

Introduction¹

La question de l'ontologie et de la philosophie de la géométrie

La principale question philosophique sur la géométrie, avec laquelle les philosophes se sont débattus traditionnellement, est la question de l'ontologie - c'est-à-dire de la véritable nature des objets géométriques. Platon et Aristote ont souligné le statut particulier des objets géométriques.

En ce qui concerne les objets euclidiens, Platon, sans surprise, est un platoniste, dans le sens dans lequel le terme est utilisé dans la philosophie actuelle des mathématiques. C'est-à-dire,

- premièrement, les mathématiques portent sur des objets réels qui, bien qu'ils n'existent pas dans l'espace et le temps, existent réellement - c'est-à-dire indépendamment de nos connaissances ou de nos pensées.
- deuxièmement, connaître un objet euclidien est possible ; en fait, les mathématiques sont le paradigme de la connaissance.

La position ontologique de Platon, sa théorie des formes ou des idées, permet deux types différents d'objets :

- le perceptible, les objets spatio-temporels
- l'intelligible, l'éternel et immuable des formes qui font l'objet d'un véritable savoir.

La théorie de la réminiscence de Platon, selon laquelle les âmes, avant leur naissance, avaient accès aux formes, est censée expliquer comment il est possible d'acquérir des connaissances sur les formes non spatio-temporelles. La possibilité d'avoir de véritables connaissances géométriques implique que les objets euclidiens sont intelligibles - c'est-à-dire qu'ils font partie des formes platoniques. En outre, les connaissances géométriques, acquises par la connaissance « prénatale » des formes par les âmes, sont *a priori* et infaillibles.

Mettant de côté l'invraisemblance de la théorie de la réminiscence, la position de Platon sur la nature des objets euclidiens se heurte à au moins une difficulté sérieuse. Pour Platon, une forme est souvent non seulement une caractéristique, mais aussi l'instance de cette caractéristique. La forme d'un cercle, par exemple, n'est pas seulement ce qui fait d'un cercle un cercle mais est également le cercle parfait ; en effet, puisque rien d'autre que la forme d'un cercle ne peut être parfaitement circulaire, rien d'autre ne pourrait être un cercle parfait. La théorie des formes de Platon n'explique donc l'existence que d'un seul cercle. Pour donner un sens aux affirmations géométriques - comme les cercles A et B qui se coupent en deux points - il doit y avoir plus que d'un seul cercle, et plus que d'un seul point. Platon semble donc être obligé d'introduire un troisième type d'objets, les objets intermédiaires, qui partagent leur perfection et leur éternité avec les formes, et leur pluralité avec les objets perceptibles.

La critique d'Aristote de la philosophie de la géométrie de Platon relève cette difficulté, s'inscrit en faux contre la théorie des formes de Platon en général et offre un aperçu différent de la nature des objets euclidiens.

¹ Traduction modifiée de quelques passages de la thèse de Mojtaba Soltani, venant à soutenance le 21 avril 2020 à l'Université of British Columbia, Vancouver.

Aristote définit les mathématiques comme une science dont le sujet est la quantité - c'est-à-dire ce qui est divisible en ses parties constituantes. La quantité ainsi définie est divisée en deux types :

- multitudes ou pluralités, c'est-à-dire les quantités qui peuvent être divisées en parties discrètes
- grandeurs, c'est-à-dire les quantités qui peuvent être divisées en parties continues.

Les grandeurs sont eux de trois types : unidimensionnel (lignes), bidimensionnel (surfaces) et tridimensionnel (solides).

La philosophie mathématique d'Aristote, comme une grande partie de sa pensée, est développée en réaction à la philosophie de Platon. Il trouve ses racines dans sa critique de la théorie de la forme de Platon, qui, selon Aristote, non seulement souffre de graves problèmes internes, mais échoue également à accomplir la tâche pour laquelle elle fut conçue - c'est-à-dire, de fournir un compte rendu intelligible du monde ordonné.

Aristote, comme Platon, estime que, contrairement aux objets sensibles, les objets mathématiques remplissent parfaitement leurs conditions de définition - un cercle mathématique est parfaitement circulaire, par exemple - et sont connaissables par la pensée pure. Cependant, contrairement à Platon, Aristote ne croit pas que les objets mathématiques appartiennent au domaine séparé des formes surnaturelles. Mais il ne croit pas non plus que, en ce qui concerne leur existence, les objets mathématiques dépendent de la pensée humaine. En métaphysique, livre M. 3,4 Aristote tente de rendre compte des objets mathématiques compatibles avec ces propos. Il commence par une analyse de l'objet de la géométrie. Il fait valoir que bien que l'objet de la géométrie ne soit pas l'étude des substances sensibles en tant que sensibles, que c'est l'étude des substances sensibles comme *grandeurs*. En d'autres termes, la géométrie concerne des objets sensibles, mais uniquement dans la mesure où leurs extensions sont concernées - c'est-à-dire la géométrie étudie les substances sensibles comme des objets euclidiens à une, deux et trois dimensions. Il insiste, en outre, que de telles « choses » - c'est-à-dire des substances sensibles en tant qu'extension - existent réellement. Cependant, sa caractérisation de leur mode d'existence particulière n'est obtenue que par négation - c'est-à-dire, il les décrit comme être ni substances sensibles ni séparées d'elles. Les objets euclidiens semblent être d'un type particulier d'abstractions, pour Aristote. Mais ils ne sont pas des pensées / idées abstraites dans l'esprit du géomètre ; ils sont des entités abstraites dans le monde, « attachées » aux substances sensibles. Bref, les objets euclidiens sont des entités particulières distinctes mais inséparables des substances sensibles, et en même temps le résultat d'une abstraction.

En d'autres termes, la philosophie grecque de la géométrie s'est efforcée d'apporter des réponses aux questions suivantes.

1. Quels types d'objets sont des objets géométriques ?
2. Que peut-on savoir sur les objets géométriques ? Comment ce type de connaissance est-il possible ? Quel est le statut épistémique de ce type de connaissance ?

Selon leur conception, les objets géométriques étaient considérés comme des objets autonomes, et la science qui en traite appelée « géométrie ». Aucun lien existait entre la physique et les objets géométriques. Aucun changement significatif n'a été apporté à la conception la géométrie, jusqu'à l'avènement du début de l'ère moderne : Galilée et Descartes.

En accord avec l'évolution des perspectives philosophiques, la conception de la géométrie a

commencé alors à évoluer. D'une part, l'idée de l'espace (mathématique), objet de la géométrie, commence à se développer. L'utilisation toujours croissante de la géométrie dans la description des phénomènes naturels (physiques) ont contribué à forger un lien fort entre la géométrie et la mécanique, géométrie et espace (physique). En plus des questions concernant l'ontologie et l'épistémologie, certains philosophes ont commencé à prêter attention à la question sur l'origine des concepts géométriques et comment ils sont acquis.

La réponse qu'une tradition dominante en philosophie, le rationalisme, a fourni à ces questions, rendait l'applicabilité de la géométrie dans les sciences naturelles mystérieuse.

La question de l'applicabilité de la géométrie - et plus généralement, la relation entre la géométrie et physique - est devenue une question philosophique importante. Kant, qui a fondé sa philosophie de la géométrie sur l'hypothèse de la possibilité d'un jugement synthétique (a priori) est un cas notable à cet égard. Bref, en plus des questions auxquelles les philosophes anciens étaient confrontés, les questions suivantes ont été ajoutées à la liste des questions avec lesquelles les philosophes de la géométrie ont dû lutter.

3. Comment les concepts géométriques sont-ils acquis ?

4. Comment expliquer l'applicabilité de la géométrie ? Comment est-il possible d'utiliser la géométrie pour décrire / expliquer le monde naturel ? Quelle est la nature de la relation entre la physique et la géométrie ?

Lorsqu'il s'est avéré qu'en plus de la géométrie euclidienne, il existe d'autres géométries, la question de savoir quelle géométrie décrit avec précision l'espace (physique) est également ajoutée aux questions discutées dans le quatrième groupe, que j'appelle des questions méthodologiques.

Le principal objectif de ce cours, est de présenter la philosophie de Poincaré de la géométrie - c'est-à-dire des réponses détaillées à ces questions. Nous verrons qu'une lecture attentive des travaux de Poincaré sur la géométrie révèle que la philosophie de Poincaré de la géométrie est concernée par la géométrie en tant que science *mathématique*. Les questions concernant la nature de la géométrie - c'est-à-dire ses caractéristiques déterminantes / ce qui distingue la géométrie des autres branches de mathématiques - et la nature de ses axiomes – motivent les investigations de Poincaré.

Poincaré, prend des questions concernant la psychologie et l'application de la géométrie en physique en compte. La position de Poincaré sur l'origine des concepts géométriques et le rôle et le statut (épistémique) de la géométrie, lorsqu'elle est utilisée comme langage / cadre pour les théories de la physique, devient, en fait, un constituant crucial de sa philosophie de la géométrie. Les réponses de Poincaré aux questions ontologique et épistémologique le mettent, à première vue, dans une position médiane, c'est-à-dire soupçonnée d'incohérence par rapport à ses rivaux aprioristes (Russell) et empiristes (Helmholtz). Ainsi, seulement si Poincaré pouvait offrir une explication plausible de l'origine des concepts géométriques et de l'application d'une géométrie compatible avec sa position ontologique et épistémologique, sa philosophie de la géométrie aurait toute chance d'être prise au sérieux comme élaboration de l'idée aristotélécien.