

Exercice : Train d'engrenages

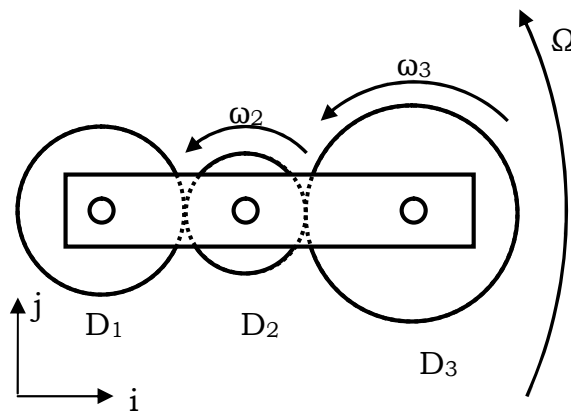


Fig. 2 – Train d'engrenages

Trois roues dont les centres sont alignés sur un arbre, conformément au schéma de la figure 2, sont en contact deux à deux, sans glissement. L'arbre tourne autour du centre C_1 de la roue $\mathcal{D}_1$ de rayon R_1 avec un vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}$.

La roue $\mathcal{D}_1$ est fixe. Les roues $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$ de rayons R_2 et R_3 peuvent tourner autour de leurs centres respectifs C_2 et C_3 . On note $\vec{\omega}_2$ et $\vec{\omega}_3$ les vecteurs "rotation instantanée" de $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$ par rapport au repère fixe de $\mathcal{D}_1$.

On note A le point de contact entre $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$, et B le point de contact entre $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$.

On raisonne dans le référentiel de l'arbre.

1) Déterminer les vecteurs rotation $\vec{\Omega}_1$, $\vec{\Omega}_2$ et $\vec{\Omega}_3$ des trois disques par rapport à l'arbre.

2) Donner l'expression de la vitesse d'un point quelconque de $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$ ou $\mathcal{D}_3$.

3) On suppose que la vitesse de glissement de chaque roue sur sa voisine est nulle (engrenage). Calculez, en fonction des données du problème (Ω , R_1 , R_2 et R_3).

a) Le vecteur rotation instantanée $\vec{\omega}_2$ de $\mathcal{D}_2$.

b) Le vecteur rotation instantanée $\vec{\omega}_3$ de $\mathcal{D}_3$.

4) Montrez que ω_3 peut être nulle si une condition sur R_1 et R_3 est vérifiée. Pour quelles valeurs du rapport R_3/R_1 la vitesse ω_3 est-elle négative ?

5) Reprendre le problème en raisonnant dans le repère fixe de la roue $\mathcal{D}_1$.