

## L1 Maths-Info Parcours Accompagné 2019-2020 - Remédiation en Mathématiques / I. Dubois

### Feuille 2 - Calcul algébrique : calcul numérique, expressions algébriques

#### Exercice 1 - Calculs avec des nombres relatifs ou des fractions

Calculer les nombres suivants (sans calculatrice!) :

- a)  $A = 22 - (-9) - (-4)$       b)  $B = 12 \times (-9) \times (-5) + (-3) \times (-25) \times (-4) - 250 \times (-2)$   
c)  $C = -(-48) - (-29) + (-77)$       d)  $D = \left(3 - \frac{1}{5} - \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{7}{3} - 3\right) + \left(4 - \frac{2}{15}\right)$

#### Exercice 2 - Identités remarquables - Application à du calcul mental/papier

- Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels. Rappeler (ou retrouver) les identités remarquables concernant les expressions suivantes :  
 $(a + b)^2$ ;       $(a - b)^2$ ;       $a^2 - b^2$ .
- Se servir de façon judicieuse d'une identité remarquable pour calculer de tête (et/ou avec l'aide d'un papier/crayon) :  
a)  $19 \times 21$       b)  $13 \times 27$       c)  $52^2$       d)  $397^2$

#### Exercice 3 - Expressions algébriques - Développement, simplification

Simplifier les expressions suivantes :

- $A(x) = (x - 1)(2x + 1) - [(x + 2)(x - 1) + 2x^2 + 3x - 5] + (x + 1)^2$
- $B(x) = (x + 1)(2 - x) + [(1 - x)(x + 3) - 5x - 4] + (3x - 1)(x - 3)$
- $C(a, y) = (a + y + 1)(a - y - 2) + (3 - 5a + 4y)(a - 2) - (y - 3)(5 - 2y + a)$
- $D = [(a - c) - (a - b)] - [(b - c) - (a + c)]$
- $E = 1 - [1 - (1 - a)] - [1 - (1 - b)] - [1 - (b - a)]$
- $F = (a + b + c) + (a + b - c) - [(a - b + c) - (-a + b + c)]$

#### Exercice 4 - Puissances de 10 - Expressions algébriques - Comparaison de nombres

On se donne les nombres  $a = 1,0000004$ ;  $b = 1,0000006$ ;  $c = 0,9999995$ ;  $d = 0,9999998$ .

- Ecrire chacun des nombres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sous la forme  $1 + n \times 10^p$ , où  $n$  et  $p$  sont des entiers relatifs.
- En utilisant les résultats du 1), calculer  $ad$  et  $(bc)^2$ . Comparer ces deux nombres.
- En se servant de la question précédente, comparer les nombres  $A = \frac{1,0000004}{(1,0000006)^2}$  et  $B = \frac{(0,9999995)^2}{0,9999998}$ .
- Calculer  $A$  et  $B$  à l'aide d'une calculatrice/d'un smartphone. Est-ce concluant pour les comparer?

**Exercice 5 - Expressions algébriques - Isoler une variable**

Dans les questions suivantes, tous les paramètres sont supposés être strictement positifs.

1. Déterminer  $v$  en fonction des autres paramètres, sachant que  $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ .
2. Déterminer  $l$  en fonction des autres paramètres, sachant que  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ .
3. Déterminer  $v$  en fonction des autres paramètres, sachant que  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  et que  $0 < v < c$ .
4. Déterminer  $d$  en fonction des autres paramètres, sachant que  $F = \frac{kq_1q_2}{d^2}$ .

**Exercice 6 - Expressions algébriques - Questions diverses**

1. Soit  $\phi$  l'unique nombre positif tel que  $\phi^2 = \phi + 1$  ( $\phi$  est appelé le nombre d'or). Exprimer  $\phi^5$  comme une fonction affine de  $\phi$ .
2. Etablir que pour tous réels  $x$  et  $y$ , on a :  $xy = \frac{1}{4}((x+y)^2 - (x-y)^2)$ .
3. Déterminer combien vaut  $xy$  sachant que  $(x-y-1)^2 + (x+y+7)^2 = 0$ .
4. Soit la fonction  $f$  définie pour tout réel  $x$  par  $f(x) = 4x^2 - 2x + 5$ .  
Que vaut  $f(3x)$  ?  $f\left(\frac{x}{4}\right)$  ?  $f(-x)$  ?

**Exercice 7 - Expressions algébriques - Application à un résultat d'arithmétique**

Soit quatre entiers naturels consécutifs  $n, n+1, n+2, n+3$  où  $n$  est un entier naturel strictement positif.

1. Démontrer que  $(n+1)(n+2) = n(n+3) + 2$ .
2. On pose  $a = (n+1)(n+2)$ . Exprimer en fonction de  $a$  (uniquement !), le produit  $p$  des quatre entiers consécutifs :  $p = n(n+1)(n+2)(n+3)$ .
3. En déduire que  $p+1$  est le carré d'un entier (on dit que c'est un carré parfait).
4. Déterminer  $n$  sachant que  $p = 5040$ .