

Corrigé du TD 2

Etude d'une veine supersonique

A- Etude sans combustion

a- Calculs préliminaires

Pour la partie « air » et pour un Mach de 2, les conditions génératrices se calculent à l'aide des tables isentropiques en utilisant les rapport ϖ et θ .

$$\begin{aligned} T_{i1} &= 2160 \text{ K} \\ P_{i1} &= 0,0556 \text{ bars} \end{aligned}$$

Il faut ensuite calculer ρ_1 à l'aide de la relation des gaz parfaits : $\rho_1 = \frac{P_1}{rT_1} = 0,058 \text{ kg/m}^3$.

La vitesse V_1 se calcule par $V_1 = M_1 c_1 = M_1 \sqrt{\gamma r T_1} = 1389 \text{ m/s}$

La section A_1 se calcule à l'aide de l'expression du débit massique d'air : $\dot{m}_1 = \rho_1 V_1 A_1$

Soit $A_1 = 14,88 \text{ cm}^2$

Pour la partie hydrogène (Mach de 0,3), les calculs sont identiques. Attention pour l'équation des gaz parfaits, il est nécessaire de calculer la constante des gaz parfaits :

$$r_{H_2} = R/M_{H_2} = 4157 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \text{ avec } M_{H_2} = 2.10^{-2} \text{ gr/mol.}$$

$$\begin{aligned} T_{i2} &= 299 \text{ K} \\ P_{i2} &= 0,213 \text{ bars} \end{aligned}$$

$$\rho_2 = \frac{P_2}{rT_2} = 0.01636 \text{ kg/m}^3$$

$$V_2 = 392 \text{ m/s}$$

$$A_3 = A_1 + A_2 = 15,81 \text{ cm}^2$$

b- Fonctionnement à débit d'hydrogène nul

Il s'agit d'une détente isentropique de l'air dans la veine d'essai jusqu'à la section 3.

$$\text{On utilise ainsi la loi des aires : } \frac{A_3}{A_{3c}} = \Sigma(M_3) = \frac{A_3}{A_1} \frac{A_1}{A_{3c}} = \frac{A_3}{A_1} \Sigma(M_1) = 1,775$$

Soit : $M_3 = 2,06$

De même $P_{i1} = P_{i3}$ ce qui permet à l'aide des relations isentropiques :

$$\boxed{P_3 = 0,182 \text{ bars}} \\ \boxed{T_3 = 1168 \text{ K}}$$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{rT_3} = 0,058 \text{ kg/m}^3.$$

$$\boxed{V_3 = \frac{\dot{m}_1}{\rho_3 A_3} = 1411 \text{ m/s}} \text{ sachant que } \dot{m}_1 = \dot{m}_3$$

c- Etude la tuyère divergente

Quelques résultats intermédiaires :

En prenant pour hypothèse $M_6=0,4$

$$P_{i6}=0,895$$

$$\frac{A_{3c}}{A_{6c}} \approx 0,57$$

Avec $\frac{A_6}{A_{6c}} \approx 0,57$ on arrive à $M_6=0,23$ et après deux ou trois itération : $M_6=0,2$.

B- Etude avec combustion

Equations de conservation

a- Conservation de la masse

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3$$

b- Conservation de la quantité de mouvement

$$(\dot{m}_1 V_1 + p_1 A_1) + (\dot{m}_2 V_2 + p_2 A_2) = \dot{m}_3 V_3 + p_3 A_3$$

c- Conservation de l'énergie

$$(\dot{m}_1 Cp T_{i1}) + (\dot{m}_2 Cp T_{i2}) + \dot{m}_2 \Delta Q = \dot{m}_3 Cp T_{i3}$$

Débit d'hydrogène négligé

$$\boxed{\frac{T_{i3}}{T_{i1}} = 1 + \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_3} \frac{\Delta Q}{Cp T_{i1}}} \quad T_{i3}=2762 \text{ K}$$

$$\text{En posant : } J = \dot{m}_1 V_1 + p_1 A_1 = 196 \text{ W}$$

$$\dot{m} V_3^2 \underbrace{\left(1 - \frac{r}{2Cp}\right)}_{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} - J V_3 + \dot{m} r T_{i3} = 0$$

$$V_3^+ = 1153 \text{ m/s}$$

$$V_3^- = 771 \text{ m/s}$$

on retient la première valeur qui correspond à un écoulement supersonique.

$$T_3=1997 \text{ K} \quad P_3=0,38 \text{ bars} \quad M_3=1,28 \quad p_{i3}=1,035 \text{ bars}$$

Régime de blocage thermique

Le régime de blocage s'obtient pour la température T_{i3} tel que le discriminant de l'équation du second degré soit nul.

$$T_{i3} = T_{iblocage} = \frac{1}{r} \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{J^2}{\dot{m}^2} \approx 2300 \text{ K}$$

$$V_{blocage} = \frac{1}{r} \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{J^2}{\dot{m}^2} \approx 962 \text{ m/s}$$

Débit de blocage :

$$\frac{\dot{m}_{2blocage}}{\dot{m}_3} = \frac{\frac{T_{iblocage}}{T_{i1}} - 1}{\frac{\Delta Q}{CpT_{i1}}} \text{ soit : } \dot{m}_{2blocage} = 0,61 \text{ g/s}$$

Pour augmenter le débit d'hydrogène, il faudrait augmenter la vitesse en entrée de veine ou la section du canal.