

Applications à la géométrie - Exercices

Novembre 2019

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(2; -1)$, $B(4; 2)$, $C(-2; 0)$ et $D(1; 3)$

1. Déterminer les équations cartésiennes des droites (AB) et (CD) .
2. Etudier l'intersection de ces deux droites.

Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(1; 2)$ et $B(-4; 4)$ et la droite (d) d'équation $y = \frac{-7}{11}x + \frac{3}{11}$.

1. Déterminer les coordonnées du point C de (d) d'abscisse 3.
2. Déterminer les coordonnées du point D de (d) d'ordonnée -4 .
3. Les points $E(-3; 2)$ et $F(2345; -1492)$ appartiennent ils à la droite (d) ?
4. Déterminer une équation de la droite (AB) .
5. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (d) et (AB) .

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(-3; 4)$, $B(6; 1)$, $C(-2; 1)$ et $D(0; 3)$.

1. (a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
(b) Le point D appartient il à la droite (AB) ?
2. La parallèle à (AC) passant par D coupe la droite (BC) en E .
(a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (DE) , parallèle à (AC) .
(b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (BC) .
(c) En déduire les coordonnées du point d'intersection E .

Exercice 4

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(1; 2; 2)$, $B(3; 2; 1)$ et $C(1; 3; 3)$

1. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) .
2. Soit P le plan d'équation cartésienne $x - 3y + 2z + 2 = 0$. Montrer que les plans (ABC) et P sont sécants. Puis donner le système de l'intersection de ces plans.

Exercice 5

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(0; 4; 1)$, $B(1; 3; 0)$, $C(2; -1; -2)$ et $D(7; -1; 4)$.

1. (a) Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
 (b) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) .
 (c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) orthogonale au plan (ABC) passant par D.
 (d) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de la droite (d) et du plan (ABC) .
2. Soit P_1 le plan d'équation $x + y + z = 0$ et P_2 le plan d'équation $x + 4y + 2 = 0$.
 (a) Démontrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants.
 (b) Donner une représentation paramétrique de l'intersection de P_1 et P_2 .

Exercice 6

On note (d) la droite passant par les points $A(3; -3; 0)$ et $B(4; -1; -1)$

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) .
2. Soit (d') la droite ayant pour représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = 3k + 1 \\ y = -k + 3 \\ z = k - 2 \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$
 - (a) Donner un vecteur directeur de la droite (d') .
 - (b) Démontrer que les droites (d) et (d') sont orthogonales.
 - (c) Démontrer que les droites (d) et (d') ne sont pas sécantes.
3. On considère le plan P d'équation $2x + y + 4z - 3 = 0$. Déterminer l'intersection du plan P et de la droite (d') .