

Corrigé du TD 3

Etude d'un statoréacteur

1- Application du théorème conservation de la quantité de mouvement

$$\int_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \sum \vec{F}_{ext}, \text{ en utilisant toujours la convention de la normale sortante.}$$

Soit en projection sur un axe longitudinal : $-\rho_1 V_1^2 A + \rho_2 V_2^2 A = p_1 A - p_2 A$

$$\text{En définitif : } \boxed{p_1 + \rho_1 V_1^2 = p_2 + \rho_2 V_2^2}$$

$$\text{On introduit le nombre de Mach : } M_1 = \frac{V_1}{\sqrt{\gamma r T_1}} \text{ et } M_2 = \frac{V_2}{\sqrt{\gamma r T_2}}$$

$$\text{puis l'équation des gaz parfaits : } \rho_1 = \frac{P_1}{r T_1} \text{ et } \rho_2 = \frac{P_2}{r T_2}$$

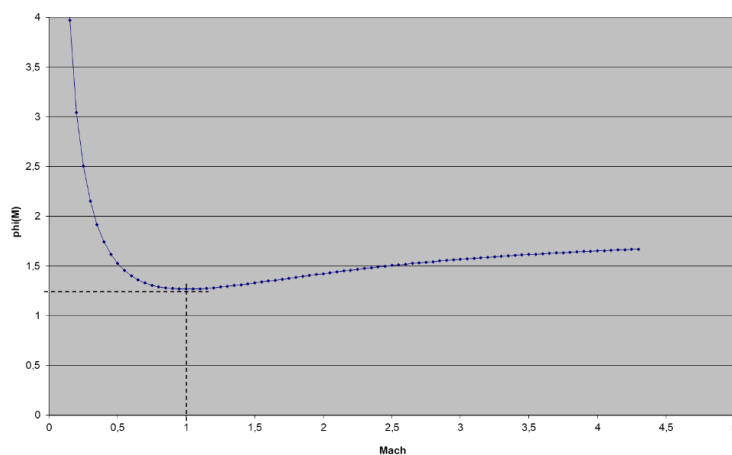
$$\boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_1^2} = \frac{g(M_2)}{g(M_1)}}$$

$$2- \text{ La conservation du débit massique s'exprime par : } \frac{P_i A_{c_i}}{\sqrt{T_i}} = cte = \frac{P_{i1} A_{c1}}{\sqrt{T_{i1}}} = \frac{P_{i2} A_{c2}}{\sqrt{T_{i2}}}$$

En introduisant dans l'équation de la conservation du débit massique les rapports $\bar{\omega}(M)$, $\Sigma(M)$, $g(M)$ et considérant $A_{c1} = A_{c2}$ (tube de courant isentropique)

$$\boxed{\left(\frac{T_{i2}}{T_{i1}} \right)^{1/2} = \frac{\Phi(M_2)}{\Phi(M_1)}}$$

3- Allure de $\Phi(M)$



4- Il suffit d'écrire un bilan d'énergie totale :

$$Cp(T_{i2} - T_{i1}) = Q \text{ soit : } Q = CpT_{i1} \left(\frac{T_{i2}}{T_{i1}} - 1 \right) = CpT_{i1} \left[\left(\frac{\Phi(M_1)}{\Phi(M_2)} \right)^2 - 1 \right]$$

D'après le graphe, Q est maximum pour $\Phi(M_2)$ minimum soit $M_2 = 1$, soit $\Phi(1) = 1,268$.

$$Q_{\max} = CpT_{i1} \left[\left(\frac{\Phi(M_1)}{1,268} \right)^2 - 1 \right]$$

5- $T_{i0} = 644$ K et $P_{i0} = 7,35$ bars en utilisant les tables isentropiques

6- $M_0 = 3$ et $\delta = 15^\circ \rightarrow \sigma = 32^\circ$ (d'après la polaire de choc) $\rightarrow M_1 \approx 2,29$

Les relations de choc (tables) donnent : $P_1 = 0,564$ bars, $P_{i1} = 6,57$ bars, $T_1 = 317$ K

7- $M_2 = 1,2$

En utilisant deux fois la loi des aires $\Sigma(M_1)$ et $\Sigma(M_2)$ et en écrivant que la section au col est la même entre les section 1 et 2 (tube de courant isentropique) $\rightarrow A_2/A_1 = 0,492$

Le calcul du choc droit entre 2 et 3 conduit à : $M_3 = 0,842$

Les relations de choc (tables) conduisent à : $P_{i3} = 6,51$ bars et les relations isentropique à $P_3 = 4,1$ bars.

Quant à elle, la température génératrice se conserve : $T_{i3} = T_{i0} = 644$ K. Le relation (isentropique) du rapport des températures donne (tables) : $T_3 = 564$ K.

8- En utilisant deux fois la loi des aires $\Sigma(M_3)$ et $\Sigma(M_4) \rightarrow M_2 = 0,1$

En utilisant la relation isentropique du rapport des pressions et sachant que $P_{i4} = P_{i3}$: $P_4 = 6,46$ bars

9- Limite de blocage thermique : en utilisant $\Phi(0,1) = 5,862$, et la relation trouvée

$$\text{précédemment : } Q_{\max} = CpT_{i4} \left[\left(\frac{\Phi(M_4)}{1,268} \right)^2 - 1 \right] \rightarrow Q_{\max} = 13119 \text{ kJ/kg}$$

$$10- Q_{\text{réelle}} = CpT_{i4} \left[\left(\frac{\Phi(M_4)}{\Phi(M_5)} \right)^2 - 1 \right] = CpT_{i4} \left[\left(\frac{5,862}{3,18} \right)^2 - 1 \right] = 1544 \text{ J/kg} < Q_{\max}$$

Le bilan énergétique global fourni : $Cp(T_{i5} - T_{i4}) = Q_{\text{réelle}} \rightarrow T_{i5} = 2180$ K

Le rapport isentropique des températures donne : $T_5 = 2164$ K

Le calcul de la pression génératrice P_{i5} se fait en appliquant la conservation du débit massique :

$$\frac{P_{i4} A_{c4}}{\sqrt{T_{i4}}} = \frac{P_{i5} A_{c5}}{\sqrt{T_{i5}}} \rightarrow \sqrt{\frac{T_{i5}}{T_{i4}}} \frac{\Sigma(M_5)}{\Sigma(M_4)} \rightarrow P_{i5} = 6,63 \text{ bars}$$

11- En utilisant deux fois la loi des aires $\Sigma(M_5)$ et $\Sigma(M_6) \rightarrow A_6/A_5=0,32$, ce qui est bien convergent.

$$M_7=2$$

En utilisant deux fois la loi des aires $\Sigma(M_6)$ et $\Sigma(M_7) \rightarrow A_7/A_6=1,69$.

En utilisant le rapport isentropique des températures $\rightarrow T_7=1199$ K

Sachant que $P_{i7}=P_{i5}$, en utilisant le rapport isentropique des pressions : $T_7=0,842$ bars

La vitesse V_7 s'obtient à partir du nombre de Mach M_7 : $V_7 = M_7 \sqrt{\gamma r T_7} = 1388$ m/s .

La masse volumique s'obtient à l'aide de l'équation des gaz parfaits : $\rho_7 = \frac{P_7}{r T_7} = 0,225$ kg/s

12- Le calcul de la poussée F s'effectue par :

$$F = \rho_7 A_7 V_7^2 - \rho_0 A_0 V_0^2 + (P_7 - P_0) A_0 \text{ avec } A_7 = A_0$$

Sachant que $V_0 = M_0 \sqrt{\gamma r T_0} = 911$ m/s

$$\rho_0 = \frac{P_0}{r T_0} = 0,302 \text{ kg/s}$$

$$\rightarrow \mathbf{F=123 \text{ kN}}$$