

Echangeurs de chaleurs et récupération de la chaleur fatale

Nicolas Rimbert

Professeur, ENSEM Ecole de l'énergie, Université de Lorraine

Bureau 016 Rouge

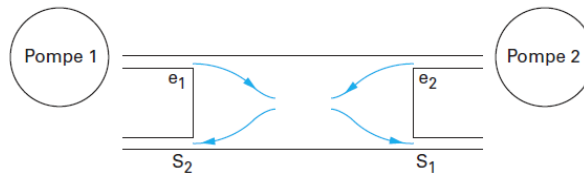
LEMTA Laboratoire des Energies et de la Mécanique Théorique
et Appliquée

Cours n°2

Introduction au dimensionnement, Méthodes NUT et DTLM

Définition générale

- Echangeur de chaleur
 - système qui permet de transférer un flux de chaleur d'un fluide chaud à un fluide froid
- Représentation quadripolaire



trajet indéterminé à l'intérieur du quadripôle

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

3

Différents types d'échangeurs

- **Récupérateurs**
 - Transfert instantané de chaleur
 - Néglige l'inertie thermique des parois
- **Régénérateurs**
 - Stockage de l'énergie thermique
 - Chaleur sensible
 - Chaleur latente
- **Echangeurs à contact direct**
 - Absence de paroi d'échange
- **Echangeurs réacteurs (non abordés)**
 - Présence d'une réaction chimique

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

4

Paramètres (pour chaque fluide)

- Etat des fluides: liquide, gazeux... (voire solide!...)
- Le débit massique $\dot{m}$
- La température T , variable dans l'échangeur
- La pression P qui varie peu
- La capacité thermique massique c_p
- La masse volumique ρ
- La conductivité thermique λ
- La viscosité dynamique μ

Hypothèses de modélisation

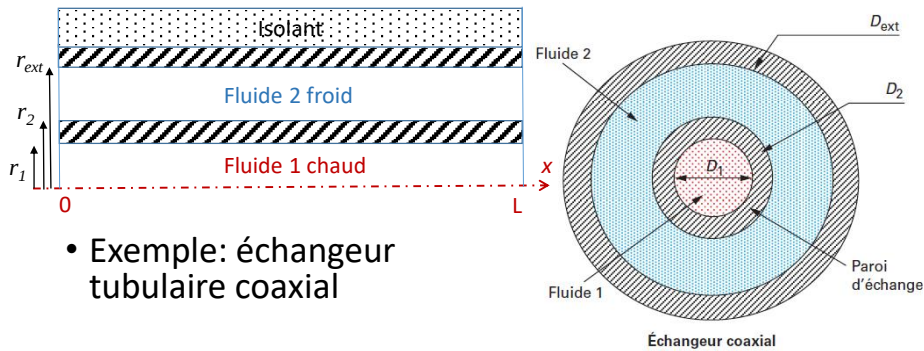
- Régime stationnaire
 - Ou non (stockage/régénération)...
- Paroi étanche
 - Mais perméable au transfert thermiques
 - Son inertie thermique est faible ou négligeable
 - Ou non (échangeur à contact direct)
- Adiabatisation de l'échangeur
 - Pas de perte vers l'extérieur
- Dans le cas d'un récupérateur, on a donc
 - L'enthalpie perdue par le fluide chaud est instantanément gagnée par le fluide froid

Cas des récupérateurs

$$\dot{m}_1 = A_1 \rho_1 V_1$$

$$\dot{m}_2 = A_2 \rho_2 V_2$$

$$H_{1,e} - H_{1,s} = \pm (H_{2,e} - H_{2,s})$$

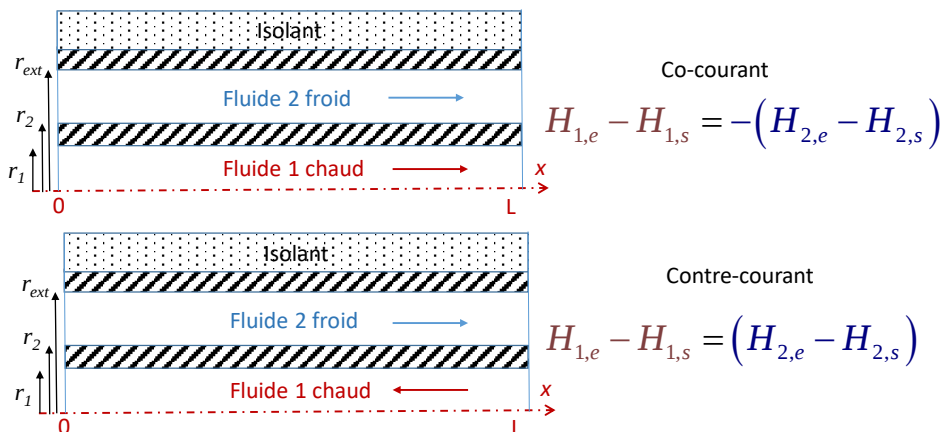


N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

7

Co-courant et contre-courant



N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

8

Cas monophasique

$$H_{1,e} - H_{1,s} = \pm (H_{2,e} - H_{2,s})$$

- c_p constante

$$\dot{m}_1 c_{p1} (T_{1,e} - T_{1,s}) = \pm \dot{m}_2 c_{p2} (T_{2,e} - T_{2,s})$$

- Débit de capacité thermique

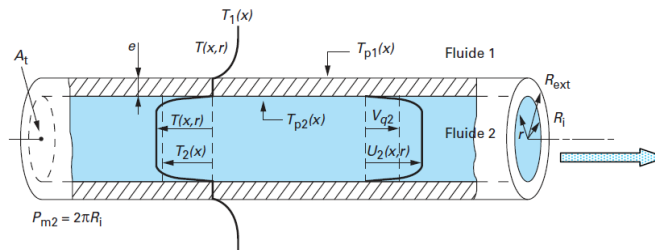
$$\dot{C}_1 (T_{1,e} - T_{1,s}) = \pm \dot{C}_2 (T_{2,e} - T_{2,s})$$

Évaporateur et condenseur

- Si un fluide se vaporise, on parle
 - Évaporateur
- Si un fluide se condense, on parle
 - Condenseur
- Dans ce cas, on doit rajouter
 - Le titre de vapeur $x_{1,e}$; $x_{1,s}$; $x_{2,e}$; $x_{2,s}$
- On parle également de
 - Surchauffeur, resurchauffeur
 - Vapeur surchauffée
 - Échangeur à caloducs

Température et vitesse moyenne

- Autre hypothèse
 - Température et vitesse moyenne sur une section droite
 - $T(x)$, $V(x)$



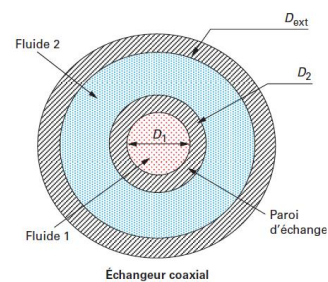
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

11

Définitions

- Périmètre mouillé P_m
 - En contact du fluide
- Périmètre thermique P_t
 - Zone dans laquelle se fait l'échange de chaleur
- Surface d'échange A_l
 - Moyenne ou
 - Extérieure (convention)
- Exemple
 - échangeur à tube



$$P_{m1} = \pi D_1$$

$$P_{t1} = \pi D_1$$

$$P_{m2} = \pi (D_2 + D_{ext})$$

$$P_{t2} = \pi D_2$$

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

12

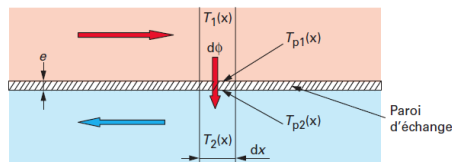
Coefficients d'échanges

- Flux élémentaire perdu par le **fluide 1**
 - h_1 est le coefficient d'échange entre le fluide 1 et la paroi

$$|d\phi| = h_1 |T_1(x) - T_{p1}(x)| P_{t1} dx$$

- Flux élémentaire gagné par le **fluide 2**
 - h_2 est le coefficient d'échange entre le fluide 2 et la paroi

$$|d\phi| = h_2 |T_2(x) - T_{p2}(x)| P_{t2} dx$$



N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

13

Diffusion dans la paroi

- Cas d'une paroi fine ($e/D < 1$)

$$|d\phi| \approx \frac{\lambda_p}{e} (T_{p1}(x) - T_{p2}(x)) P_t dx$$

- Au final $\frac{1}{h_1 P_{t1}} \frac{|d\phi|}{dx} = (T_1(x) - T_{p1}(x))$

$$\frac{e}{\lambda_p P_t} \frac{|d\phi|}{dx} \approx (T_{p1}(x) - T_{p2}(x))$$

$$\frac{1}{h_2 P_{t2}} \frac{|d\phi|}{dx} = (T_{p2}(x) - T_2(x))$$

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

14

Coefficient d'échange global

- Si $P_{t1} = P_{t2} = P_t$

$$\Delta T(x) = T_1(x) - T_2(x) = \frac{|d\phi|}{dx} \frac{1}{P_t} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{e}{\lambda_p} \right)$$

- On définit
 - R_{th} : résistance thermique surfacique
 - K : coefficient d'échange global

$$R_{th} = \frac{1}{K} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{e}{\lambda_p}$$

Ordres de grandeurs

Coefficients h de différents fluides (W/m²/K)	
Gaz en convection forcée	20 < h < 300
Gaz en convection naturelle	5 < h < 30
Eau en convection forcée	300 < h < 12 000
Eau en convection naturelle	100 < h < 2000
Condensation (sans incondensable)	4000 < h < 110 000
Ebullition (différents régimes)	3000 < h < 50 000
Métaux liquides	6000 < h < 120 000
Conductance λ/e de parois types (W/m²/K)	
Paroi d'acier de 2 mm	= 20 000
Paroi d'acier inox de 2mm	= 10 000
Paroi de PVC de 2 mm	env. 250
Tartre calcaire (2mm de dépôt)	env. 500

Résistance d'encrassement

Fluide	$R_{en} (m^2KW^{-1})$
Eau de mer (<50°C)	10^{-4}
Eau de mer (>50°C)	2.10^{-4}
Eau de rivière filtrée	4 à 6.10^{-4}
Eau de rivière non filtrée	10 à 20.10^{-4}
Eau traitée pour chaudière	2.10^{-4}
Eau déminéralisée	9.10^{-5}
Vapeur d'eau	1 à 2.10^{-4}
Fluides frigorigènes	2.10^{-4}
Air industriel	4.10^{-4}
Fioul	9.10^{-4}
Huile lubrifiante, essence, kérosène	2.10^{-4}

$$R_{th} = \frac{1}{K} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{e}{\lambda_p} + R_{en}$$

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

17

Remarque

- En général, on peut négliger la conductivité thermique de la paroi
- Si la paroi du tube est épaisse

$$R_{th} = \frac{1}{H}$$

$$\frac{1}{2\pi r_1 H_1} = \frac{1}{2\pi r_2 H_2} = \frac{1}{2\pi r_1 h_1} + \frac{1}{2\pi r_2 h_2} + \frac{1}{2\pi \lambda_p} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

- Suivant que l'on privilégie le rayon interne ou externe
 - En général on privilégie S_2 (externe)

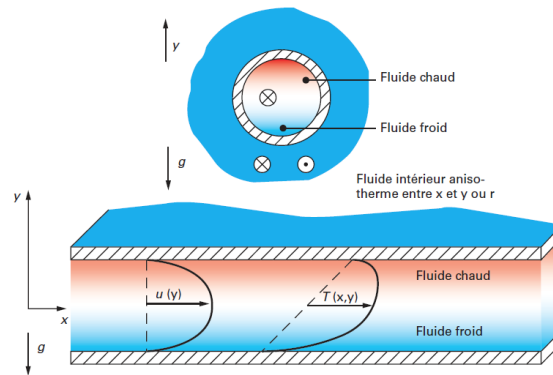
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

18

Contre-exemple

- Convection naturelle



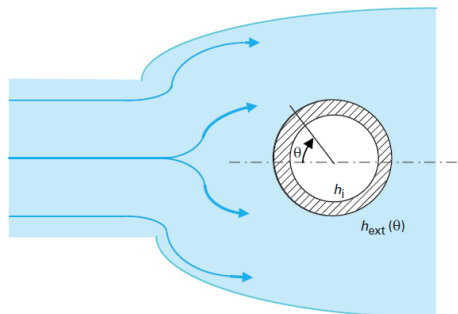
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

19

Contre-exemple

- Echangeur tubulaire à courant croisé
 - h dépend de θ



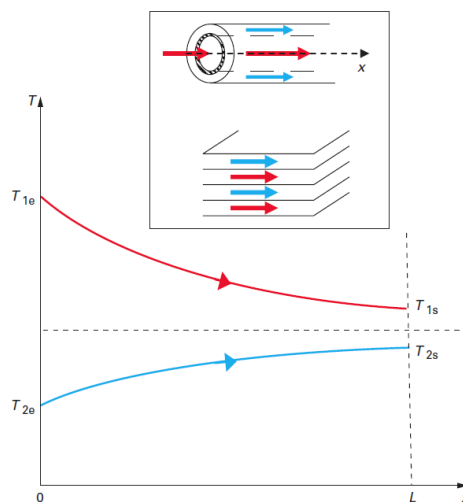
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

20

Echangeur co-courant

- A tube ou à plaque
- Distribution de température



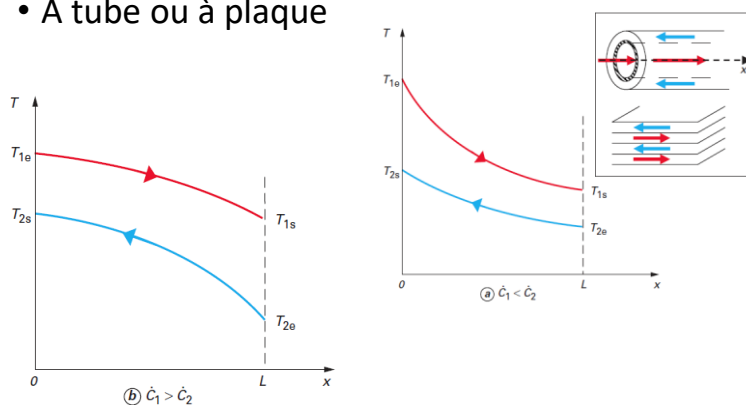
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

21

Echangeurs à contre-courant

- A tube ou à plaque

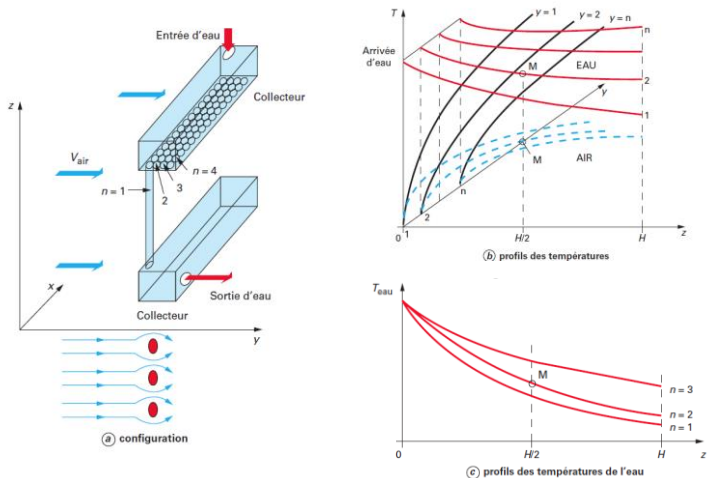


N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

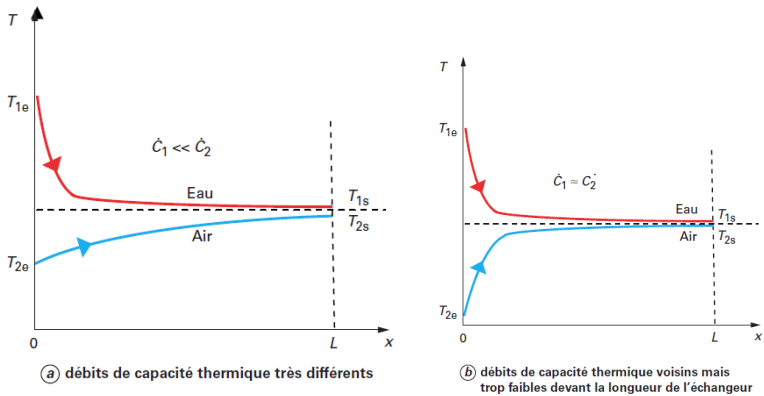
22

Echangeurs à courants croisés



N. Rimbert Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale 23

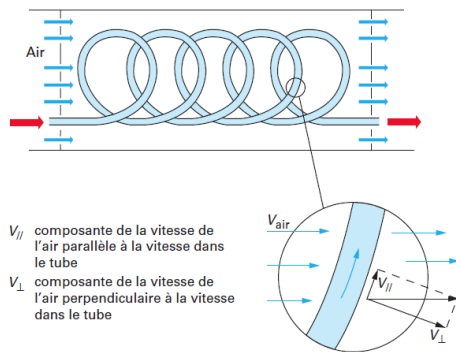
Débits de capacité thermique non adaptés



N. Rimbert Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale 24

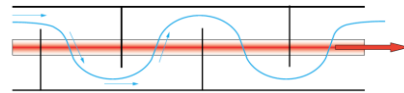
Configurations plus complexes

- Spirale



- Chicane

- Dans une virole ou calandre



N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

25

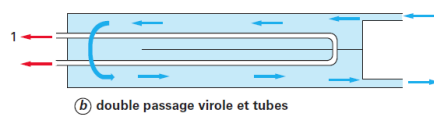
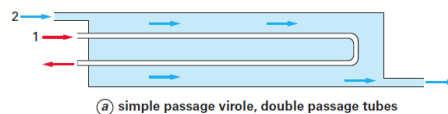
Faisceaux de tubes et de plaques

- Virole

- i.e. « Cylindre »
- Sert de calandre

- Ce qui change

- À la fois
- Co-courant
- Contre-courant



N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

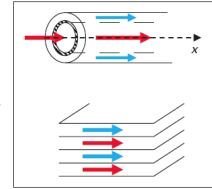
26

Dimensionnement des échangeurs de chaleur

- Problème simple et/ou complexe

- Simple

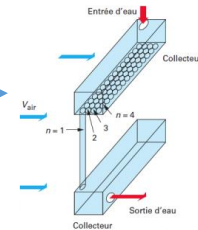
- Échangeur tubulaire ou à plaque
 - Régime permanent
 - Coefficient d'échange constant



- Complexe

- Echangeur réel
 - Géométrie
 - Distribution (cas multi-tube)
 - Changement de phase
 - Instationnaire

- Solution: analogie (méthode NUT)



N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

27

Coefficient d'échange global constant le long de l'échangeur

- Hypothèses sous jacentes

- Echange radiatif faible
 - Section de passage de chaque fluide constante en x
 - Pb: Effet de bord
 - Pb: Tartre

- Cas problématiques

- Propriété physique variable le long de l'échangeur
 - Gaz $\mu_G(T) \propto \sqrt{T}$
 - Liquide $\mu_L(T) \propto \exp\left(\frac{Cte}{T}\right)$
 - Relaminarisation de l'écoulement
 - Changement de phase (surchauffe)

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

28

Propriétés de l'air à 1 atm

T	ρ	c_p	λ	μ	α	Pr
°C	kg/m ³	J.kg ⁻¹ K ⁻¹	W.m ⁻¹ K ⁻¹	10 ⁻⁵ Pa.s ⁻¹	10 ⁻⁷ m ² .s ⁻¹	
0	1,292	1006	0,0242	1,72	1,86	0,72
20	1,204	1006	0,0257	1,81	2,12	0,71
40	1,127	1007	0,0272	1,90	2,40	0,70
60	1,059	1008	0,0287	1,99	2,69	0,70
80	0,999	1010	0,0302	2,09	3,00	0,70
100	0,946	1012	0,0318	2,18	3,32	0,69
120	0,898	1014	0,0333	2,27	3,66	0,69
140	0,854	1016	0,0345	2,34	3,98	0,69
160	0,815	1019	0,0359	2,42	4,32	0,69
180	0,779	1022	0,0372	2,50	4,67	0,69
200	0,746	1025	0,0386	2,57	5,05	0,68
220	0,700	1028	0,0399	2,64	5,43	0,68
240	0,688	1032	0,0412	2,72	5,80	0,68
260	0,662	1036	0,0425	2,79	6,20	0,68
280	0,638	1040	0,0437	2,86	6,59	0,68
300	0,616	1045	0,0450	2,93	6,99	0,68

Propriétés de l'eau à saturation

T	ρ	c_p	λ	μ	α	Pr
°C	kg/m ³	J.kg ⁻¹ K ⁻¹	W.m ⁻¹ K ⁻¹	10 ⁻⁴ Pa.s ⁻¹	10 ⁻⁷ m ² .s ⁻¹	
0	1002	4218	0,552	17,90	1,31	13,06
20	1001	4182	0,597	10,10	1,43	7,02
40	995	4178	0,628	6,55	1,51	4,34
60	985	4184	0,651	4,71	1,55	3,02
80	974	4196	0,668	3,55	1,64	2,22
100	960	4216	0,680	2,82	1,68	1,74
120	945	4250	0,685	2,33	1,71	1,45
140	928	4283	0,684	1,99	1,72	1,24
160	910	4342	0,680	1,73	1,73	1,10
180	889	4417	0,675	1,54	1,72	1,00
200	867	4505	0,665	1,39	1,71	0,94
220	842	4610	0,652	1,26	1,68	0,89
240	816	4756	0,635	1,17	1,64	0,88
260	786	4949	0,611	1,08	1,58	0,87
280	753	5208	0,580	1,02	1,48	0,91
300	714	5728	0,540	0,96	1,32	1,02

Définitions

- Débit de capacité thermique

$$\dot{C}_1 = \dot{m}_1 c_{p1} = \rho_1 V_1 c_{p1}$$

$$\dot{C}_2 = \dot{m}_2 c_{p2} = \rho_2 V_2 c_{p2}$$

$$R_1 = \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}$$

$$R_2 = \frac{\dot{C}_2}{\dot{C}_1} = \frac{1}{R_1}$$

- Températures

$$\Delta T_1 = T_{1e} - T_{1s}$$

$$\Delta T_2 = T_{2s} - T_{2e}$$

De cette façon (si c_p constant)

$$\phi = \dot{C}_1 \Delta T_1 = \dot{C}_2 \Delta T_2 > 0$$

Différence des températures de mélange moyenne logarithmique

- Avec l'hypothèse de K constant

$$\phi = \int_0^L K(x) P_t(x) \Delta T(x) dx = KP_t \int_0^L \Delta T(x) dx$$

- On introduit

- Une **différence de température moyenne $\overline{\Delta T}$** telle que

$$\phi = KP_t L \overline{\Delta T} = KA_t \overline{\Delta T}$$

- On va chercher à déterminer son expression

Echangeur co-courant (1)

- On exprime le flux via

$$\begin{aligned} d\phi &= -\dot{C}_1 dT_1 \\ d\phi &= \dot{C}_2 dT_2 \end{aligned} \quad dT_1 - dT_2 = d\Delta T(x) = -d\phi \left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2} \right)$$

- Et $d\phi = KP_i \Delta T(x) dx$

- En identifiant $\frac{d\Delta T(x)}{\Delta T(x)} = - \left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2} \right) KP_i dx$

- En intégrant de 0 à L $\ln \left(\frac{\Delta T(0)}{\Delta T(L)} \right) = \left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2} \right) KA$

Echangeur co-courant (2)

- Par ailleurs $\phi = \dot{C}_1 \Delta T_1 = \dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s})$

$$\phi = \dot{C}_2 \Delta T_2 = \dot{C}_2 (T_{2s} - T_{2e})$$

- Ce qui se traduit par $\Delta T(0) - \Delta T(L) = (T_{1e} - T_{2e}) - (T_{1s} - T_{2s})$

$$\Delta T(0) - \Delta T(L) = \phi \left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2} \right)$$

- On identifie $\frac{\phi}{KA} = \frac{\Delta T(0) - \Delta T(L)}{\left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2} \right) \ln \left(\frac{\Delta T(0)}{\Delta T(L)} \right)} = \frac{\Delta T(0) - \Delta T(L)}{\ln \left(\frac{\Delta T(0)}{\Delta T(L)} \right)} = \Delta T_{ML} = DTML$

- Différence de température moyenne logarithmique
 - MLDT: Mean Logarithm of Temperature Difference

Echangeur co-courant (3)

- Evolution des températures

- En intégrant de 0 à x

$$\ln\left(\frac{\Delta T(0)}{\Delta T(x)}\right) = \left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2}\right) KP_t x$$

- soit

$$\Delta T(x) = \Delta T(0) \exp\left(-KP_t \left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2}\right) x\right)$$

$$T_1(x) - T_{1e} = -\frac{T_{1e} - T_{2e}}{1 + R_1} \left(1 - \exp\left(-KP_t \left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2}\right) x\right)\right)$$

$$T_2(x) - T_{2e} = -\frac{T_{1e} - T_{2e}}{1 + R_2} \left(1 - \exp\left(-KP_t \left(\frac{1}{\dot{C}_1} + \frac{1}{\dot{C}_2}\right) x\right)\right)$$

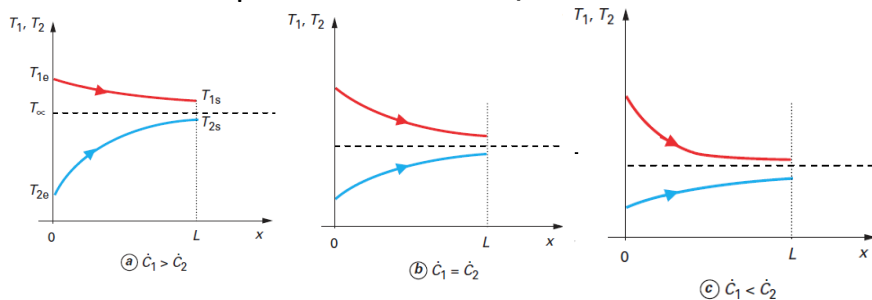
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

35

Echangeur co-courant (4)

- Evolution qualitative des températures



$$\dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s}) = \dot{C}_2 (T_{2s} - T_{2e})$$

$$\text{Si } T_{1s} = T_{2s} = T_{\infty} \text{ alors } T_{\infty} = \frac{\dot{C}_1 T_{1e} + \dot{C}_2 T_{2e}}{\dot{C}_1 + \dot{C}_2}$$

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

36

Echangeur contre-courant (1)

- On exprime le flux via

$$\begin{aligned} d\phi &= -\dot{C}_1 dT_1 \\ d\phi &= -\dot{C}_2 dT_2 \end{aligned} \quad dT_1 - dT_2 = d\Delta T(x) = -d\phi \left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2} \right)$$

- Et $d\phi = KP_i \Delta T(x) dx$

- En identifiant $\frac{d\Delta T(x)}{\Delta T(x)} = - \left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2} \right) KP_i dx$

- En intégrant de 0 à L $\ln \left(\frac{\Delta T(0)}{\Delta T(L)} \right) = \left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2} \right) KA$

Echangeur contre-courant (2)

- Par ailleurs $\phi = \dot{C}_1 \Delta T_1 = \dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s})$
 $\phi = \dot{C}_2 \Delta T_2 = \dot{C}_2 (T_{2s} - T_{2e})$

- Ce qui se traduit par $\Delta T(0) - \Delta T(L) = (T_{1e} - T_{2s}) - (T_{1s} - T_{2e})$
 $\Delta T(0) - \Delta T(L) = \phi \left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2} \right)$

- On identifie

$$\overline{\Delta T} = \frac{\phi}{KA} = \frac{\Delta T(0) - \Delta T(L)}{\left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2} \right) \ln \left(\frac{\Delta T(0)}{\Delta T(L)} \right)} = \frac{\Delta T(0) - \Delta T(L)}{\ln \left(\frac{\Delta T(0)}{\Delta T(L)} \right)} = \Delta T_{ML} = DTML$$

- Différence de température moyenne logarithmique

Echangeur contre-courant (3)

- Evolution des températures

- En intégrant de 0 à x

$$\ln\left(\frac{\Delta T(0)}{\Delta T(x)}\right) = \left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2}\right) KP_t x$$

- soit

$$\Delta T(x) = \Delta T(0) \exp\left(-KP_t \left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2}\right) x\right)$$

$$T_1(x) - T_{1e} = -\frac{T_{1e} - T_{2s}}{1 + R_1} \left(1 - \exp\left(-KP_t \left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2}\right) x\right)\right)$$

$$T_2(x) - T_{2s} = -\frac{T_{1e} - T_{2s}}{1 + R_2} \left(1 - \exp\left(-KP_t \left(\frac{1}{\dot{C}_1} - \frac{1}{\dot{C}_2}\right) x\right)\right)$$

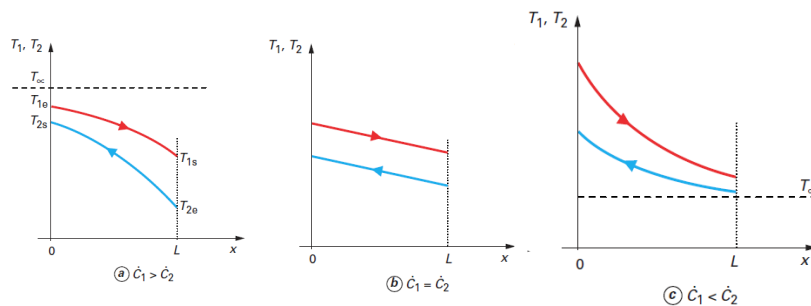
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

39

Echangeur contre-courant (4)

- Evolution qualitative des températures



N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

40

Augmentation de l'échange

- Augmentation du coefficient d'échange global K

$$h = \frac{Nu\lambda}{D_h}$$

- Diminuer D_h , (augmente les pertes de charges) $D_h = \frac{4A}{P_m}$
- Augmenter λ
 - Souvent imposé
 - Nanofluides, métaux liquides

- Augmentation de la différence de température moyenne

- Limité par les asymptotes éventuelles

Autres configurations d'écoulement

- Dans ce cas, on écrit toujours

$$\phi = KA_t \overline{\Delta T}$$

- Mais désormais

$$\overline{\Delta T} = F \Delta T_{ML}$$

- Avec F un facteur correctif
 - Dépend du type d'échangeur
 - En général tabulé
 - Cours suivant...

Efficacité d'un échangeur

- On impose $\dot{C}_1, \dot{C}_2, T_{1e}, T_{2e}$
 - Échangeur de longueur « infinie »
 $T_{1s} = T_{2e}$
 - La puissance maximale transférable est
Si $\dot{C}_1 > \dot{C}_2$
 $\phi_{\max} = \dot{C}_2 (T_{1e} - T_{2e}) = \dot{C}_2 (\Delta T_{\max})$
Si $\dot{C}_1 < \dot{C}_2$
 $\phi_{\max} = \dot{C}_1 (T_{1e} - T_{2e}) = \dot{C}_1 (\Delta T_{\max})$
- Définition: l'efficacité $\varepsilon = \frac{\phi}{\phi_{\max}}$

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

43

Calcul de l'efficacité d'un échangeur

$$\begin{aligned} \text{Si } \dot{C}_1 > \dot{C}_2 \\ \varepsilon = \frac{\phi}{\phi_{\max}} &= \frac{\dot{C}_2 (T_{2s} - T_{2e})}{\dot{C}_2 (T_{1e} - T_{2e})} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{\max}} = \varepsilon_2 \\ \text{Si } \dot{C}_1 < \dot{C}_2 \\ \varepsilon = \frac{\phi}{\phi_{\max}} &= \frac{\dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s})}{\dot{C}_1 (T_{1e} - T_{2e})} = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_{\max}} = \varepsilon_1 \end{aligned}$$

- Ce qui donne au final: $\varepsilon = \frac{\max(\Delta T_1, \Delta T_2)}{\Delta T_{\max}} = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$
- Co-courant $\varepsilon \rightarrow \frac{\dot{C}_{\max}}{\dot{C}_1 + \dot{C}_2}, L \rightarrow \infty$
- Contre-courant $\varepsilon \rightarrow 1, L \rightarrow \infty$

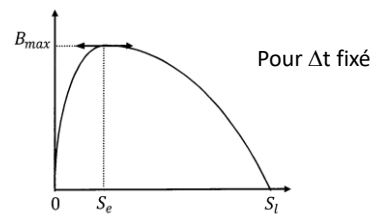
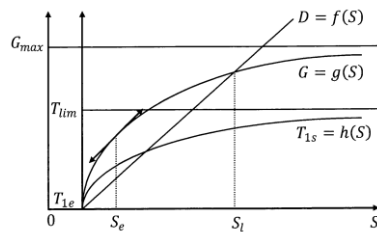
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

44

Utilité de l'efficacité?

- P : prix en € au m^2 de l'échangeur (et $\dot{P}$ de son entretien)
- D : dépense totale = SP
- C : gain en € par W récupéré $B(S, t) = \int_0^t (C\phi(S) - S\dot{P})dt - SP$
- G : gain total = $C\phi$ $= \int_0^t (C\dot{C}_1(T_{1e} - T_{1s}(S)) - S\dot{P})dt - SP$
- B : bénéfice $= (C\varepsilon(S)\dot{C}_1(T_{1e} - T_{2e}) - S\dot{P})\Delta t - SP$



N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

45

Nombre d'unité de transfert

- Ou NUT (ou NTU: Number of Transfer Unit)
- Co-courant

$$\Delta T(x) = \Delta T(0) \exp\left(-\frac{KA_t(x)}{\dot{C}_1} \left(1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right)\right) \text{ avec } A_t(x) = P_t x$$

$$\Delta T(x) = \Delta T(0) \exp(-NUT_1(1 + R_1)) \text{ avec } NUT_1 = \frac{KA_t(x)}{\dot{C}_1}$$

- Contre-courant

$$\Delta T(x) = \Delta T(0) \exp\left(-\frac{KA_t(x)}{\dot{C}_1} \left(1 - \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right)\right) \text{ avec } A_t(x) = P_t x$$

$$\Delta T(x) = \Delta T(0) \exp(-NUT_1(1 - R_1)) \text{ avec } NUT_1 = \frac{KA_t(x)}{\dot{C}_1}$$

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

46

Remarque

- On peut écrire également

- Co-courant

$$\Delta T(x) = \Delta T(0) \exp(-NUT_2(1 + R_2)) \text{ avec } NUT_2 = \frac{KA_1(x)}{\dot{C}_2}$$

- Contre-courant

$$\Delta T(x) = \Delta T(0) \exp(-NUT_2(R_2 - 1)) \text{ avec } NUT_2 = \frac{KA_1(x)}{\dot{C}_2}$$

Relation efficacité – NUT (1)

- Co-courant

- D'après les profil de température

$$T_{1e} - T_{1s} = \frac{T_{1e} - T_{2e}}{1 + R_1} (1 - \exp(-NUT_1(1 + R_1)))$$

$$\Delta T_1 = \frac{\Delta T_{\max}}{1 + R_1} (1 - \exp(-NUT_1(1 + R_1)))$$

- Conclusion $\varepsilon_1 = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_{\max}} = \frac{1}{1 + R_1} (1 - \exp(-NUT_1(1 + R_1)))$

- De même $\varepsilon_2 = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{\max}} = \frac{1}{1 + R_2} (1 - \exp(-NUT_2(1 + R_2)))$

Relation efficacité – NUT (2)

- Contre-courant

$$T_{1s} - T_{1e} = -\frac{T_{1e} - T_{2s}}{1 + R_1} \left(1 - \exp(-NUT_1(1 - R_1)) \right)$$

$$T_{2e} - T_{2s} = -\frac{T_{1e} - T_{2s}}{1 + R_2} \left(1 - \exp(-NUT_1(1 - R_1)) \right)$$

- Conclusion

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_{\max}} = \frac{1 - \exp(-NUT_1(1 - R_1))}{1 - R_1 \exp(-NUT_1(1 - R_1))}$$

- De même

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{\max}} = \frac{1 - \exp(-NUT_2(1 - R_2))}{1 - R_2 \exp(-NUT_2(1 - R_2))}$$

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

49

Relation unique

- Comme

$$\varepsilon = \frac{\max(\Delta T_1, \Delta T_2)}{\Delta T_{\max}}$$

- Co-courant

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + R} \left(1 - \exp(-NUT(1 + R)) \right)$$

- Contre-courant

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp(-NUT(1 - R))}{1 - R \exp(-NUT(1 - R))}$$

- Si

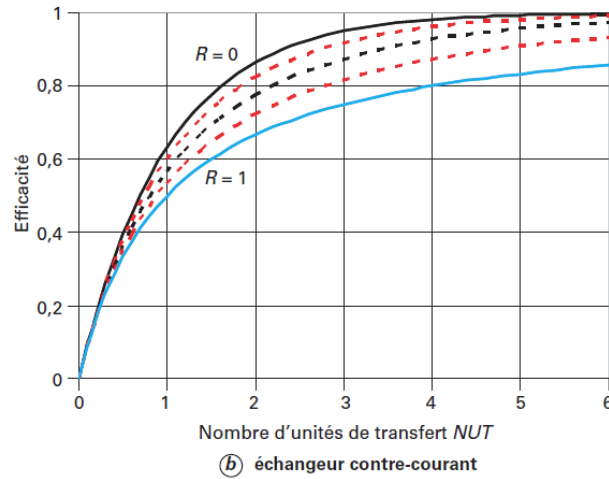
$$R = \min(R_1, R_2) = \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}} \quad NUT = \frac{KA_l}{\dot{C}_{\min}}$$

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

50

Synthèse graphique (abaque)



N. Rimbert

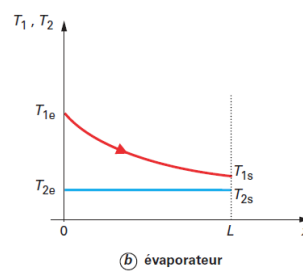
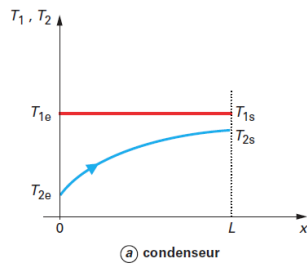
Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

51

$R=0$?

- Signification?
 - Cas des changement de phase

$$R = \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}} = \frac{\dot{C}_{\min}}{\infty} = 0$$



N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

52

Méthode de calcul d'un échangeur si T_s connues et S inconnues

- Méthode DTML

- On calcule

$$\phi = \dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s}) = \dot{C}_2 (T_{2s} - T_{2e})$$

- On calcule

$$\Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_s - \Delta T_e}{\ln(\Delta T_s / \Delta T_e)}$$

- On en déduit

$$S_2 = \frac{\phi}{h \Delta T_{LM}}$$

- Méthode NUT

- On calcule

- ε
- R

- On détermine

- NUT_{max}
 - Formule
 - Abaque

- On en déduit

$$S_2 = \frac{\dot{C}_{min}}{h} NUT_{max}$$

Méthode de calcul d'un échangeur si S connues et T_s inconnues

- Méthode DTLM

- Résolution numérique

$$\dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s}) = h S_2 \Delta T_{LM}$$

$$\dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s}) = \dot{C}_2 (T_{2e} - T_{2s})$$

- Méthode NUT

- On calcule

$$NUT_{max} = \frac{h S_2}{\dot{C}_{min}}$$

- Et R

- On détermine ε

- Formule
- Abaque

- On en déduit un des deux T_s

- On détermine le second avec

$$\dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s}) = \dot{C}_2 (T_{2e} - T_{2s})$$

Analyse énergétique globale

- Comparaison
 - puissance mécanique utilisée
 - puissance thermique récupérée
- Critère d'évaluation de performance énergétique

$$CEPE = \frac{\phi}{\phi_{meca}}$$

$$\phi_{meca} = \dot{Q}_v \Delta p = \dot{Q}_v \sum_i \xi_i \frac{\rho_i V_i^2}{2}$$

ξ_i : coefficient de perte de charge