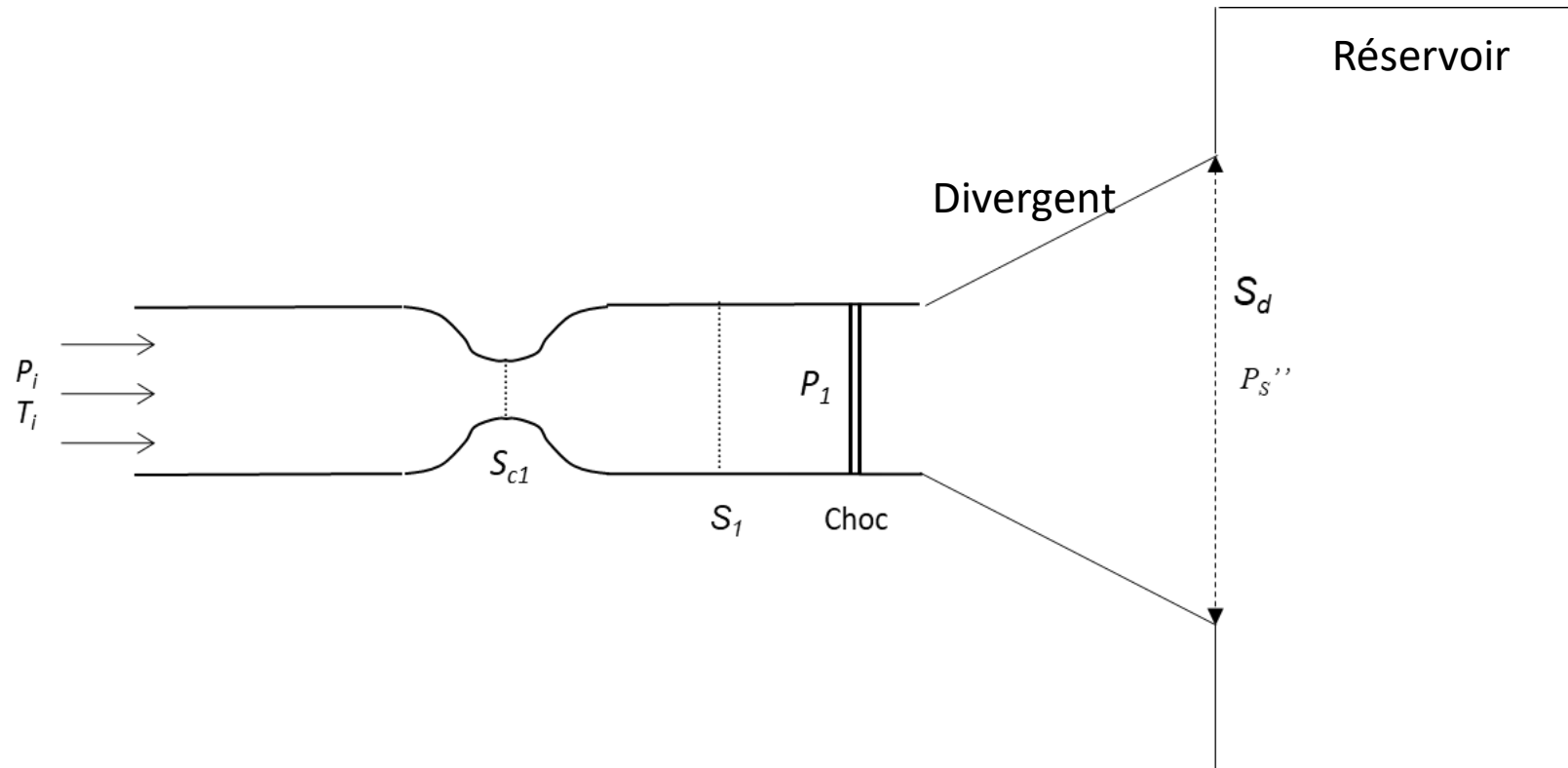


TD 1

Fin de l'exercice « étude d'une soufflerie supersonique »

Question 3- On interpose maintenant un divergent conique entre la veine d'essai et le réservoir.

Calculer le nombre de Mach M_3 et la pression P_5'' à l'entrée du réservoir en fonction du rapport S_d/S_1 entre la section S_d de sortie du diffuseur et la section S_1 de la veine. On prendra la valeur numérique $S_d/S_1=4$. Conclusion.



- Pour maintenir un écoulement supersonique dans la veine d'essai ($M=3$ en amont du choc), on est obligé d'opérer à une pression P_s'' dans le réservoir, très inférieure à la pression atmosphérique.
- Moins la différence entre la pression atmosphérique et la pression P_s'' sera élevée, moins l'énergie demandée sera élevée : le rôle du divergent est de permettre d'accroître P_s'' tout en maintenant les mêmes conditions d'écoulement.

- L'idée générale est d'utiliser la loi des aires



- Attention néanmoins, cette loi n'est pas utilisable à la traversée d'une onde de choc !!! Elle l'est avant, après mais sans traverser l'onde car entre l'amont et l'aval du choc, on est plus isentropique.

- Il faut donc écrire deux fois la loi des aires, de part et d'autre du choc :

- En amont (avant) du choc on écrit $\frac{S_1}{S_{c1}}$ en fonction du Mach M_1

- En aval du choc, il faut introduire un col « fictif » de section S_{cf} : un col fictif c'est un col « imaginaire » qui amènerait l'écoulement en aval du choc dans les conditions soniques quelque-part (peu importe où d'ailleurs). Comme l'écoulement en aval du choc est subsonique, ce col fictif serait sonique ($M=1$) mais par valeur inférieure.
- Ainsi pour tout écoulement, sonique ou supersonique on peut introduire un tel col fictif.

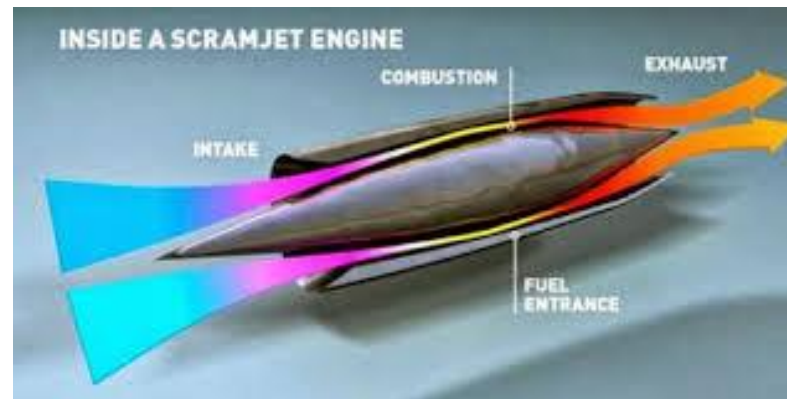
- Ainsi en aval du choc on écrit $\frac{S_1}{S_{cf}}$ en fonction du Mach M_2

- On calcule ensuite le Mach M_3 en fin de divergent, puis la pression $P_3 = P_S''$, sans oublier que la pression génératrice derrière le choc est P_{i2} , qui a diminué par rapport à P_{i1} . On compare P_S'' à P_S'

TD 2

Une veine d'essai de combustion supersonique

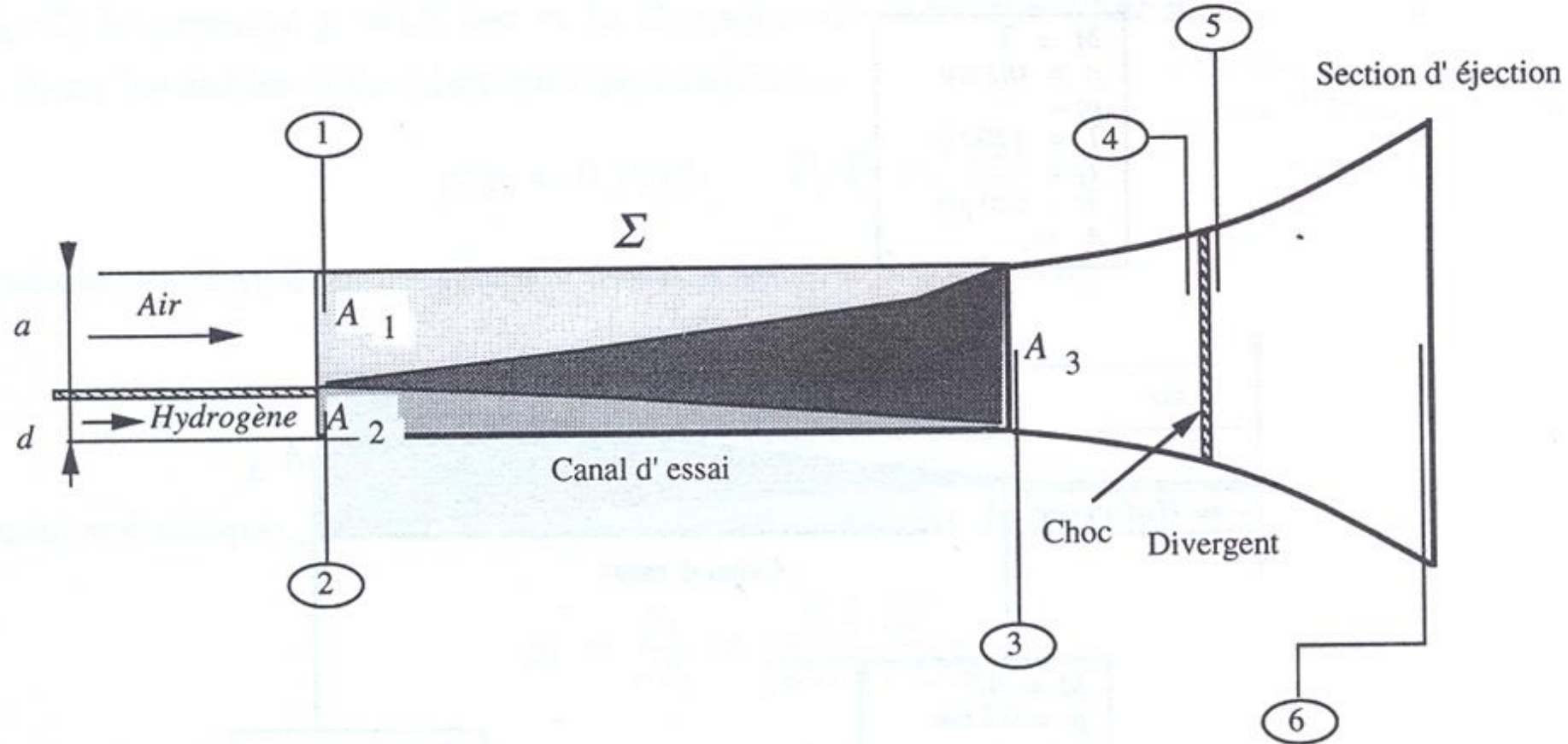
- La combustion supersonique évite de ralentir l'écoulement d'air arrivant dans un moteur aéronautique pour brûler le kérosène dans la chambre de combustion et ensuite ré-accélérer les gaz brûlés et chaud (qui ont donc gagné en enthalpie)
- C'est donc un moteur de haute efficacité, adapté aux hauts nombres de Mach : on parle alors de super-statoréacteur ou « scramjet »
- Le combustible utilisé par ces moteurs (sorte de moteurs fusée aérobie) est l'hydrogène, du fait de sa capacité énergétique massique très élevée



https://www.nasa.gov/missions/research/f_scramjets.html

https://www.nasa.gov/centers/langley/news/factsheets/X43A_2006_5.html

- On se propose ainsi d'étudier une veine expérimentale (de laboratoire) destinée à la recherche sur la combustion supersonique de l'hydrogène
- Un flux d'air et un flux d'hydrogène arrivant de manière séparée sont mélangés au niveau d'un canal d'essai (voir figure)



L'objectif est ici de vous donner des indications pour que vous puissiez faire l'exercice en toute autonomie

A- Fonctionnement **en l'absence de combustion**

a- Calcul préliminaire : tous les calculs préliminaires peuvent être menés sans aucune difficulté, en utilisant :

- Vos tables isentropiques
- La conservation du débit massique

N'oublier pas l'équation d'état sur la forme : $\frac{P}{\rho} = rT$ avec $r = \frac{R}{M}$

R étant la constante des gaz parfait et M la masse molaire du gaz considéré.

Ainsi si $r=287$ USI pour l'air ($M=29$ g/mol), ceci est différent pour l'hydrogène ($M=2$ g/mol)

b- Fonctionnement à débit d'hydrogène nul

On fait comme si le flux d'hydrogène était coupé, le calcul dans la section 3 ne pose aucun problème, tout l'écoulement étant isentropique (utiliser les tables).

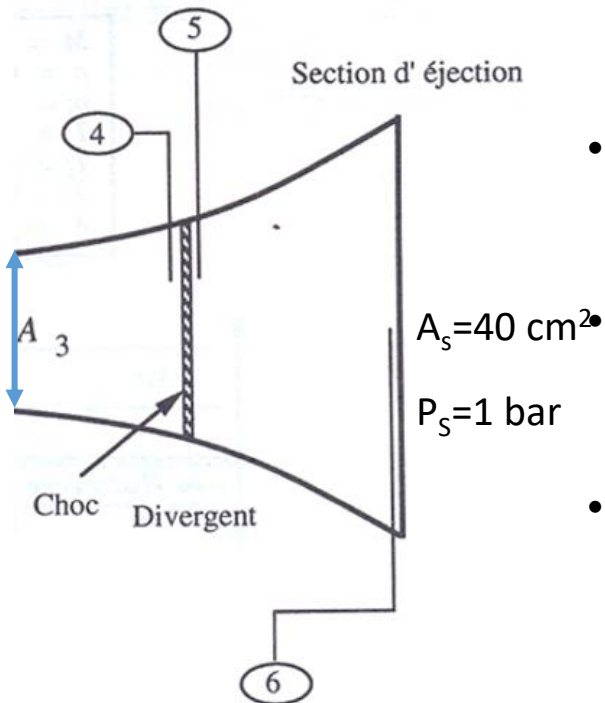
c- Etude de la tuyère divergente

Cette question est de nature plus complexe, car on impose une pression de sortie $P_S = 1 \text{ bar}$. La pression étant plus faible, l'écoulement doit se recomprimer.



L'écoulement étant supersonique et devant se recomprimer va conduire à un choc, qui va s'installer quelquepart dans le divergent pour adapter la pression.

Bien évidemment, on ne sait pas où est positionné ce choc, il faut donc procéder par itération !

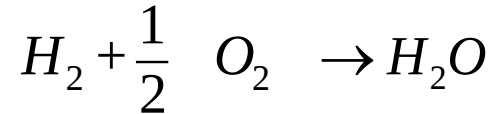


- Il faut donc procéder par itération et pour cela on fixe arbitrairement et comme valeur de départ le Mach dans la section d'éjection (S).
- Le Mach M_S est forcément subsonique car on est derrière le choc, fixons donc $M_S = 0,4$.
- On connaît P_S donc on peut aisément (grâce aux tables isentropiques) en déduire P_{iS} , la pression génératrice derrière le choc.
- Il faut ensuite appliquer la loi des aires $\frac{A_S}{A_{SC}} = \dots$ puis utiliser ce que l'on connaît comme $\frac{A_S}{A_3}$, $\frac{A_3}{A_{3C}}$, ou encore $\frac{A_{3C}}{A_{SC}}$, qu'il faut déterminer (voir point suivant)
- A_{3C} et A_{SC} sont des sections de col fictif de part et d'autre du choc.

- Il est maintenant nécessaire de déterminer le rapport $\frac{A_{3c}}{A_{SC}}$.
- Pour cela, il faut utiliser la conservation du débit massique sous la forme : $\frac{P_i A_c}{\sqrt{T_i}} = cte$
- Rappeler vous que la température génératrice se conserve toujours dans un gaz parfait, ce qui n'est pas le cas de la pression génératrice qui se dégrade à la traversée du choc.
- Lorsque ces calculs sont fait, on dispose du rapport $\frac{A_S}{A_{SC}}$ qui permet ensuite grâce à la loi des aires de déterminer le Mach M_S .
- Le nombre de Mach trouvé sera bien évidemment différent de celui choisi initialement, il faudra donc refaire une itération. On trouvera après deux ou trois itérations M_S de l'ordre de 0,2.
- Une fois que l'on connaît M_S , on peut déterminer toutes les grandeur caractéristiques de l'écoulement : température, pression, masse volumique, vitesse, ... ce que vous devrez faire.

B- Fonctionnement avec combustion

La combustion de l'hydrogène dans l'oxygène de l'air est considérée comme complète, entre les sections 3 et la section d'éjection.



On connaît l'enthalpie libérée par cette réaction de combustion : $\Delta Q = 120.10^3$ kJ **par kg d'hydrogène**.

a- On demande d'écrire sous forme générique et intégrale les équations « bilan » de conservation :

- de la quantité de mouvement (en fonction de : $\dot{m}_1, \dot{m}_2$ et $\dot{m}_3, P_1, P_2, P_3$ et : $\dot{m}_1, \dot{m}_2$ et $\dot{m}_3$)
- de l'énergie (en fonction de : $C_p, \dot{m}_1, \dot{m}_2$ et $\dot{m}_3, V_1, V_2, V_3, T_{i1}, T_{i2}, T_{i3}$ et ΔQ)
- matière (en fonction des différents débit massique : $\dot{m}_1, \dot{m}_2$ et $\dot{m}_3$)

Ces équations seront ramenées à l'unité de masse de fluide.

b- Approximation d'un faible débit d'hydrogène

Pour résoudre cette question, adopter le plan de travail suivant :

- Récrire en fonction de cette approximation l'équation de conservation de la matière
- Reprendre l'équation de conservation de l'énergie et diviser par $\dot{m}_1 C_p T_{i1}$
- En déduire T_{i3}

On souhaite ensuite avoir les caractéristiques de l'écoulement dans la section A_3 (juste après la zone de combustion)

- On notera J , l'expression : $J = \dot{m}_1 V_1 + P_1 A_1$ qui est une quantité connue de part les données du problèmes (remarque : comme le débit d'hydrogène est négligé, on renommera le débit total qui est donc aussi le débit d'air par $\dot{m}$)
- Montrer que l'on peut obtenir une équation du second degré en V_3 sous la forme :

$$\dot{m} V_3^2 \left(1 - \frac{r}{2C_p} \right) - J V_3 + \dot{m} r T_{i3} = 0$$

Indications : utiliser l'équation des gaz parfaits $P_3 = r \rho_3 T_3$ et l'équation de conservation de l'énergie totale $H_i = H + \frac{V^2}{2}$ avec $H = C_p T$ et $H_i = C_p T_i$

- Résoudre l'équation du second degré et déterminer numériquement les deux racines
- Ne retenir que la racine la plus élevée, car l'écoulement est supersonique dans la section 3
- T_3 peut ensuite être obtenue par l'équation de conservation de l'énergie totale
- La conservation du débit massique doit ensuite permettre de calculer ρ_3
- L'équation des gaz parfaits donnera ensuite P_3
- M_3 sera ensuite déterminé par l'une des relations isentropiques (voir tables)
- On en déduira P_{i3} ensuite à l'aide d'une autre relation isentropique (voir tables)

C- Régime de blocage thermique

Dans ce cas, on augmente le débit d'hydrogène, et étant en excès d'air, on augmente forcément la chaleur dégagée, car la combustion est complète.

- Reprendre l'équation du second degré en V_3 et déterminer la limite des solutions réelles (discriminant nul), ce qui permet de déduire une température de blocage.
- Ainsi, on déterminera $T_{i3}=T_{i3b}$, la température dans la section 3 pour laquelle il y a blocage thermique.

- Le blocage thermique correspond à la quantité de chaleur maximale qui pourra être absorbée par cet écoulement supersonique (et donc cela correspond aussi à un débit maximum d'hydrogène !), ceci en garantissant la condition limite de température génératrice de température en entrée de veine (donc en A_1).
- En déduire la vitesse de blocage V_{3b} (expression, valeur numérique)
- Déterminer la débit d'hydrogène de blocage $\dot{m}_{2b}$ (expression, valeur numérique)