

Fonctions exponentielle et logarithme - Exercices

Décembre 2019

I. La fonction exponentielle

Exercice 1

Simplifier chaque expression :

1. $e \times e^{2x-1} - (e^x)^2$

3. $\frac{e^x e^{1-2x}}{e}$

2. $(e^{-x})^2 \sqrt{e^{4x}}$

Exercice 2

Démontrer que chacune des égalités suivantes est vérifiée pour tout réel x .

1. $e^{-2x} + \frac{1}{e} = \frac{1+e^{2x-1}}{e^{2x}}$

3. $\frac{(e^x+1)^2 - (e^x-1)^2}{4e^x} = 1$

2. $(e^x + e^{-x})^4 - (e^{2x} + e^{-2x})^2 + 4 = 4(e^x + e^{-x})^2$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $e^{x^2} = (e^x)^2$

2. $e^{\frac{2x+1}{x-3}} = e^{x+1}$

Exercice 4

Déterminer la dérivée f' de la fonction f sur I :

1. $f_1(x) = \frac{x-e^x}{e^x+1} ; I = \mathbb{R}$

3. $f_3(x) = 7e^x(e^x - x^3 + 5x) ; I = \mathbb{R}$

2. $f_2(x) = (2 - x^2)e^x ; I = \mathbb{R}$

4. $f_4(x) = \frac{e^x}{x} ; I = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x^2 - 4x + 1)e^x$

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

3. Déterminer la dérivée f' de f .

4. Dresser le tableau de variations de f .

II. La fonction logarithme

Exercice 6

Simplifier au maximum chaque expression :

1. $\ln(\sqrt{e^3}) - 3\ln(e) + \ln(e^2)$

3. $\ln(1 + \sqrt{2}) - \frac{1}{2}\ln(3 + 2\sqrt{2})$

2. $\ln(e^2 - 1) - \ln(1 + e)$

Exercice 7

Démontrer les propriétés suivantes :

1. $\forall x > 1, \ln(x^4 - 1) - \ln(x^2 + 1) = \ln(x - 1) + \ln(x + 1)$

2. $\forall x \in \mathbb{R}, \ln(e^x + e^{-x}) + x = \ln(1 + e^{2x})$

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation :

1. $9^x - 5^{x+2} = 5^x - 3^{2x+1}$

2. $2e^{2x} - 7e^x + 6 = 0$ On pose $X = e^x$

Exercice 9

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 - 5x - 3 = 0$

2. (a) $2(\ln x)^2 - 5\ln x - 3 = 0$

(b) $\frac{2e^{2x}-3}{e^x} = 5$

Exercice 10

Déterminer la dérivée f' de la fonction f :

1. $f_1(x) = \frac{2+\ln x}{1-\ln x}$

3. $f_3(x) = \frac{2x+1}{\ln x}$

2. $f_2(x) = x^2 \ln x - x^2 + x$

4. $f_4(x) = \frac{\ln x}{2x^2+1}$; $I = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Exercice 11

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{\ln x}{(\ln x)^2 + \ln x + 1}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g .

2. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

3. Déterminer la limite de g en 0.

4. Déterminer la dérivée g' de g .

5. Dresser le tableau de variations de g .