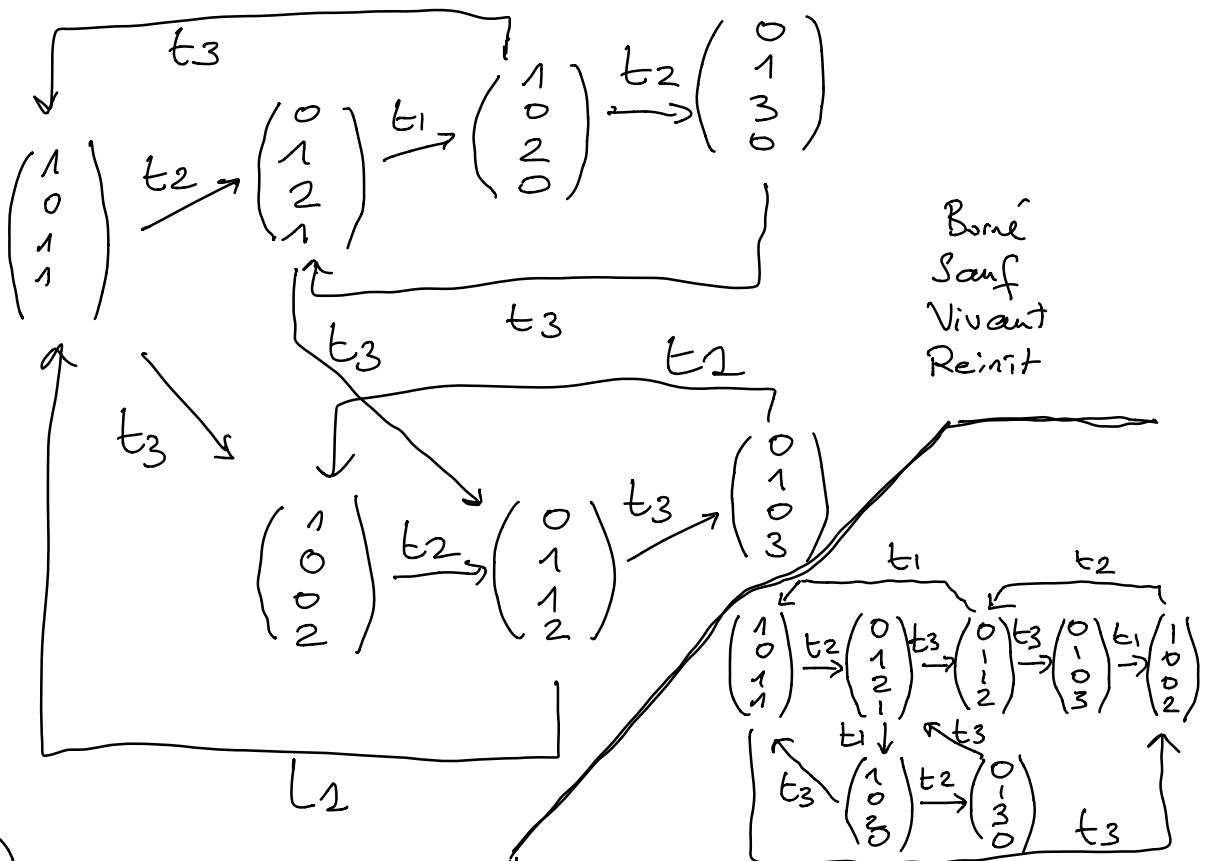


1)

$$\sigma = t_2 t_1 t_2 t_3$$

$$\begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 \\ -1 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 \\ -1 & 0 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ +1 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2)



3)

$$(a \ b \ c \ d) \begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 \\ -1 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 \\ -1 & 0 & +1 \end{pmatrix} = 0 \begin{cases} a - b - d = 0 \\ -a + b + c = 0 \\ -c + d = 0 \end{cases} \begin{matrix} \\ \\ \boxed{c=d} \end{matrix}$$

$$\boxed{a=2 \ b=2 \ d=c=2}$$

$$2m(p1) + m(p2) + m(p3) + m(p4) = (2 \ 1 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= 4$$

4)

$$\Gamma = t_2 t_1 t_1$$

$$PRE \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bullet t_2 \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \geq PRE(-t_2) \geq \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} x \geq 1 \end{matrix} \right.$$

$$\bullet t_2 t_1 \quad \begin{pmatrix} -1 \\ +1 \\ +1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \geq PRE(-, t_1)$$

$$\begin{pmatrix} x-1 \\ y+1 \\ z+1 \\ t \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{matrix} x \geq 1 \\ t \geq 1 \end{matrix} \right.$$

$$\bullet t_2 t_1 t_1$$

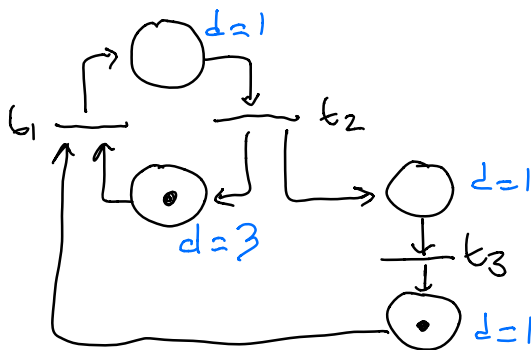
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ +1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \geq PRE(-, t_1) \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z+1 \\ t-1 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} +1 & -1 & 0 \\ -1 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 \\ -1 & 0 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ +1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} y \geq 1 \\ t \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \pi_{\min} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

5)

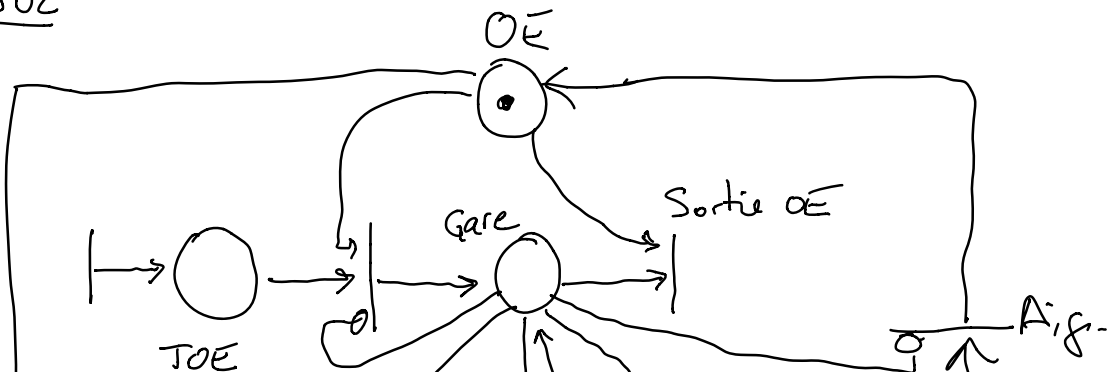


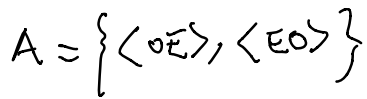
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{t_2/0} \begin{pmatrix} 0 \\ 1(3) \\ 1(1) \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{t_3/1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1(2) \\ 0 \\ 1(1) \end{pmatrix} \xrightarrow{t_1/2} \begin{pmatrix} 1(1) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\xleftarrow{t_2/1}$

Exo2

1)





$$f(\tau_{E0}) = E0$$