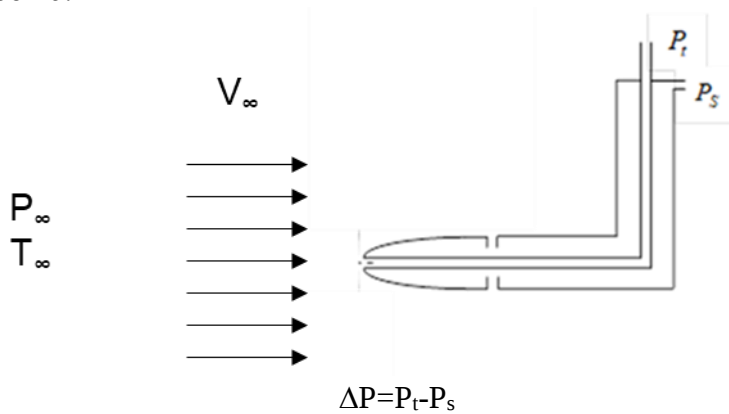


Travaux Dirigés de Dynamique des Gaz Compressibles

1 - Etude du tube de Pitot en fluide compressible

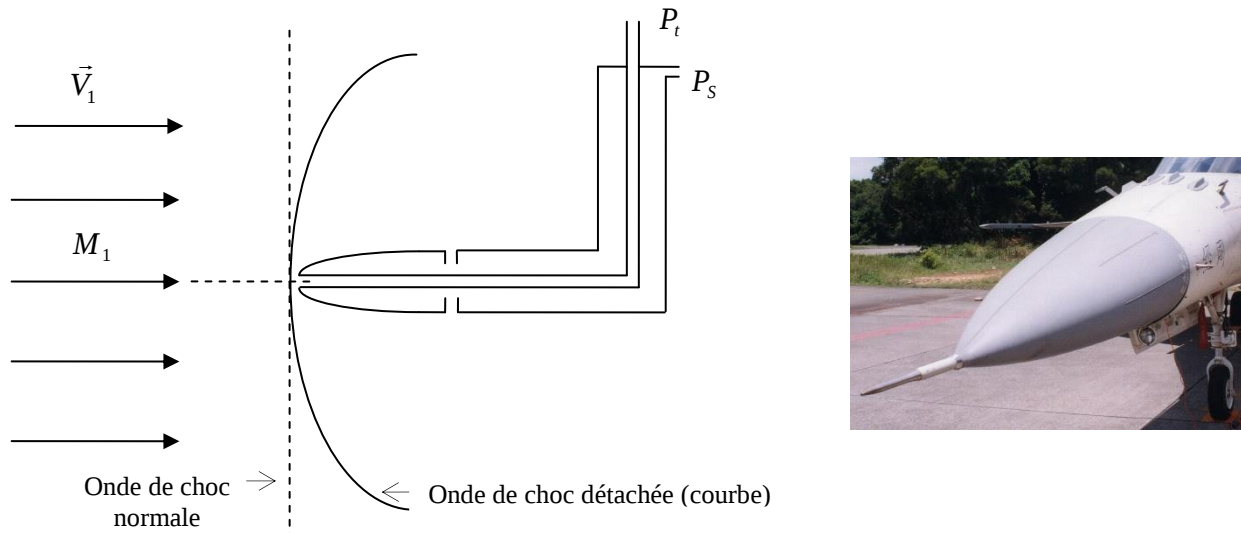
1 – Un avion se déplace à son altitude de croisière à une altitude de 10000 m où il règne une pression de $P_\infty = 30000$ Pa et une température de $P_\infty = -55^\circ\text{C}$.

Une sonde double de pression (tube de Pitot) installée sur cet avion indique une différence de pression de 16700 Pa.



- a- En déduire la vitesse de l'avion en supposant que l'air est supposé à masse volumique constante.
- b- Calculer maintenant cette vitesse en tenant compte des effets de compressibilité.
- c- Calculez la surchauffe au point d'arrêt.
- d- Conclusions ?

2 - Cette même sonde de pression est maintenant installée dans un écoulement supersonique. Comme le montre la figure ci-dessous, il s'établit une onde de choc détachée à l'amont de la sonde.



On fait l'hypothèse que cette onde de choc détachée courbe peut être assimilée au voisinage de la sonde à une onde de choc normale, de telle sorte que la prise de pression statique indique la pression statique de l'écoulement à l'aval de l'onde de choc.

Trouver la valeur du nombre de Mach amont à l'onde de choc sachant que les pressions données par la sonde et mesurées séparément sont :

$$P_s = 138\,600 \text{ Pa et } P_t = 173\,250 \text{ Pa}$$

Comment déterminer la vitesse de l'écoulement ?

2 - Etude d'une soufflerie supersonique : optimisation énergétique

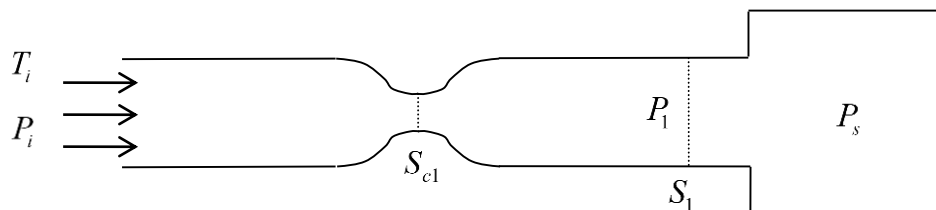
Une soufflerie supersonique comporte une tuyère convergente-divergente de section au col S_{c1} qui aspire directement l'air atmosphérique aux conditions suivantes :

$$T_i = 15 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad P_i = 760 \text{ mm Hg } (10^5 \text{ Pa})$$

On veut réaliser un nombre de Mach nominal $M_1=3$ dans la veine de section constante et ceci dans les conditions les plus économiques.

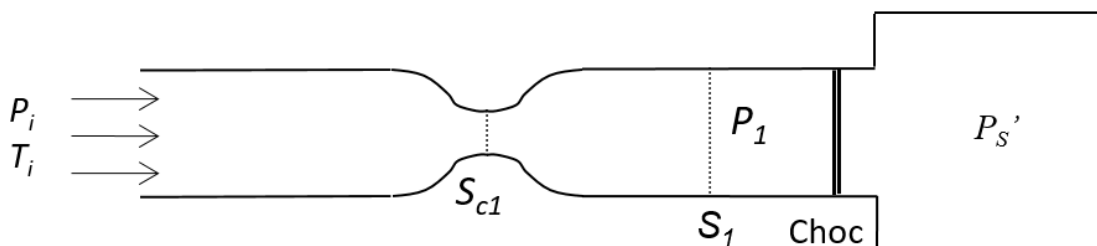
1- En supposant l'écoulement adiabatique, calculer P , T , ρ , V dans la veine d'essai et au col.

2- La veine est reliée à un réservoir aval (avant la pompe à vide) dans lequel la pression est P_s .

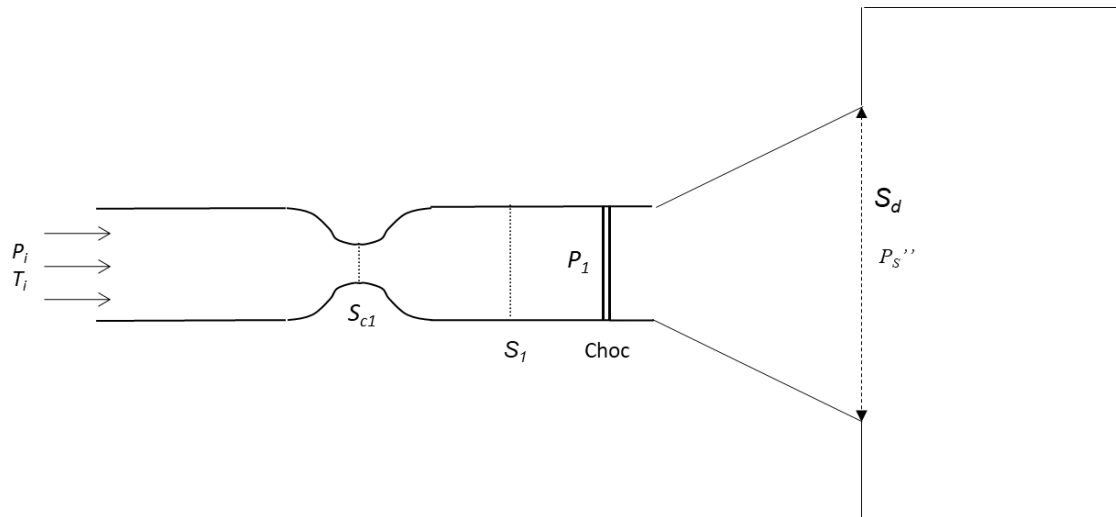


a – Le jet pénètre dans le réservoir sans choc ni détente, que vaut alors P_s ?

b – Une onde de choc droite est supposée installée dans la veine, calculer alors le nombre de Mach aval M_2 , ainsi que la vitesse V_2 juste après l'onde de choc, ainsi que la nouvelle pression P'_s dans le réservoir.



3- On interpose maintenant un divergent conique entre la veine d'essai et le réservoir. Calculer le nombre de Mach M_3 et la pression P_s'' à l'entrée du réservoir en fonction du rapport S_d/S_1 entre la section S_d de sortie du diffuseur et la section S_1 de la veine. On prendra la valeur numérique $S_d/S_1=4$. Conclusion.



3 - Une veine d'essai de combustion supersonique

On propose d'analyser quelques régimes de fonctionnement d'une installation de combustion supersonique. L'installation est présentée sur la figure ci-dessous :

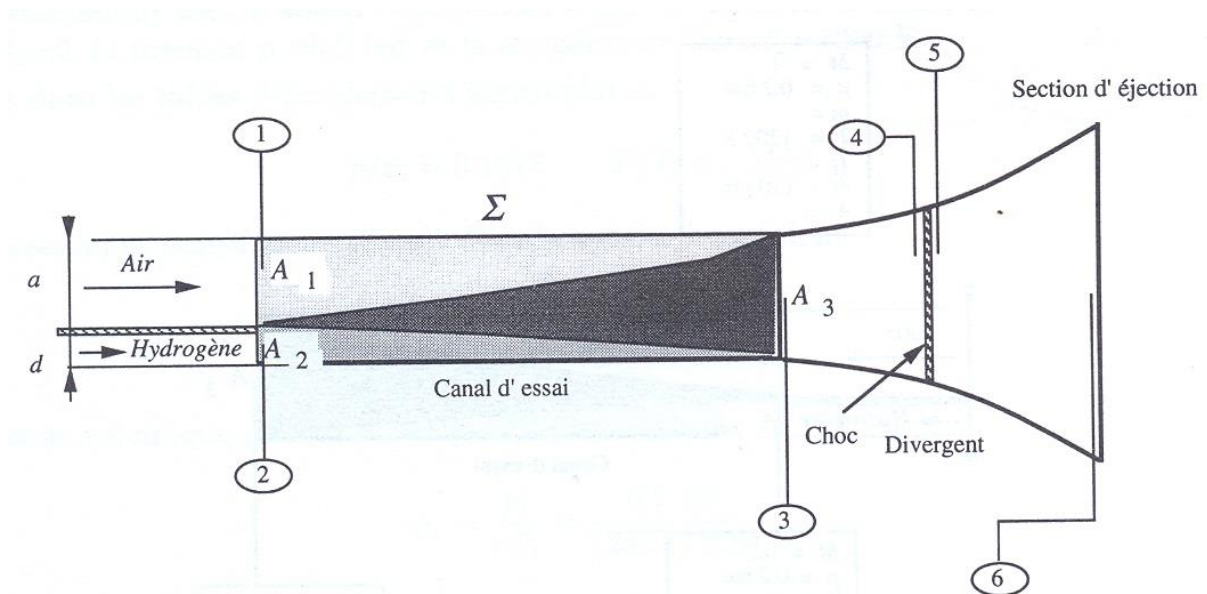


Figure 1 : Installation en combustion supersonique

Elle comprend une veine d'essai de section rectangulaire 2D d'épaisseur $b = 2$ cm et une tuyère divergente. Le canal d'essai est alimenté par un écoulement d'air chaud à la température $T_1 = 1200$ K et à une vitesse tel que le nombre de Mach est égal à 2 ($M_1 = 2$). Le débit d'air massique nominal est alors égal à $\dot{m}_1 = 120$ g.s⁻¹. Le canal est également alimenté par un flux secondaire d'hydrogène avec les conditions d'entrée suivantes : débit $\dot{m}_2 = 0,6$ g.s⁻¹, nombre de Mach $M_2 = 0,3$ et température $T_2 = 294$ K. La pression d'entrée des deux flux est la même, à savoir $p_1 = p_2 = 0,2$ bar.

Dans tout l'exercice, on supposera l'air et l'hydrogène comme des gaz parfaits avec un exposant isentropique $\gamma = 1,4$. Le mélange qui résulte de la réaction de l'air et de l'hydrogène contient une certaine quantité de vapeur d'eau mais on pourra cependant, pour simplifier l'analyse, supposer que ce mélange a les mêmes caractéristiques que celles de l'air (c_p , r et γ).

A - Fonctionnement en l'absence de combustion

a- Calculs préliminaires

Déterminer toutes les caractéristiques des écoulements d'air et d'hydrogène dans la section d'entrée du canal. On précisera en particulier les conditions d'arrêt (pression et température), les masses volumiques, les vitesses d'écoulement et sections de passage A_1 et A_2 . On en déduira la section de la veine d'essai A_3 . Calculer les hauteurs a et d des sections de passage de l'air et de l'hydrogène et en déduire la hauteur h du canal. Porter les résultats sur la figure 3.

b- Fonctionnement à débit d'hydrogène nul

Dans un premier temps, on considère que la chambre n'est pas alimentée en hydrogène. L'air se détend de façon isentropique dans la veine d'essai, calculer les caractéristiques de l'écoulement dans la section 3.

c- Etude de la tuyère divergente

On impose à l'extérieur du divergent une pression $p_s = 1$ bar. Que va-t-il se produire dans la tuyère divergente sous ces conditions? Déterminer alors les caractéristiques de l'écoulement dans la section de sortie s pour une valeur de cette section $A_s = 40 \text{ cm}^2$. Porter les résultats sur la figure 2.

B - Fonctionnement avec combustion

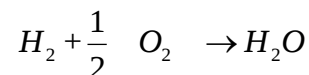
On considère à présent le canal seul (on supprime la tuyère divergente).

a- Analyse de la combustion

On souhaite étudier la combustion dans le canal d'essai (voir figure 1). On supposera le canal suffisamment long pour avoir une combustion complète.

Ecrire les bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie correspondant à cette nouvelle situation.

Par la suite, on considérera qu'1 kg d'air se compose de 0,23 kg d'oxygène et de 0,77 kg d'azote. On rappelle la réaction de l'hydrogène avec l'oxygène :



La chaleur dégagée par cette réaction est $\Delta Q = 120.10^3 \text{ kJ}$ par kg d'hydrogène.

b- Comme le débit d'hydrogène est de l'ordre de 0,5% du débit d'air, on pourra négliger ce débit ainsi que le débit de quantité de mouvement correspondant. Déterminer ainsi la température d'arrêt T_{i3} de l'écoulement dans la section 3.

Calculer les caractéristiques de l'écoulement dans la section de sortie A_3 du canal, à savoir V_3 , T_3 , p_3 , M_3 et p_{i3} .

C - Régime de blocage thermique

a- On se propose d'injecter un débit plus important d'hydrogène dans la veine d'essai. En reprenant l'équation qui détermine la vitesse V_3 , montrer que la température T_{i3} ne peut dépasser une certaine valeur critique T_{ib} . Déterminer la valeur de T_{ib} , la vitesse V_{3b} et le nombre de Mach M_{3b} correspondant.

b- Déterminer le débit d'hydrogène $\dot{m}_{2b}$ qui donne en sortie une température d'arrêt T_{ib} .

c- Que peut-on faire pour éviter le blocage thermique et fonctionner avec des débits d'hydrogène supérieurs à $\dot{m}_{2b}$?

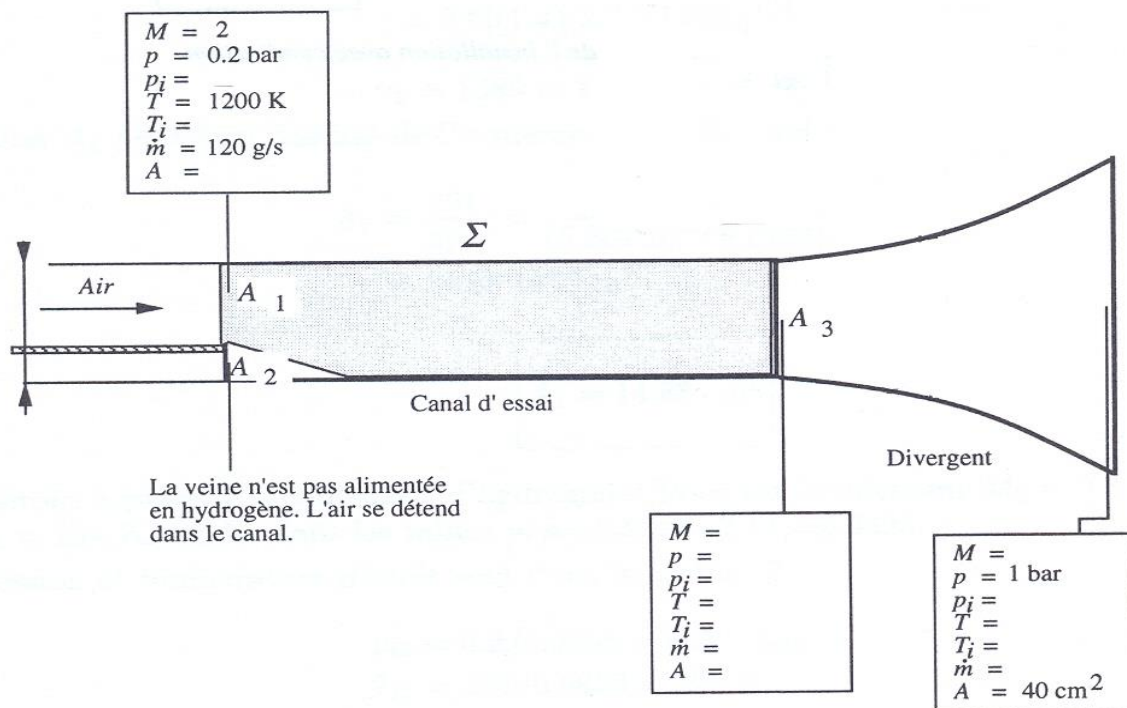


Figure 2 : Fonctionnement de l'installation en l'absence de combustion. La veine n'est pas alimentée en hydrogène.

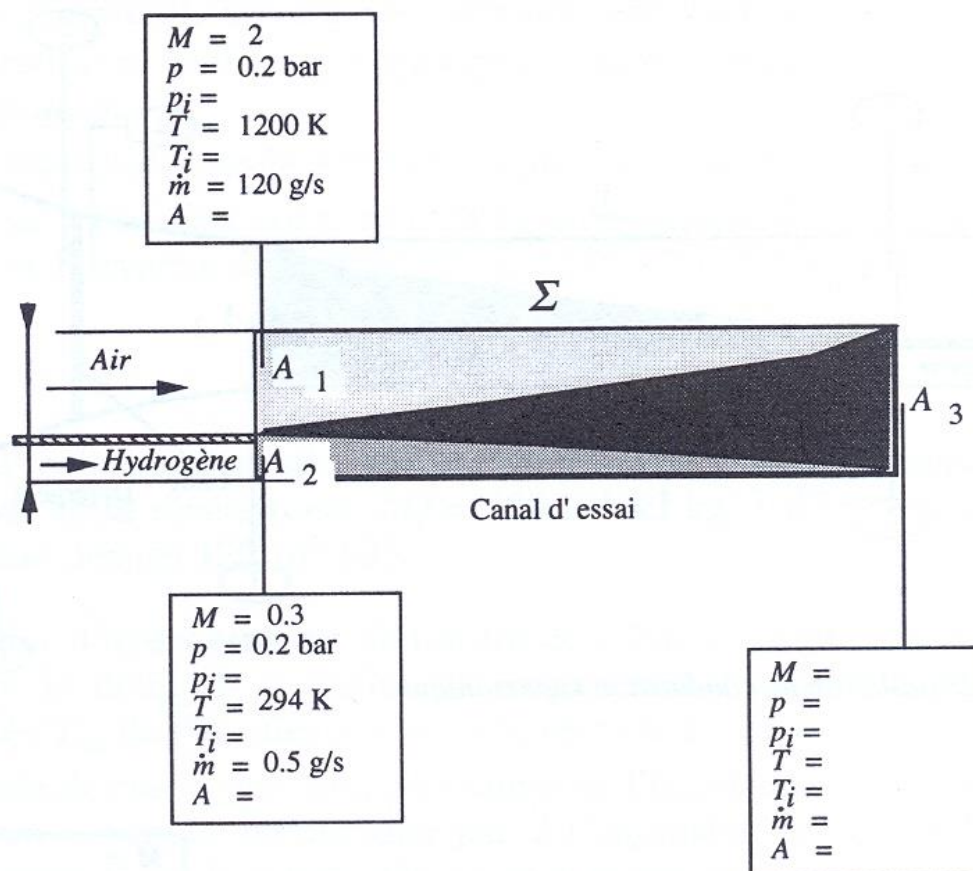


Figure 3 : Fonctionnement de l'installation avec combustion de l'hydrogène.

4 - Le statoréacteur : le plus simple et le plus économique des moteurs à réaction

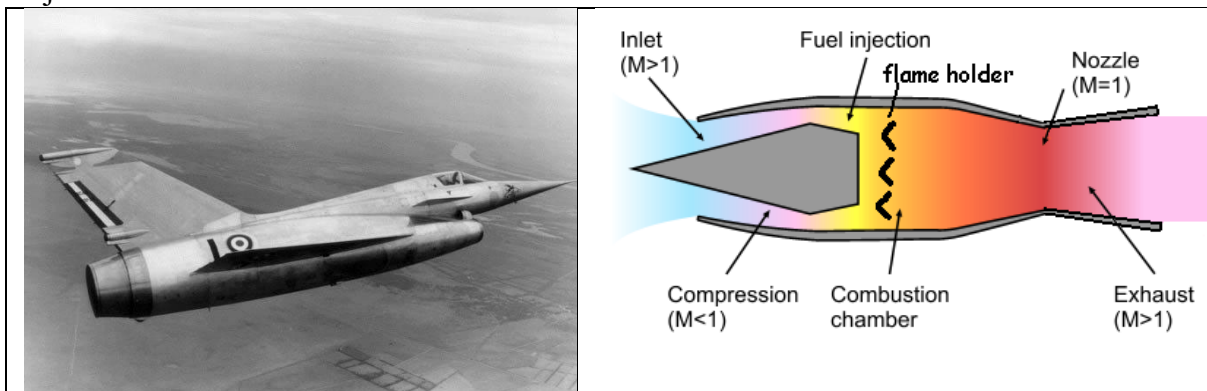
Le concept du statoréacteur (appelé plus justement tuyère thermopropulsive) fut découvert par René Leduc. Le statoréacteur a pu sembler le moteur idéal, en particulier pour la conquête des hautes vitesses. Il est vrai que ses atouts ne sont pas minces. L'absence de pièces mobiles, à la différence des turboréacteurs classiques, un coût plutôt faible en raison de sa simplicité de construction, une consommation en carburant très inférieure à celle des fusées, sans compter son adéquation aux vitesses élevées. En effet, dans un tel système, la vitesse élevée assure une compression naturelle de l'air, compression assurée par des étages de compresseurs dans les turboréacteurs classiques.

Pourtant, le statoréacteur souffre d'un défaut majeur et difficilement contournable: son incapacité à faire décoller seul un quelconque engin. Un appareil équipé de ce mode de propulsion doit nécessairement être largué depuis un appareil porteur, soit être équipé d'une propulsion mixte assurant son décollage, voire encore catapulté, afin d'assurer une vitesse minimale permettant d'assurer une compression minimale naturelle de l'air.

Pour cette raison, ce moyen de propulsion a principalement été implanté sur des missiles où l'accélération initiale est fournie par un propulseur à poudre classique, l'amorçage du statoréacteur se faisant à Mach 2 au minimum.

En outre, l'implantation de statoréacteurs est prévue sur les futurs avions hypersoniques spatiaux ou avions grandes vitesses.

Un statoréacteur est une simple conduite placée face à l'écoulement : il est constitué d'une entrée d'air comportant une pointe émergente, un convergent assurant la compression supersonique de l'air, une veine droite comportant la chambre de combustion et une tuyère d'éjection.

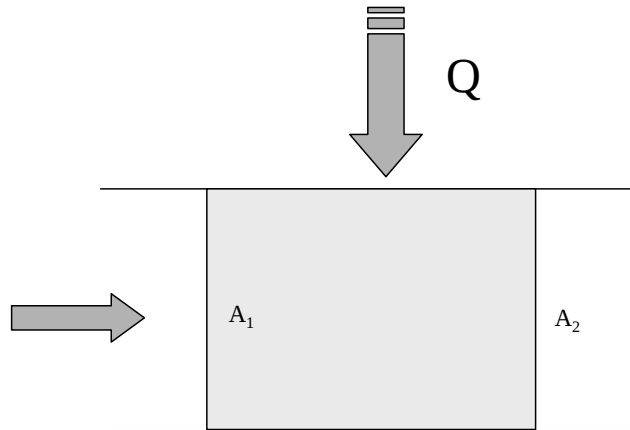


Notations: les grandeurs génératrice (ou d'arrêt) seront notées avec un indice « i ».

Dans tout le problème, les notations de l'écoulement 1D seront adoptées.

La chaleur massique de l'air, que l'on supposera indépendante de la température est : $C_p = 1000 \text{ J/kg}$.

On considère l'écoulement stationnaire, unidirectionnel d'un fluide compressible dans une conduite droite (de section constante). Entre les sections A_1 et A_2 , est apporté une quantité de chaleur Q .



1 - Montrer que la conservation de la quantité de mouvement entre les sections A_1 et A_2 peut s'écrire :

$$P_1 + \rho_1 V_1^2 = P_2 + \rho_2 V_2^2 = cte$$

En déduire que $\frac{P_1}{P_2} = \frac{g(M_2)}{g(M_1)}$ où $g(M) = 1 + \gamma M^2$

2- En écrivant la conservation du débit massique dans la conduite, en déduire que :

$$\left(\frac{T_{i2}}{T_{i1}} \right)^{1/2} = \frac{\Phi(M_1)}{\Phi(M_2)}$$

où : $\Phi(M) = \varpi(M) \Sigma(M) g(M)$

Rappels :

- $\varpi(M) = \frac{P}{P_i}$ désigne le rapport de pression et $\Sigma(M) = \frac{A}{A_c}$ représente la loi des aires.
- La conservation du débit massique est donnée par une loi du type : $\dot{m} = \delta(\gamma) \frac{P_i A_c}{\sqrt{T_i}}$ avec $\delta(\gamma) = 0.0404$ pour l'air. A_c désigne la section critique (lorsque $M=1$).

3- Tracer l'allure de la fonction Φ en fonction du nombre de Mach M .

4- En considérant que l'apport de chaleur Q par unité de masse de fluide entre les sections A_1 et A_2 élève la température génératrice de T_{i1} à T_{i2} , montrer, par application du premier principe de la thermodynamique que :

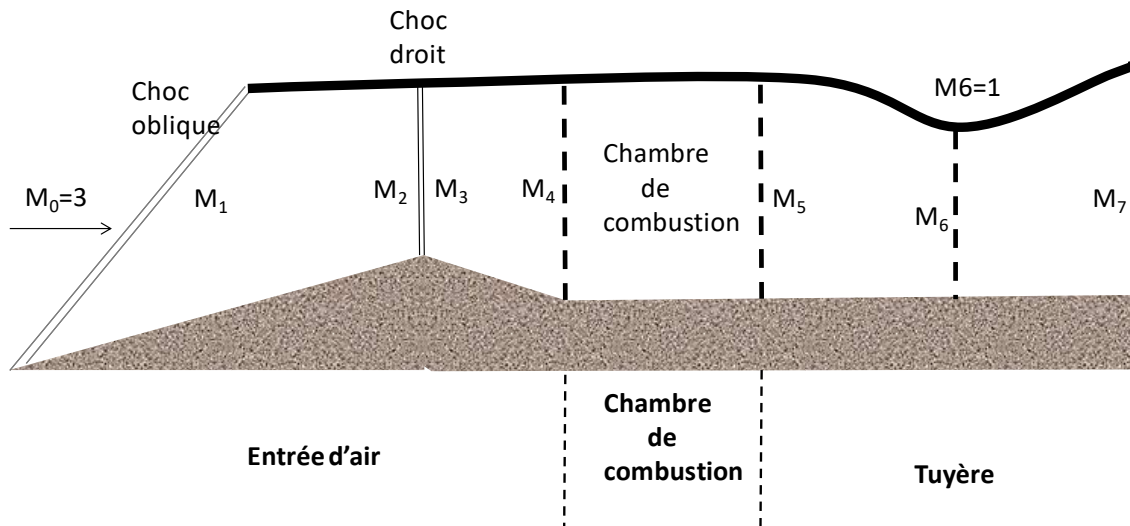
$$Q = C_p T_{i1} \left[\left(\frac{\Phi(M_1)}{\Phi(M_2)} \right)^2 - 1 \right]$$

En utilisant l'allure de la fonction Φ , montrer qu'il existe une quantité de chaleur maximale admissible par l'écoulement (par unité de masse de fluide) et que cette quantité s'écrit :

$$Q_{\max} = C_p T_{i1} \left[\left(\frac{\Phi(M_1)}{1.268} \right)^2 - 1 \right]$$

Cette quantité est appelée limite de blocage thermique.

Le statoréacteur se présente comme sur le schéma suivant :



Les conditions de l'écoulement en amont de l'entrée d'air, sont connues :

$M_0 = 3$, $T_0 = 230$ K, $P_0 = 0,2$ bar, T_0 et P_0 représentant les température et pression statiques de l'air.

5- Calculer les conditions génératrices associées, température T_{i0} et pression P_{i0} .

Dans un tel système, la compression du fluide est assurée par une simple rampe de compression an forme de dièdre. Un choc oblique se positionne sur la pointe du dièdre d'angle $\delta = 15^\circ$.

6- Déterminer les conditions derrière le choc, nombre de Mach M_1 , pression génératrice P_{i1} , pression et température statique P_1 et T_1 .

Le dièdre assure la compression supersonique de l'écoulement jusqu'à la section A_2 (nombre de Mach M_2). Dans cette section, prend naissance une onde de choc que l'on pourra assimiler à un choc droit. Par ailleurs, on notera A_1 , la section dans laquelle on a le nombre de Mach M_1 .

7- Déterminer le rapport des aires A_2/A_1 ainsi que la pression statique P_2 (en amont du choc), sachant que le nombre $M_2 = 1,2$.

Déterminer ensuite les conditions derrière le choc : M_3 , P_{i3} , P_3 , T_{i3} , T_3 .

Un divergent est interposé entre les sections A_3 ($=A_2$) et A_4 .

8- Sachant que le rapport des sections $A_4/A_2 = 5,62$, déterminer M_4 ainsi que la pression statique P_4 .

La température du fluide est ensuite augmentée dans la chambre de combustion située entre les plans A_4 et A_5 , sachant que $A_4=A_5$.

9- Calculer la limite de blocage thermique $Q_{\max}$ (par unité de masse de fluide).

10- L'énergie dégagée par la combustion (par unité de masse de fluide) est en fait Q et, pour cette quantité d'énergie, le Mach dans le plan A_5 vaut $M_5=0,19$. Déterminer la quantité de chaleur Q et vérifier que cette quantité est inférieure au blocage thermique.

Calculer ensuite les valeurs de T_{i5} , P_5 , P_{i5} .

L'air chaud est ensuite accéléré dans une tuyère convergente jusqu'à la section A_6 dans laquelle $M_6=1$ (conditions critiques) puis ensuite jusqu'à la sortie du moteur par une tuyère divergente (section A_7).

11- Déterminer le rapport des sections A_6/A_5 ainsi que la pression et la température dans la section 6.

On désire obtenir un nombre de Mach $M_7=2$ dans le plan de sortie du moteur. Déterminer le rapport des sections A_7/A_6 ainsi que P_7 , ρ_7 , T_7 ainsi que la vitesse V_7 du fluide.

12- Déterminer la poussée totale du statoréacteur en supposant qu'elle est due au tube de courant situé entre les sections A_0 et A_7 , en prenant $A_0= A_7=0,5\text{m}^2$.

- Fin -

5- Onde de choc oblique

Calcul d'un profil losangique en écoulement supersonique

On désire étudier l'écoulement autour d'un profil losangique en attaque supersonique. L'angle de la paroi supérieure du profil est de 2° par rapport à la vitesse amont supposée horizontale. Le nombre de Mach d'attaque est $M_1=1.638$. la pression génératrice est $P_{i1}=10^5$ Pa et la température génératrice $T_{i1}=293$ K.

- 1- Déterminer les différentes zones de l'écoulement (compression, détente)
- 2- Déterminer pour chacune de ces zones d'écoulement le nombre de pression, le nombre de Mach, la pression statique.
- 3- Calculer la position de la ligne de glissement au bord de fuite ainsi que les caractéristiques de l'écoulement de part et d'autre de cette ligne.

