

Echangeurs de chaleurs et récupération de la chaleur fatale

Nicolas Rimbart

Professeur, ENSEM Ecole de l'énergie, Université de Lorraine

Bureau 016 Rouge

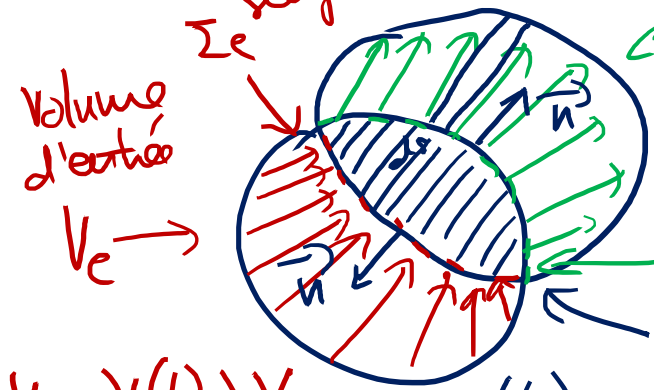
LEMTA Laboratoire des Energies et de la Mécanique Théorique
et Appliquée

Cours n° 4 bis

Equation de la mécanique des fluides pour les écoulements multiphasiques avec changement de phase

I Théorèmes de Reynolds

I. 1 Transport d'un scalaire



$V_s = V(t+dt) \setminus V_c$
 $V(t+dt) = V_c \cup V_s$

$V_e = V(t) \setminus V_c$
 $V(t) = V_c \cup V_e$
totale

$V(t+dt)$
 $V_c = V(t+dt) \cap V(t)$
volume de contrôle de frontière (Adhér-
ence / surface)

$\vec{n}$: normale extérieure au volume de contrôle.

$$A(t) = \iiint_{V(t)} a(\vec{x}, t) dv$$

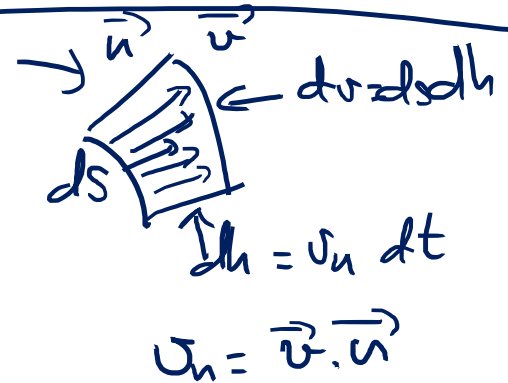
volumique

$$dA(t) = A(t+dt) - A(t) = \iiint_{V(t+dt)=V_c \cup V_s} a(\vec{x}, t+dt) dV$$

$$dA(t) = \iiint_{V_c} \underbrace{a(\vec{x}, t+dt) - a(\vec{x}, t)}_{\frac{\partial a}{\partial t} dt} dV$$

$$+ \iiint_{V_s} a(\vec{x}, t+dt) dV - \iiint_{V_e} a(\vec{x}, t) dV$$

$$dS(\vec{v} \cdot \vec{n}) dt \quad - dS(\vec{v} \cdot \vec{n}) dt$$



$$dA(t) = \iiint_{V_c} \frac{\partial a}{\partial t} dt dV + \iint_{\Sigma} a(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS dt$$

$$\frac{dA}{dt} = \iiint_{V(t)=V_c \text{ (volume t-coincident)}} \frac{\partial a}{\partial t} dV + \iint_{\Sigma} a(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS$$

$\otimes v_c = v(t)$

$$\frac{1}{V} \frac{dA}{dt} = \frac{1}{V} \iiint_{V(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dv + \frac{1}{V} \oint_{\partial V(t)} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} ds$$

Forme Intégrale

$V \rightarrow 0$ $V \rightarrow 0$ $V \rightarrow 0$

$$\underbrace{s_{o,tot}}_{\text{Termes sources méso-copiques.}} = \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{accumulation locale dans le volume}} + \underbrace{\text{div}(\rho \vec{v})}_{\text{différence infinitésimale de flux entrée - sortie (via la surface)}}$$

1^{ère} année: $\text{div}(\vec{B}) = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_V \vec{B} \cdot \vec{n} ds$

Forme locale

N.B. on peut faire la même décomposition pour le terme source

$$s_{o,tot} = \underbrace{s_a}_{\text{volumique}} + \text{div}(\underbrace{\vec{q}_a}_{\text{vecteur densité de flux}})$$

surface

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = S_v + \text{div}(\vec{q}_a) \leftarrow \begin{array}{l} \text{source} \\ \text{surf} \end{array}$$

↑
accumulation
locale

↑
Flux
entrée/sortie

↑
source volumique

I. 2 Cas de la masse totale $\vec{q}_s = \vec{0}$ (conservation)

$S_g = 0$

$\pi = \iiint_V \rho \, dv$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \text{div} \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \rho \right) = 0$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \text{div}(\vec{v}) = 0$$

$$\text{div}(\vec{v}) = -\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} : \text{variation relative de volume massique}$$

$$\text{div}(\rho \vec{v}) = \rho \text{div}(\vec{v}) + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho$$

$(\rho v_i)_{,i} = \rho_{,i} v_i + \rho v_{i,i}$

I.3 Théorèmes de Reynolds

$$A = \iiint \rho \alpha \, dv$$

α : spécifique / massique
 $a = \rho \alpha$: volumique

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \alpha) + \operatorname{div}(\rho \alpha \vec{v}) = S_a + \operatorname{div}(\vec{q}_a)$$

$$\alpha \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \alpha \operatorname{div}(\rho \vec{v}) \right) + (\rho \vec{v} \cdot \vec{v}) \alpha = S_a + \operatorname{div}(\vec{q}_a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{v}) \alpha \right) = S_a + \operatorname{div}(\vec{q}_a)$$

$$\boxed{\rho \frac{D\alpha}{Dt} = S_a + \operatorname{div} \vec{q}_a}$$

Force locale

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} \rho \alpha \, dv = \iiint_{V(t)} \rho \frac{D\alpha}{Dt} \, dv \quad \text{Force intégrale}$$

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} \rho \alpha \, dv = \iiint_{V(t)} \rho \frac{D\alpha}{Dt} \, dv = \iiint_{V(t)} \frac{\partial \rho \alpha}{\partial t} \, dv + \oint \rho \alpha \vec{v} \cdot \vec{n} \, ds$$

$$= \iiint_{V(t)} \rho \alpha \, dv + \oint \rho \alpha \vec{v} \cdot \vec{n} \, ds$$

Formes intégrales.

I.4 Cas vectoriels

