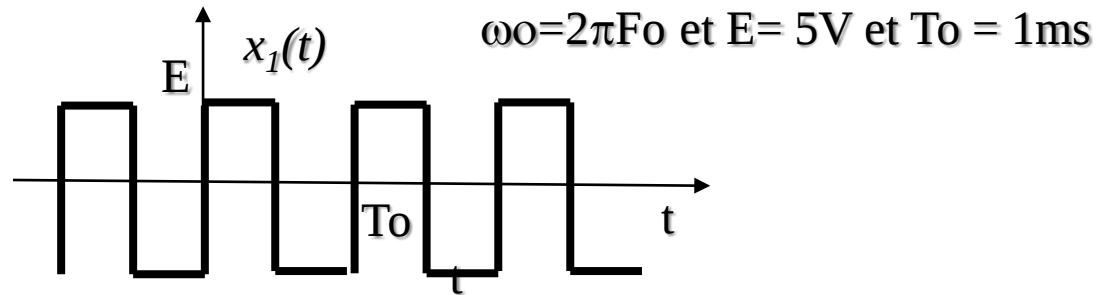
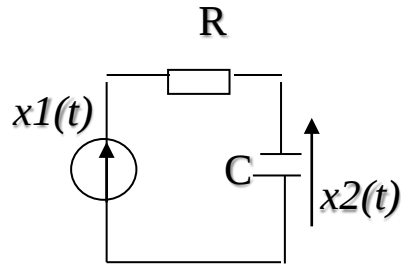


Les systèmes linéaires et invariants dans le temps et décomposition en série

Exercice



- 1) Calculer la fonction de transfert $H(j\omega) = X_2 / X_1$ $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$
- 2) Comment exprimer $x_2(t)$ en fonction de R , C , ω et de $x_1(t)$

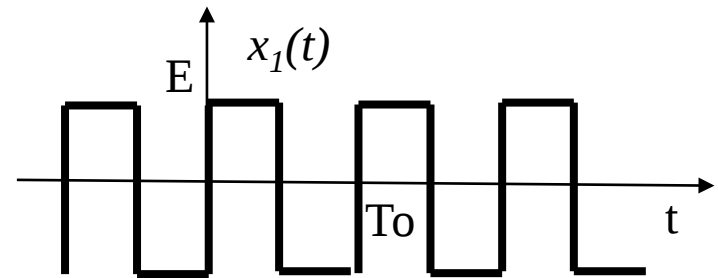
Avec cette réponse fréquentielle (SLI), on ne peut qu'introduire en entrée que des fonctions propres, donc il est nécessaire de décomposer l'entrée en une somme d'exponentielles.

Comment ? $\rightarrow$ Décomposition en série de Fourier

Représentation spectrale des série de Fourier des signaux périodiques Exemple

$x_1(t) \Rightarrow$ Signal carré de période T_0 de fréquence F_0 d'amplitude E de moyenne nulle

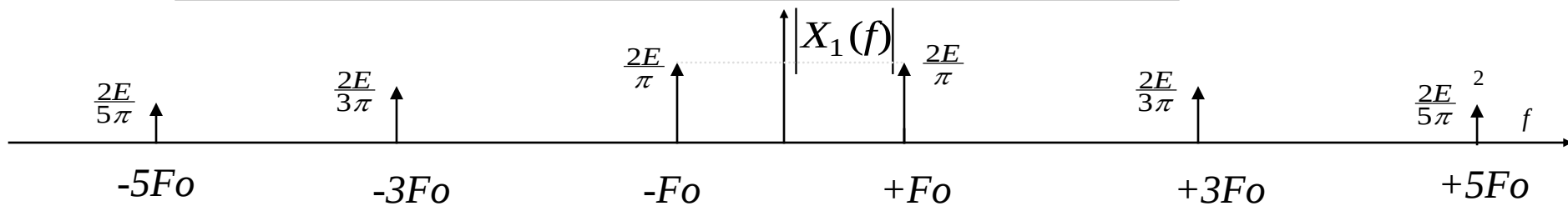
$$x_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n \cdot e^{2j\pi n F_0 t}$$



$$x_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{2E(-j)}{\pi(2n+1)} \cdot e^{2j\pi(2n+1)F_0 t}$$

Au sens de la théorie des distributions

$$X_1(f) = (-j) \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{2E}{\pi(2n+1)} \cdot \delta(f - (2n+1)F_0)$$



Les systèmes linéaires et invariants dans le temps et décomposition en série : Exemple

Le système :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad H(jF_0(2n+1)) = \frac{1}{1 + j(2\pi(2n+1)F_0)RC}$$

Module et phase de $H(j2\pi F_0(2n+1)) = H_n(F_0(2n+1)) \cdot e^{j\varphi_n(F_0(2n+1))}$

$$\begin{cases} H_n((2n+1)F_0) = |H(j2\pi F_0(2n+1))| = \frac{1}{\sqrt{1 + [(2\pi(2n+1)F_0)RC]^2}} \\ \varphi_n((2n+1)F_0) = -\arctan[(2n+1)2\pi F_0 RC] \end{cases}$$

Les systèmes linéaires et invariants dans le temps et décomposition en série : Exemple

Entrée $\rightarrow x_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{2E(-j)}{\pi(2n+1)} \cdot e^{2j\pi(2n+1)F_0 t}$

Système $\rightarrow \begin{cases} H_n(F_0) = |H(j2\pi F_0(2n+1))| = \frac{1}{\sqrt{1 + [(2\pi(2n+1)F_0)RC]^2}} \\ \varphi_n(F_0) = -\arctan[(2n+1)2\pi F_0 RC] \end{cases}$

Sortie $\rightarrow \begin{cases} x_2(t) = (-j) \frac{2E}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{e^{j\varphi_n}}{\sqrt{1 + (2n+1)^2 (2\pi F_0)^2 R^2 C^2}} \cdot e^{2j\pi(2n+1)F_0 t} \\ \varphi_n = -\arctan[(2n+1)\omega RC] \end{cases}$

$$X_2(f) = (-j) \frac{2E}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{e^{j\varphi_n}}{\sqrt{1 + (2n+1)^2 (2\pi F_0)^2 R^2 C^2}} \delta(f - (2n+1)F_0)$$

Les systèmes linéaires et invariants dans le temps et décomposition en série : Exemple

Entrée →
$$X_1(f) = (-j) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{2E}{\pi(2n+1)} \cdot \delta(f - (2n+1)F_0)$$

Sortie →
$$X_2(f) = (-j) \frac{2E}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{e^{j\varphi_n}}{\sqrt{1 + (2n+1)^2 \omega_0^2 R^2 C^2}} \delta(f - (2n+1)F_0)$$

