

TD - Cinématique

Exercice : Disque roulant sur un rail

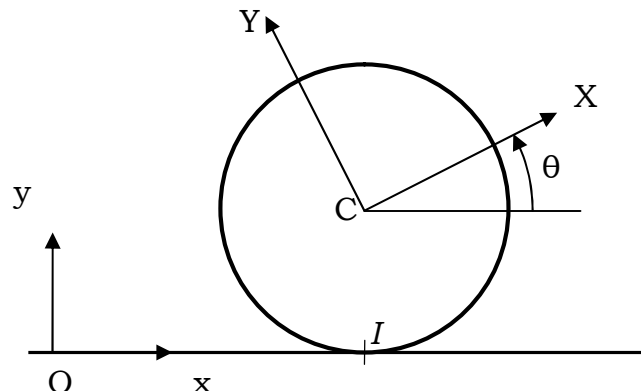


Fig. 1 – Disque roulant sur un rail.

Un disque $\mathcal{D}$, de rayon r et de centre C , roule sur un rail horizontal assimilé à l'axe (O, x) (voir figure 1). Ce disque peut éventuellement glisser. Le référentiel $\mathcal{R} : (C, X, Y, Z)$ est lié au disque. Le référentiel $\mathcal{A} (O, x, y, z)$ est lié au rail. L'orientation du disque est repérée par l'angle θ que fait la droite (C, X) avec (O, x) . Le centre C a pour coordonnées (x, r) . Tous les résultats seront exprimés en fonction de x , θ , r et des vecteurs de base.

Cinématique

- 1.a) Donner l'expression du vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}$ du disque $\mathcal{D}$ par rapport au repère $\mathcal{A}$.
- 1.b) Déterminer la vitesse $\vec{v}_C$, du point C , évaluée dans le référentiel $\mathcal{A}$,
- 2) Exprimer la vitesse $\vec{v}_M$, vue dans $\mathcal{A}$, d'un point quelconque, M , du disque en fonction des données du problème et du vecteur $\overrightarrow{CM}$.
- 3.a) On appelle I le point du disque en contact avec le rail (voir le schéma). Exprimer $\overrightarrow{CI}$ en fonction des données.
- 3.b) En déduire la vitesse de glissement du disque $\mathcal{D}$ par rapport au plan $\mathcal{A}$ (vitesse du point I_D de $\mathcal{D}$).
- 3.c) Ecrire la condition de roulement sans glissement. Interprétez cette condition.
- 4) En l'absence de glissement, calculez l'accélération d'un point du disque $\mathcal{D}$. Que vaut celle du point I_D ?