

Echangeurs de chaleurs et récupération de la chaleur fatale

Nicolas Rimbert

Professeur, ENSEM Ecole de l'énergie, Université de Lorraine

Bureau 016 Rouge

LEMTA Laboratoire des Energies et de la Mécanique Théorique
et Appliquée

Cours n° 3

- Dimensionnement des échangeurs
- Estimation des coefficients d'échange
- Méthode analytique, abaque
- Méthode numérique 1D
- Méthode numérique 3D

Méthodologie

- Données nécessaires
 - Température
 - Pression
 - Propriétés physiques des Fluides
 - Débits
 - Encrassement
 - Type d'appareil
 - Configuration d'écoulement
- Calculs nécessaires
 - Géométries annexes
 - Transfert de chaleur
 - Pertes de charges
- Résultats attendus
 - Puissance thermique
 - Évaluation
 - Surface d'échange
 - Dimensionnement
 - Pertes de charges

Estimation des coefficients h

- On peut utiliser des corrélations...
 - Plaque unique (Whitaker)

$$Re_x = \rho V x / \mu \text{ où } x \text{ est la distance au bord d'attaque}$$

$$Re_L < 3.10^5, Nu_L = 0,664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$$

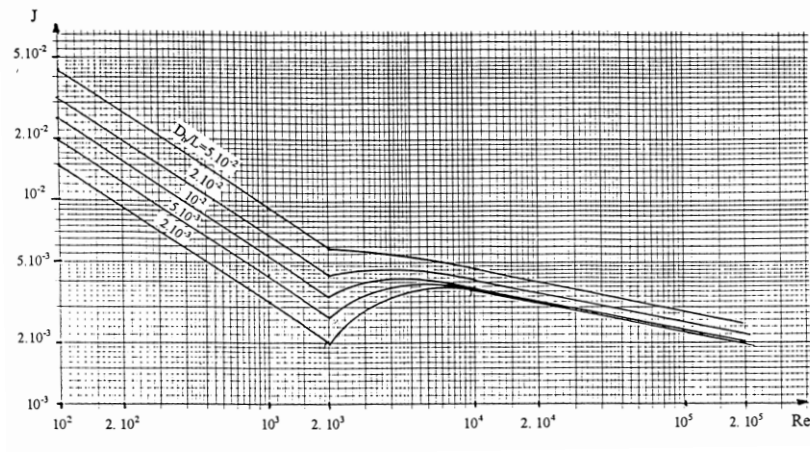
$$Re_L > 3.10^5, Nu_L = 0,036 Re_L^{0,8} Pr^{1/3}$$
- Dorénavant Nu et Re sont calculé à partir de D_h
 - Plaque double
 - Lisse

$$Re < 2000, Nu = 2,51 (Re Pr D_h / L)^{1/3}$$

$$Re > 10^4, Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3} (1 + 6 D_h / L)$$
 - Sinon, on utilise le module de Colburn J

$$J = Nu Re^{-1} Pr^{-1/3}$$

Abaque de Colburn, plaque lisse



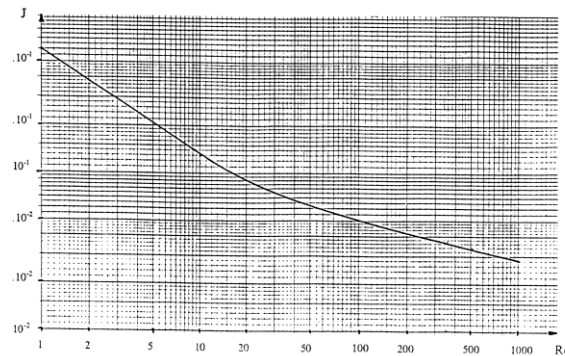
N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

5

Corrélations pour des plaques corruguées

- J-C Leuliet
 - Chevron à 60° (cas répandu)
 - $Re < 10, Nu = 0,600 Re^{1/3} Pr^{1/3}$
 - $Re > 350, Nu = 0,176 Re^{0,734} Pr^{1/3}$
- Abaque de Colburn, plaque corruguée



N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

6

Corrélations pour des écoulements internes à des tubes (1)

- Tubes longs

- Laminaire

- Sieder et Tate

$$\text{si } L / D_h < \text{Re} \text{Pr} / 10 \text{ et } 0,6 < \text{Pr} < 100 \text{ alors } Nu = 1,86 \text{Re}^{1/3} \text{Pr}^{1/3} D_h^{1/3} L^{-1/3}$$

- Hausen

$$\text{si } 10^{-4} < \frac{L}{D_h \text{Re} \text{Pr}} < 10 \text{ alors } Nu = 3,65 + \frac{0,0668 \text{Re} \text{Pr} D_h L^{-1}}{1 + 0,045 (\text{Re} \text{Pr} D_h L^{-1})^{2/3}}$$

- Hausen

$$\text{si } \frac{L}{D_h} < \frac{\text{Re} \text{Pr}}{20} \text{ non établi alors } Nu = 3,65 + \frac{0,188 (\text{Re} \text{Pr} D_h L^{-1})^{0,8}}{1 + 0,177 (\text{Re} \text{Pr} D_h L^{-1})^{0,467}}$$

- Turbulent et établi

- Sieder et Tate

$$\text{si } L / D_h > 60 \text{ et } 0,5 < \text{Pr} < 100 \text{ alors } Nu = 0,023 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{1/3}$$

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

7

Corrélations pour des écoulements internes à des tubes (2)

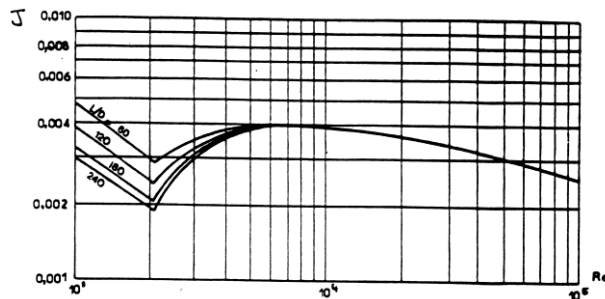
- Tubes longs

- Intermédiaire

- Hausen

$$Nu = 0,116 \text{Pr}^{1/3} (\text{Re}^{2/3} - 125) \left(1 + \left(\frac{D_h}{L} \right)^{2/3} \right)$$

- Ou la corrélation de Colburn



N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

8

Corrélations pour des écoulements internes à des tubes

• Tubes courts

- Nu_{∞} est la valeur pour le tube long

$$\text{si } 2 < \frac{L}{D_h} < 20 \quad \frac{Nu_L}{Nu_{\infty}} = 1 + \left(\frac{D_h}{L} \right)^{0,7}$$

$$\text{si } 20 < \frac{L}{D_h} < 60 \quad \frac{Nu_L}{Nu_{\infty}} = 1 + 6 \frac{D_h}{L}$$

• Ecoulements annulaires

- Davis

$$D_h = D_{ext} - D_2$$

$$Nu = 0,038 Re^{0,8} Pr^{1/3} \left(\frac{D_{ext}}{D_2} \right)^{0,15}$$

$$\text{si } 7 < Re < 180000 \text{ et } 1,2 < \frac{D_{ext}}{D_2} < 6800$$

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

9

Corrélations pour des écoulements externes à des tubes

• Ecoulements perpendiculaires

- $N_T \geq 10$

$$Nu = 0,26 Re^{0,6} Pr^{1/3} \text{ pas carré}$$

$$Nu = 0,33 Re^{0,6} Pr^{1/3} \text{ pas triangulaire}$$

- $N_T < 10$

$$Nu(N_T) = C \cdot Nu(10)$$

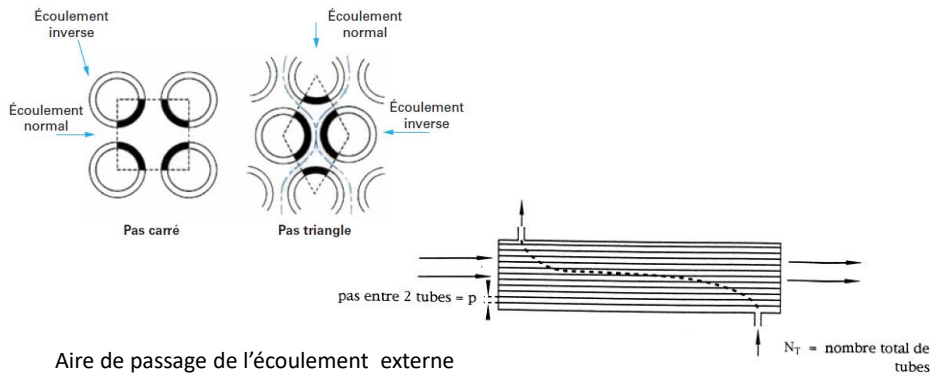
N_T	2	3	4	6	8	10
C, pas triangulaire	0,74	0,82	0,88	0,94	0,98	1
C, pas carré	0,80	0,87	0,90	0,94	0,98	1

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

10

Arrangement normalisé



Aire de passage de l'écoulement externe

$$S = S_{cal} - N_T \pi D^2 / 4 \quad V = Q_m / (\rho S)$$

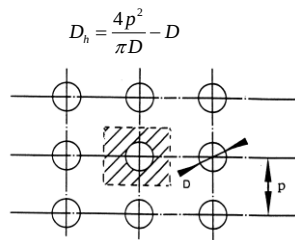
N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

11

Corrélations pour un faisceau de tubes

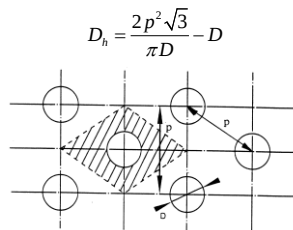
En ligne, à pas carré



$$Nu = 0,026 Re^{0,82} Pr^{1/3} \text{ pour } 5000 < Re < 100000$$

$$Re = \frac{V_{min} D}{\nu M (1 + N_h \sqrt{D_c / p})}$$

En quinconce, à pas triangulaire équilatéral



D : diamètre extérieur des tubes
 l : espacement des chicanes
 f : hauteur de la fenêtre laissée libre pour le fluide au droit de chaque chicane
 D_c : diamètre de la calandre
 p : pas entre les tubes

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

12

Coefficients correcteurs M et N_h

En ligne, à pas carré

D_c/l	f/D_c	p/D 1,25	p/D 1,30	p/D 1,40	p/D 1,50
		N_h	N_h	N_h	N_h
1	0,46	0,36	0,29	0,21	0,17
1,5	0,34	0,42	0,33	0,25	0,19
2	0,25	0,50	0,40	0,29	0,24
3	0,20	0,63	0,51	0,36	0,30
4	0,16	0,77	0,63	0,45	0,37

$$Nu = 0,235 Re^{0,63} Pr^{1/3} \text{ pour } 30 < Re < 10000$$

$$M = 0,96$$

En quinconce, à pas triangulaire équilatéral

D_c/l	f/D_c	p/D 1,25	p/D 1,30	p/D 1,40	p/D 1,50
		N_h	N_h	N_h	N_h
1	0,46	0,37	0,30	0,21	0,17
1,5	0,34	0,45	0,36	0,26	0,20
2	0,25	0,54	0,43	0,31	0,25
3	0,20	0,70	0,54	0,40	0,31
4	0,16	0,86	0,68	0,50	0,39

$$Nu = 0,16 Re^{0,79} Pr^{1/3} \text{ pour } 30 < Re < 10000$$

$$M = 0,88$$

Méthodes semi-analytiques

DTLM et NUT

DTML vs. NUT

DTML

- Détermination de la surface d'échange
 - Connaissant
 - T_{1e}
 - T_{1s}
 - T_{2e}
 - T_{2s}
 - Mode dimensionnement

NUT

- Détermination de
 - T_{1s} et T_{2s}
 - Connaissant
 - T_{1e}
 - T_{2e}
 - Surface d'échange
 - Mode évaluation

Méthode DTML (1)

- Rappel

$$\overline{\Delta T} = \frac{\phi}{KA_i} = \frac{\Delta T(0) - \Delta T(L)}{\ln \left(\frac{\Delta T(0)}{\Delta T(L)} \right)} = \Delta T_{ML} = DTML$$

- Facteur correctif F

$$\overline{\Delta T} = F \Delta T_{ML}$$

- Dépend du type d'échangeur

Méthode DTML (2)

Déterminer S sachant T

- On calcule

$$\phi = \dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s}) = \dot{C}_2 (T_{2s} - T_{2e})$$

- On calcule

$$\Delta T_{LM} = \frac{\Delta T_S - \Delta T_E}{\ln(\Delta T_S / \Delta T_E)}$$

- On en déduit

$$S_2 = \frac{\phi}{h \Delta T_{LM}}$$

Pour déterminer T sachant S

- Résolution numérique de

$$\dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s}) = h S_2 \Delta T_{LM}$$

$$\dot{C}_1 (T_{1e} - T_{1s}) = \dot{C}_2 (T_{2e} - T_{2s})$$

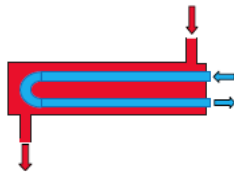
- Pas très pratique!

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

17

Solutions analytiques (1)



- 1 passe en calandre
- 2,4,6,... passes tubes dans la calandre

$$F = \left(\frac{\sqrt{R_2^2 + 1}}{R_2 - 1} \right) \frac{\ln \left(\frac{1 - \varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2 R_2} \right)}{\ln \left(\frac{2 - \varepsilon_2 (1 + R_2 - \sqrt{R_2^2 + 1})}{2 - \varepsilon_2 (1 + R_2 + \sqrt{R_2^2 + 1})} \right)}; R_2 \neq 1$$

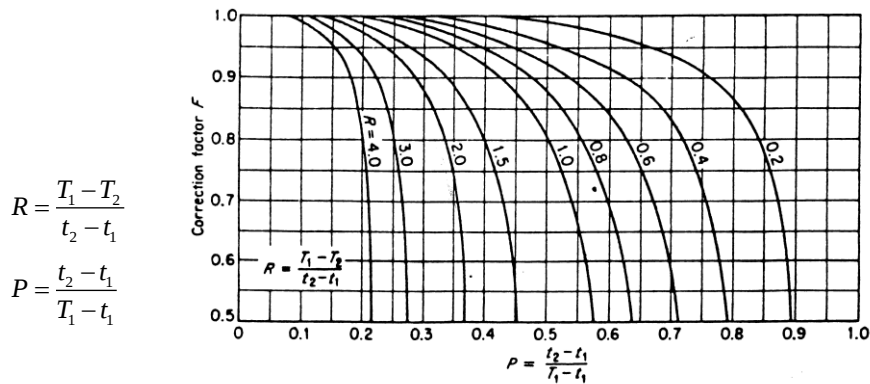
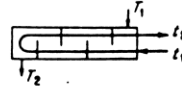
$$F = \left(\frac{\sqrt{R_2^2 + 1}}{1 - \varepsilon_2} \right) \frac{\varepsilon_2}{\ln \left(\frac{2 - \varepsilon_2 (1 + R_2 - \sqrt{R_2^2 + 1})}{2 - \varepsilon_2 (1 + R_2 + \sqrt{R_2^2 + 1})} \right)}; R_2 = 1$$

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

18

Facteur de correction pour tube et calandre (1)



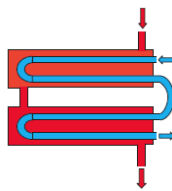
Courbe donnant le facteur de correction pour un échangeur à 1 passage en calandre ($P=1$) et 2, 4, 8 ou un multiple de 2 passages des tubes ($N=2n$)

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

19

Solutions analytiques (2)



- 1 passe en calandre
- 2,4,6,... passes tubes dans la calandre
- N calandres en séries
- Exemple de droite
 - 2 calandres en séries avec 2 passes tubes dans une calandre

$$F = \frac{\left(\frac{\sqrt{R_2^2 + 1}}{R_2 - 1} \right) \ln \left(\frac{1 - P_N}{1 - P_N R_2} \right)}{\ln \left(\frac{2 - P_N (1 + R_2 - \sqrt{R_2^2 + 1})}{2 - P_N (1 + R_2 + \sqrt{R_2^2 + 1})} \right)}; R_2 \neq 1$$

$$P_N = \frac{1 - \left(\frac{1 - \varepsilon_2 R_2}{1 - \varepsilon_2} \right)^{1/N}}{R_2 - \left(\frac{1 - \varepsilon_2 R_2}{1 - \varepsilon_2} \right)^{1/N}}$$

$$F = \left(\frac{\sqrt{R_2^2 + 1}}{1 - P_N} \right) \frac{P_N}{\ln \left(\frac{2 - P_N (1 + R_2 - \sqrt{R_2^2 + 1})}{2 - P_N (1 + R_2 + \sqrt{R_2^2 + 1})} \right)}; R_2 = 1$$

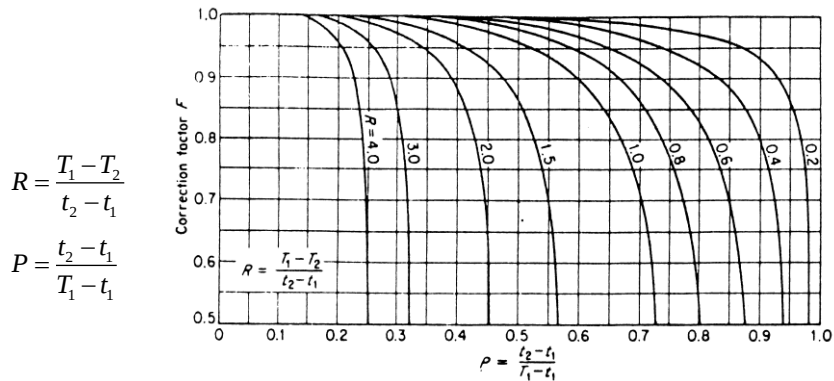
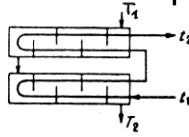
$$P_N = \frac{\varepsilon_2}{N - N \varepsilon_2 + \varepsilon_2}$$

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

20

Facteur de correction pour tube et calandre (2)



Courbe donnant le facteur de correction pour un échangeur à 2 passages en calandre (P=2) et 2, 4, 8 ou un multiple de 2 passages des tubes (N=2n)

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

21

Echangeurs à courants croisés brassés et non brassés

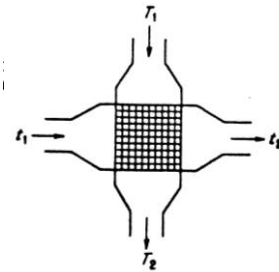
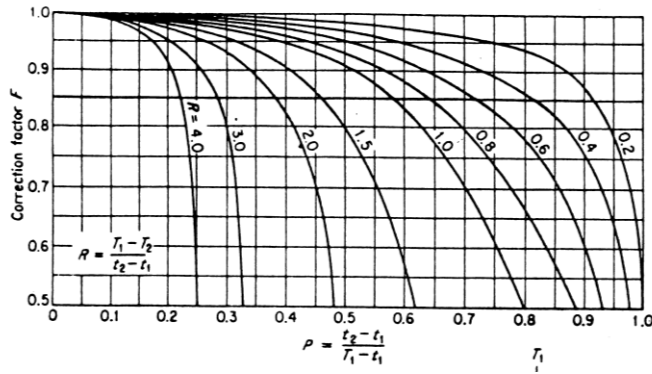
			Deux fluides brassés
			Fluide 1 non brassé Fluide 2 brassé
			Deux fluides non brassés
Échangeur tubulaire	Échangeur à plaques et ailettes	Représentation symbolique	

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

22

Courants croisés Fluides non brassés

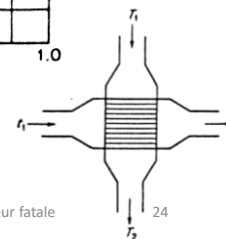
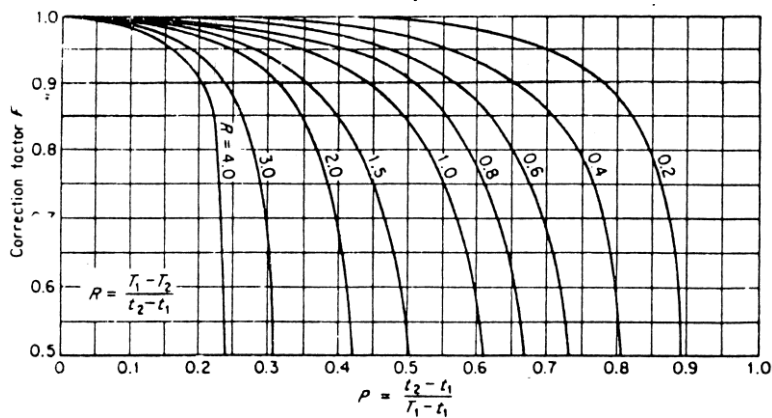


N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

23

Courants croisés Fluides brassé / non brassé

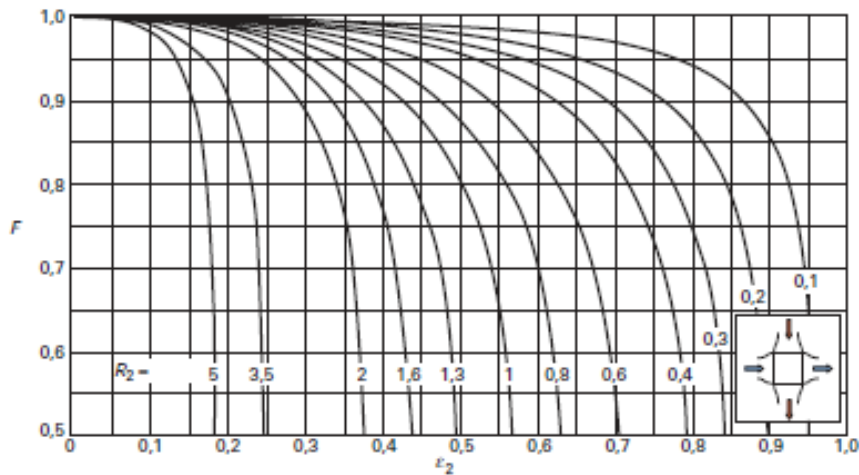


N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

24

Courants croisés Fluides brassés



N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

25

Méthode NUT (1)

- Rappel: Pour déterminer S sachant T

- Efficacité

$$\varepsilon = \frac{\max(\Delta T_1, \Delta T_2)}{\Delta T_{\max}} = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \quad \Delta T_{\max} = T_{1e} - T_{2e}$$

- Rapport des débits de capacité thermique

$$R = \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}}$$

- Nombre d'unités de transfert

$$NUT_1 = \frac{KA_1}{\dot{C}_1} \quad NUT_2 = \frac{KA_2}{\dot{C}_2} \quad NUT = \frac{KA_1}{\dot{C}_{\min}}$$

- On en déduit

$$S_2 = \frac{\dot{C}_{\min}}{h} NUT_{\max}$$

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

26

Méthode NUT (2)

- Rappel: pour déterminer T sachant S

- On calcule

$$NUT_{\max} = \frac{hS_2}{\dot{C}_{\min}} \quad R = \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}}$$

- On détermine ε
 - Formule
 - Abaque
- On en déduit un des deux T_s
- On détermine le second avec

$$\dot{C}_1(T_{1e} - T_{1s}) = \dot{C}_2(T_{2e} - T_{2s})$$

Formules analytiques (1)

- Rappel: tubes co-courant

$$\varepsilon = \frac{1}{1+R} (1 - \exp(-NUT(1+R)))$$

- Rappel: tubes contre-courant

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp(-NUT(1-R))}{1 - R \exp(-NUT(1-R))}$$

- Une passe en calandre, $2n$ passes en tubes

$$\varepsilon = 2 \left(1 + R + (1 + R^2)^{1/2} \frac{1 + \exp(-NUT(1 + R^2)^{1/2})}{1 - \exp(-NUT(1 + R^2)^{1/2})} \right)^{-1}$$

Formules analytiques (2)

- Ecoulements à courant croisés

- Deux fluides brassés

$$\varepsilon = \left(\frac{1}{1 - \exp(-NUT)} + \frac{R}{1 - \exp(-RNUT)} - \frac{1}{NUT} \right)^{-1}$$

- Deux fluides non brassés

$$\varepsilon = 1 - \exp \left(\frac{NUT^{0,22}}{R} \left(\exp(-R NUT^{0,78}) - 1 \right) \right)$$

- C_{max} brassé, C_{min} non brassé

$$\varepsilon = \frac{1}{R} \left(1 - \exp \left(R \left(e^{-NUT} - 1 \right) \right) \right)$$

- C_{max} non brassé, C_{min} brassé

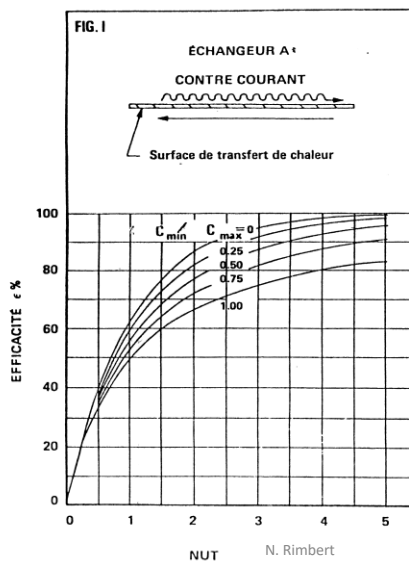
$$\varepsilon = 1 - \exp \left(-\frac{1}{R} (1 - e^{-RNUT}) \right)$$

N. Rimbart

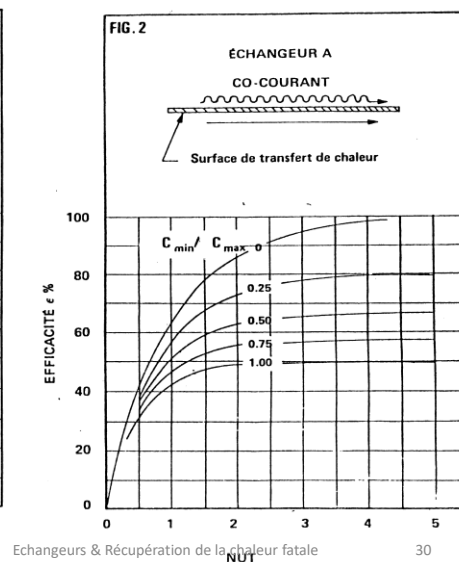
Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

29

Co et contre courant



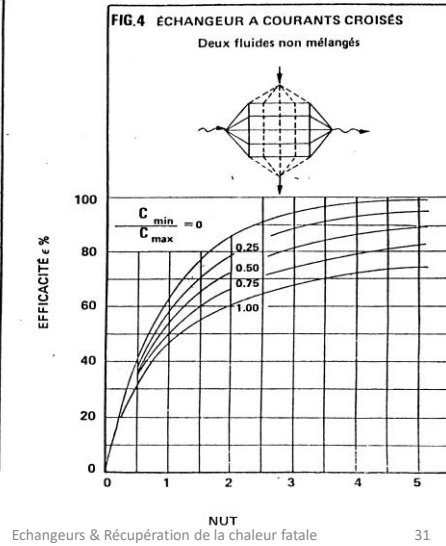
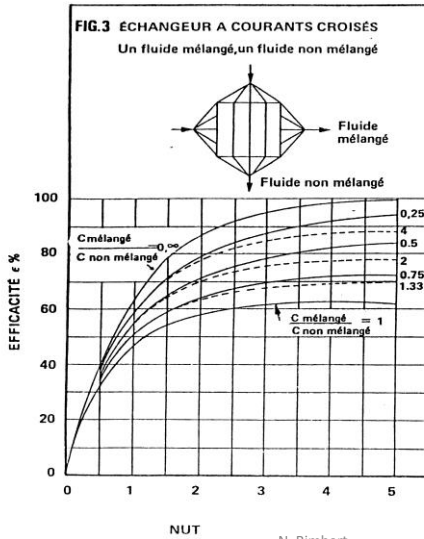
N. Rimbart



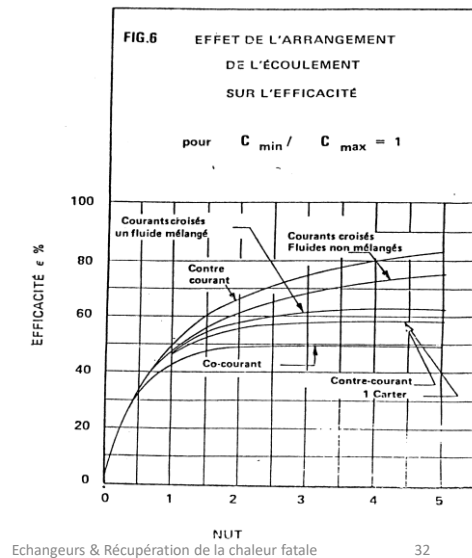
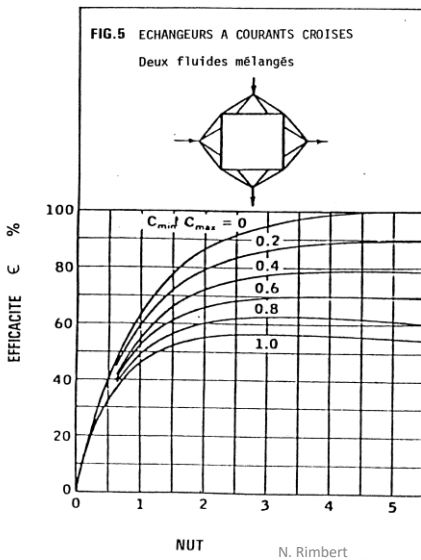
Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

30

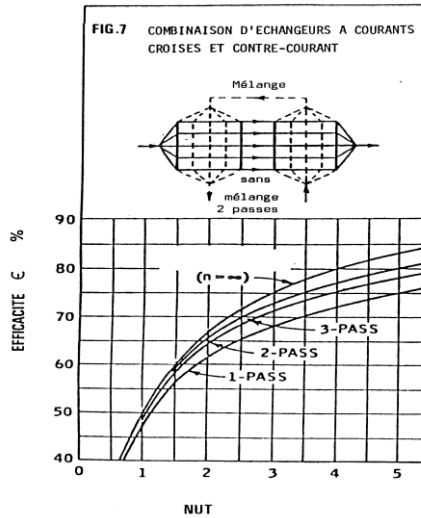
Courants croisés (1)



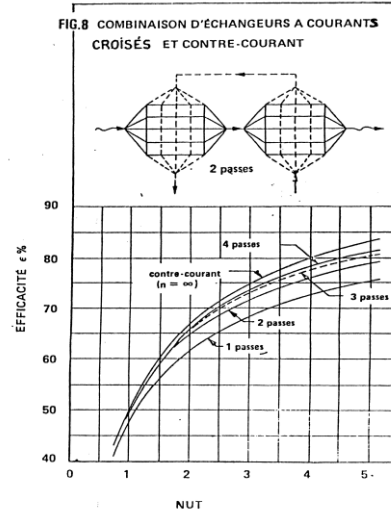
Courants croisés (2)



Combinaisons d'échangeurs (1)



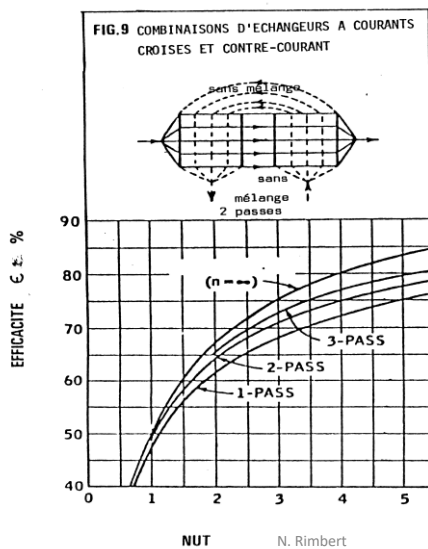
N. Rimbart



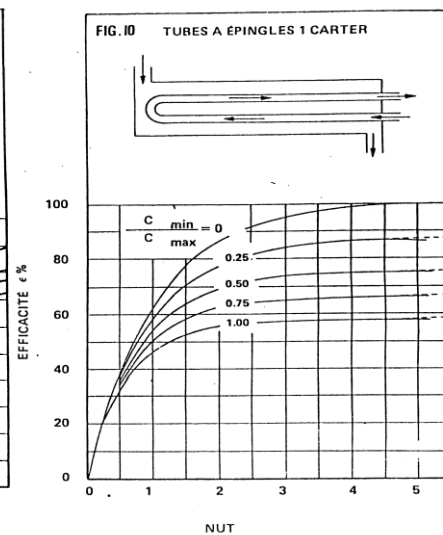
Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

33

Combinaisons d'échangeurs (2)



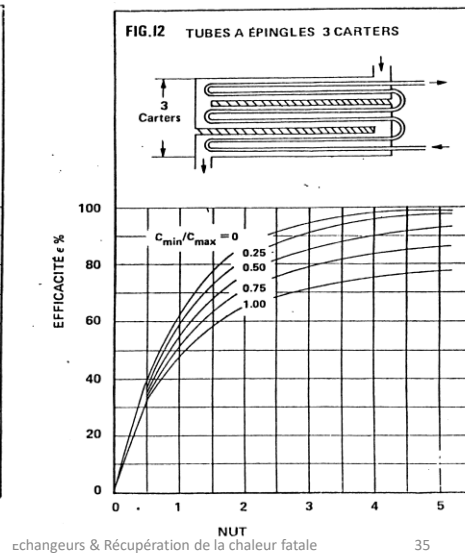
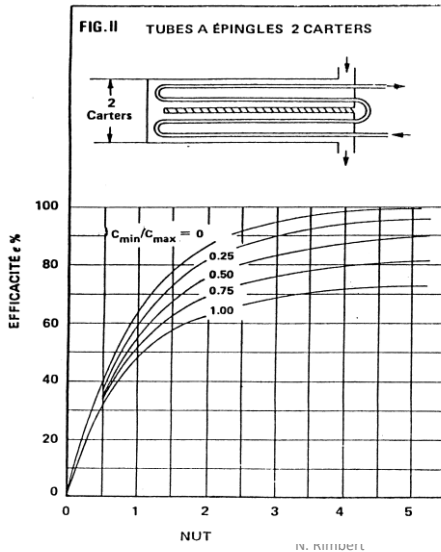
N. Rimbart



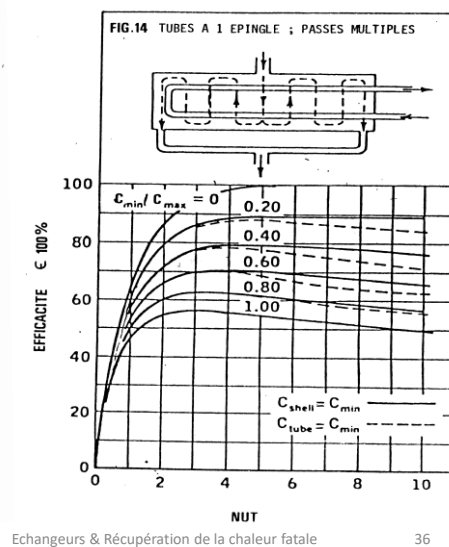
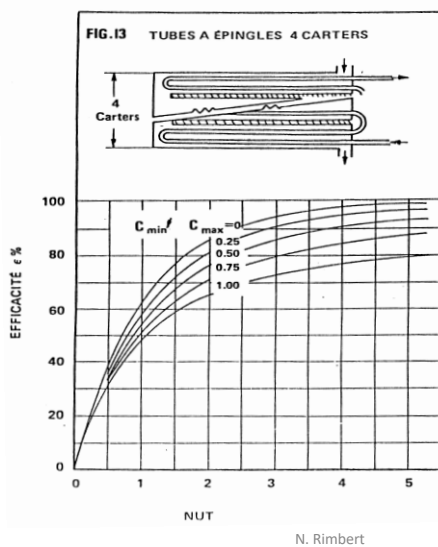
Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

34

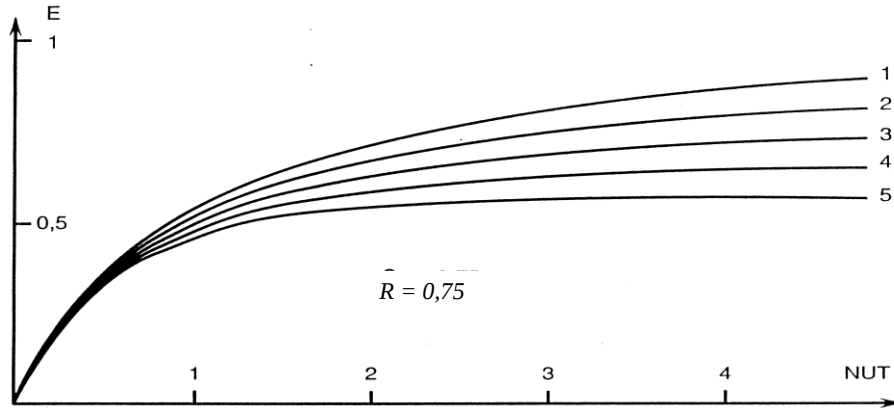
Tubes à épingles (1)



Tubes à épingles (2)



Comparaison des méthodes



*Courbes $E = f(NUT)$ - 1 : contre-courant;
2 : courants croisés, fluides non brassés;
3 : courants croisés avec fluide à $C_{\min}$ brassé; 4 : échangeur 1-N; 5 : co-courant.*

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

37

Echangeurs rotatifs (1)

- Les courbes représentatives sont données par

$$E = f\left(NUT_0, \frac{\dot{C}_{\min}}{\dot{C}_{\max}}, \frac{\dot{C}_r}{\dot{C}_{\min}}\right)$$

- Avec

$$NUT_0 = \frac{1}{\dot{C}_{\min}} \left(\frac{1}{R_c + R_f} \right) \quad R_c = \frac{1}{h_c S_c} \quad R_f = \frac{1}{h_f S_f}$$

- C_r est la capacité thermique de la matrice

$$\dot{C}_r = M \times N \times N_c \text{ (en W/K)}$$

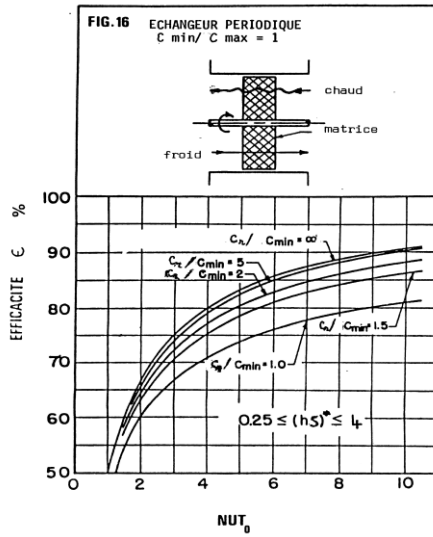
- M : masse en kg de la matrice
- C : chaleur massique de la matrice en J/Kg/K
- N_c : nombre de cycles par seconde
- Pour $0,25 < hS^* < 4$ donné $hS^* = \frac{hS \text{ pour fluide } \dot{C}_{\min}}{hS \text{ pour fluide } \dot{C}_{\max}}$

N. Rimbart

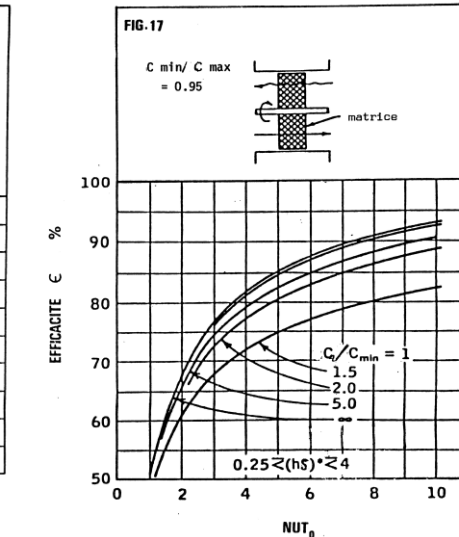
Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

38

Echangeurs rotatifs (2)



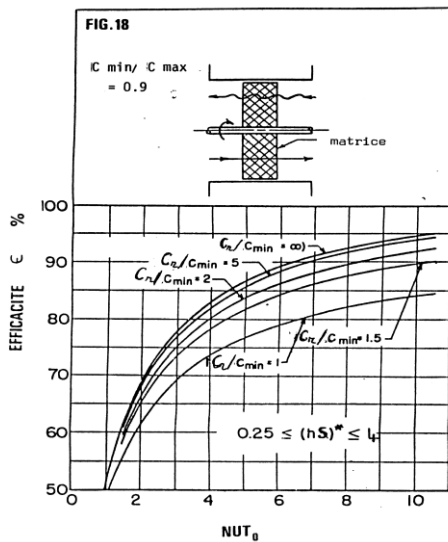
N. Rimbart



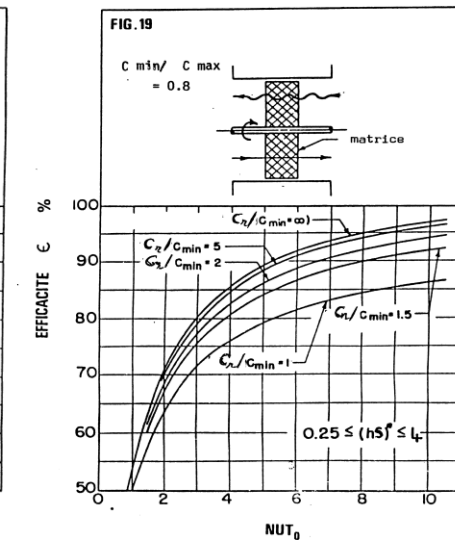
Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

39

Echangeurs rotatifs (3)



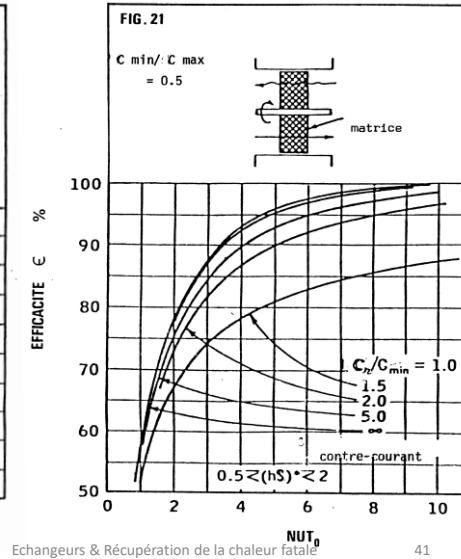
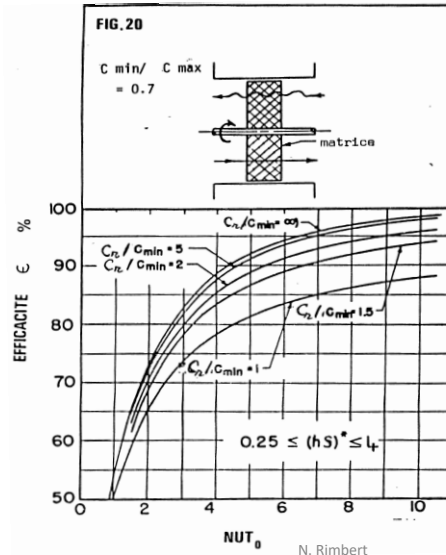
N. Rimbart



Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

40

Echangeurs rotatifs (4)



Méthodes numériques

1D, 2D et 3D

Méthode numérique 1D

• Hypothèses

- suffisamment long
 - Effets d'entrée coté calandre négligeables
- Distribution parfaite
 - Entre tubes
- Pas d'effets de bord
 - Paroi extérieure

• Comportement thermique

- Conservation de l'enthalpie

$$\frac{\partial \rho_c H_c}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_c \mathbf{u}_c H_c) - \nabla \cdot (\lambda_c \nabla T_c) - S_{Tc} = 0$$

$$\frac{\partial \rho_f H_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u}_f H_f) - \nabla \cdot (\lambda_f \nabla T_f) - S_{Tf} = 0$$

- Fluides incompressibles
- Etabli, section constante
- (propriété physiques constantes)
- (Pas de changement d'état)

$$\rho_c C_{pc} \nabla \cdot (\mathbf{u}_c T_c) - \nabla \cdot (\lambda_c \nabla T_c) - S_{Tc} = 0$$

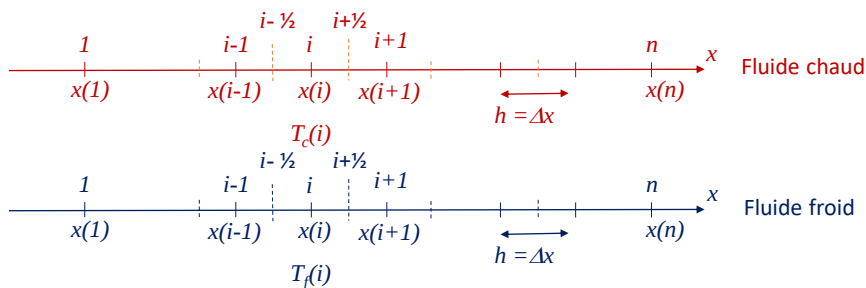
$$\rho_f C_{pf} \nabla \cdot (\mathbf{u}_f T_f) - \nabla \cdot (\lambda_f \nabla T_f) - S_{Tf} = 0$$

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

43

Discretisation 1D



$$\left[\rho_c C_{pc} (\mathbf{u}_c T_c) \cdot \mathbf{n} - (\lambda_c \nabla T_c) \cdot \mathbf{n} \right]_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} - S_{Tc} \Delta x = 0$$

$$\left[\rho_f C_{pf} (\mathbf{u}_f T_f) \cdot \mathbf{n} - (\lambda_f \nabla T_f) \cdot \mathbf{n} \right]_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} - S_{Tf} \Delta x = 0$$

N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

44

Valeurs aux interfaces

- Schéma upwind du premier ordre

- Décentré amont

$$\text{si } u_c > 0 \text{ alors } T_c(i + \frac{1}{2}) = T_c(i)$$

$$\text{si } u_c < 0 \text{ alors } T_c(i + \frac{1}{2}) = T_c(i + 1)$$

$$\text{si } u_f > 0 \text{ alors } T_f(i + \frac{1}{2}) = T_f(i)$$

$$\text{si } u_f < 0 \text{ alors } T_f(i + \frac{1}{2}) = T_f(i + 1)$$

- Exemple co-courant ($u_c < 0, u_f < 0$)

$$\rho_c C_{pc} u_c (T_c(i+1) - T_c(i)) - \lambda_c \left(\frac{T_c(i+1) - T_c(i)}{\Delta x} - \frac{T_c(i) - T_c(i-1)}{\Delta x} \right) - S_{Tc}(i) = 0$$

$$\rho_f C_{pf} u_f (T_f(i+1) - T_f(i)) - \lambda_f \left(\frac{T_f(i+1) - T_f(i)}{\Delta x} - \frac{T_f(i) - T_f(i-1)}{\Delta x} \right) - S_{Tf}(i) = 0$$

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

45

Calcul des termes sources

- Transfert de chaleur à travers la paroi

$$S_{Tc} = -S_{Tf} = -K(T_c(i) - T_f(i))$$

- Avec

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_c} + \frac{e_p}{\lambda_p} + \frac{1}{h_f}} \frac{A_t}{A_l}$$

- Où

- A_l : Surface d'échange

- A_t : Section droite de passage du fluide

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

46

Exemple de discrétisation

- En négligeant la conduction

$$\rho_c C_{pc} u_c (T_c(i+1) - T_c(i)) + K(T_c(i) - T_f(i)) = 0$$

$$\rho_f C_{pf} u_f (T_f(i+1) - T_f(i)) - K(T_c(i) - T_f(i)) = 0$$

- Conditions aux limites

$$T_c(N + \frac{1}{2}) = T_{ce}$$

$$T_f(N + \frac{1}{2}) = T_{fe}$$

- Exemple

- $\rho_f = \rho_c = 1000 \text{ kg/m}^3$

- $C_{pf} = C_{pc} = 4180 \text{ J/kg/K}$

- $u_f = 0,003 \text{ m/s}$

- $u_c = 0,02 \text{ m/s}$

- $T_{fe} = 20^\circ\text{C}$

- $T_{ce} = 90^\circ\text{C}$

- $K = 1000 \text{ W/K}$

Implémentation dans Matlab

- Soit $\rho_c C_{pc} u_c T_c(i+1) + (K - \rho_c C_{pc} u_c) T_c(i) - K T_f(i) = 0$

$$\rho_f C_{pf} u_f T_f(i+1) + (K - \rho_f C_{pf} u_f) T_f(i) - K T_c(i) = 0$$

- Assemblage de la matrice pour $N=5$

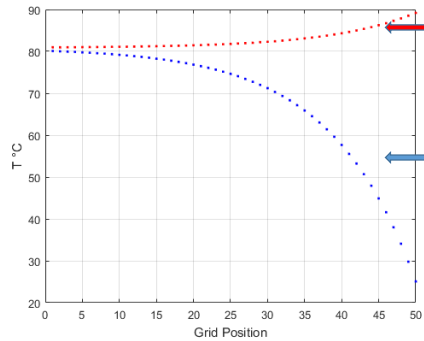
$$\begin{pmatrix} K - \rho_c C_{pc} u_c & -K & \rho_c C_{pc} u_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K & K - \rho_f C_{pf} u_f & 0 & \rho_f C_{pf} u_f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K - \rho_c C_{pc} u_c & -K & \rho_c C_{pc} u_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K - \rho_f C_{pf} u_f & 0 & \rho_f C_{pf} u_f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K - \rho_c C_{pc} u_c & -K & \rho_c C_{pc} u_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K - \rho_f C_{pf} u_f & 0 & \rho_f C_{pf} u_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K - \rho_c C_{pc} u_c & -K & \rho_c C_{pc} u_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K - \rho_f C_{pf} u_f & 0 & \rho_f C_{pf} u_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K - \rho_c C_{pc} u_c & -K & \rho_c C_{pc} u_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K - \rho_f C_{pf} u_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_c(1) \\ T_f(1) \\ T_c(2) \\ T_f(2) \\ T_c(3) \\ T_f(3) \\ T_c(4) \\ T_f(4) \\ T_c(5) \\ T_f(5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\rho_c C_{pc} u_c T_{ce} \\ -\rho_f C_{pf} u_f T_{fe} \end{pmatrix}$$

- Il suffit d'inverser $A.T = B$
- Matrice creuse et bande

Exemple Matlab

```
%NB de mailles
N=50;
%Température d'entrée °C
Tce=90;
Tfe=20;
% autres parametres
rho_f=1000; rho_c=1000; Cpf=4180; Cpc=4180; uf=-0.003;
uc=0.02; K=1000;
%initialisation
T=zeros(1,N); Tf=zeros(1,N); T=zeros(1,2*N);
%assemblage de la matrice
A=zeros(2*N,2*N);
for i=1:N
    A(2*i-1,2*i-1)=K-rho_c*Cpc*uc;
    A(2*i-1,2*i)=K;
    A(2*i,2*i)=K-rho_f*Cpf*uf;
    A(2*i,2*i-1)=K;
    if (i<N)
        A(2*i-1,2*i+1)=rho_c*Cpc*uc;
        A(2*i,2*i+2)=rho_f*Cpf*uf;
    end
end

%conditions aux limites et termes sources
B=zeros(1,2*N);
B(2*N-1)=-rho_c*Cpc*uc*Tce;
B(2*N)=-rho_f*Cpf*uf*Tfe;
%calcul
X=inv(A)*B';
%affichage
figure(1)
plot(X(2*(1:N)), 'b');
hold on
plot(X(2*(1:N)-1), 'r');
grid on
xlabel('Grid Position')
ylabel('T °C')
```



N. Rimbart

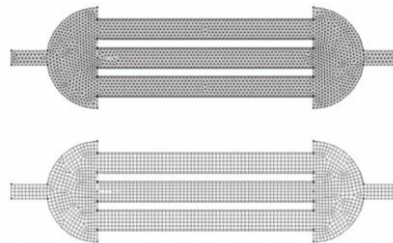
Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

49

Méthode numérique 2D

• Exemple

- Etude de la distribution dans un échangeur tubulaire
- 2D
- Difficulté de faire circuler les deux fluides
 - si la configuration est croisée
 - s'il y a plusieurs tubes
- Pas très intéressant
 - Première approche



N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

50

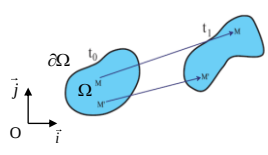
Méthode des volumes finis 2D

- Principe :

Détermination d'un champ local à attribuer à chaque sous domaine (volume de contrôle) afin qu'il satisfasse la solution du problème (**bilan local**)

- Méthode - Exemple Euler 2D:

- 1^{ère} étape : Formulation des équations (forme vectorielle)



$$\frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{M}, t) + \text{div} \mathbf{F}(\phi(\vec{M}, t)) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_x \\ \rho u_y \\ E_{\text{tot}} \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho u_x \\ \rho u_x^2 + P \\ \rho u_x u_y \\ (E_{\text{tot}} + P) u_x \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} \rho u_y \\ \rho u_y u_x \\ \rho u_y^2 + P \\ (E_{\text{tot}} + P) u_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

→ Conservation masse
 → Conservation qdm
 → Conservation Energie totale

- 2^{ème} étape : Formulation intégrale forte

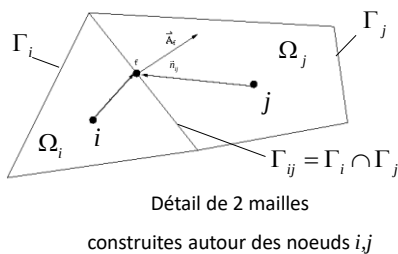
$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \vec{\phi} d\Omega + \iint_{\partial\Omega} (\text{div} \mathbf{F}(\vec{\phi})) d\Omega = 0 = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \vec{\phi} d\Omega + \iint_{\partial\Omega} \mathbf{F}(\vec{\phi}) dS$$

(Théorème d'Ostrogradski)

Volumes finis (2) : Discrétisation

- Méthode - Exemple 2D (suite) :

- 3^{ème} étape : On discrétise le domaine et les équations



$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} \vec{\phi} d\Omega + \iint_{\partial\Omega} \mathbf{F}(\vec{\phi}) dS = 0$$



$$\Omega_i \frac{\Delta \tilde{\phi}_i}{\Delta t} + \sum_j \tilde{\mathbf{f}}(\tilde{\phi}_i, \tilde{\phi}_j) \Gamma_{ij} = 0$$

Volume de la maille i

Variable physique

Variable discrète

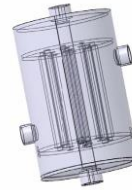
$$\phi(x_i, y_i) \rightarrow \tilde{\phi}_i$$

$$\mathbf{F}(\phi(x_i, y_i)) \rightarrow \tilde{\mathbf{f}}(\tilde{\phi}_i, \tilde{\phi}_j)$$

- Concrètement cela revient à faire un bilan des flux sur chaque maille

Méthode numérique 3D

- Exemple de modélisation 3D
 - Conception dans CATIA
 - Définition du corps solide
 - Complexe
- Cas simple
 - Echangeur tubulaire
 - Co-courant
 - Contre-courant
 - Ailettes
- Méthodes locales



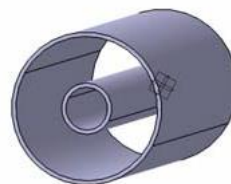
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

53

Exemple simple

- Echangeur Tubulaire
 - Co-courant
 - Contre-courant
 - Tube intérieur
 - 1 pouce BWG 14
 - Tube extérieur
 - 3 pouces BWG 14



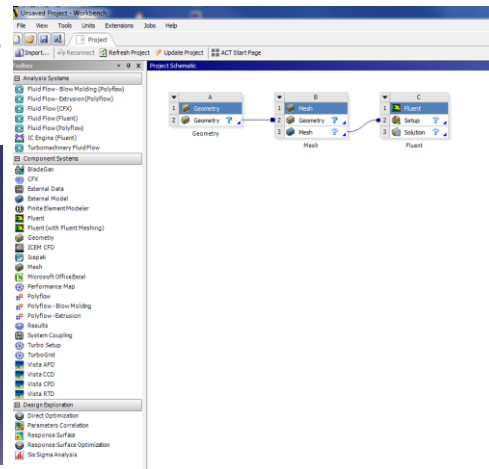
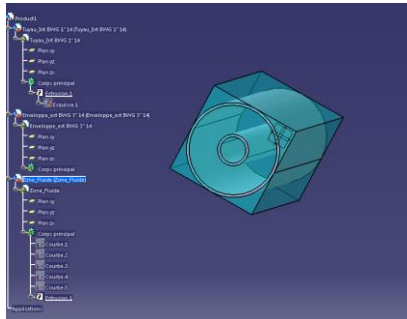
N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

54

Définition des deux zones fluides

- Opérations booléennes
- Exportation au format STEP

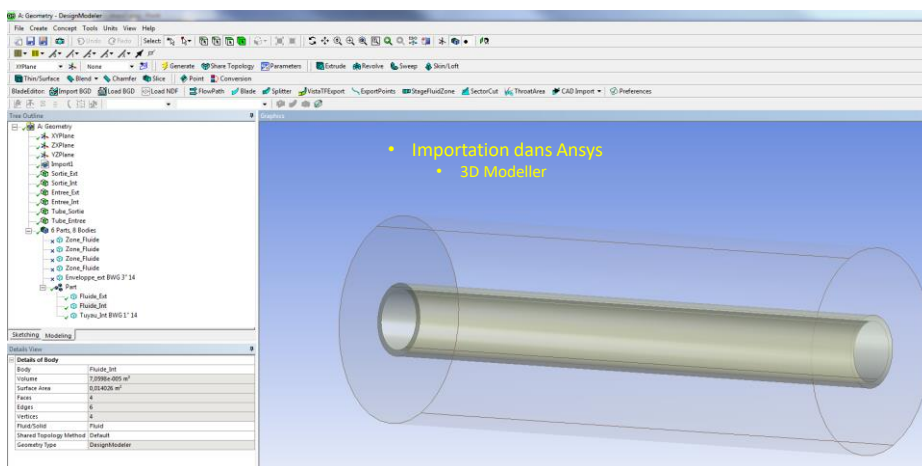


N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

55

Importation de la géométrie

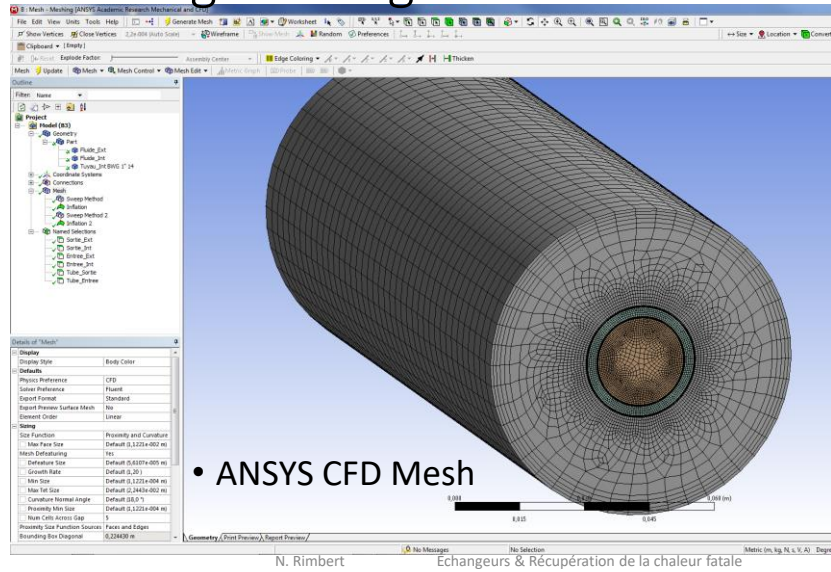


N. Rimbart

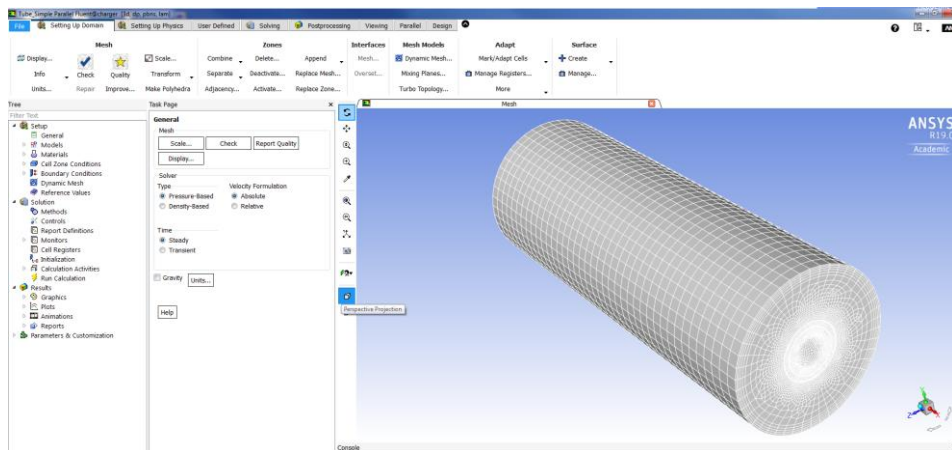
Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

56

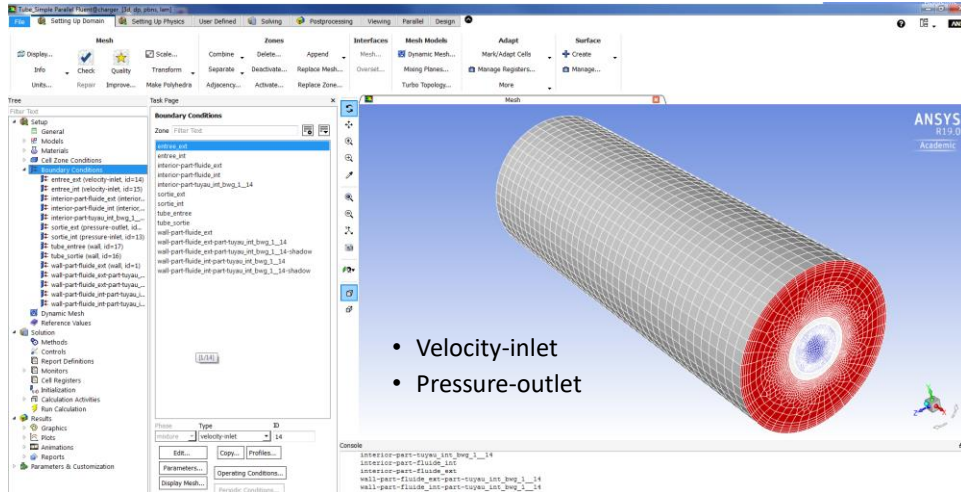
Maillage de la géométrie



Importation dans Fluent



Définition des entrées/sorties

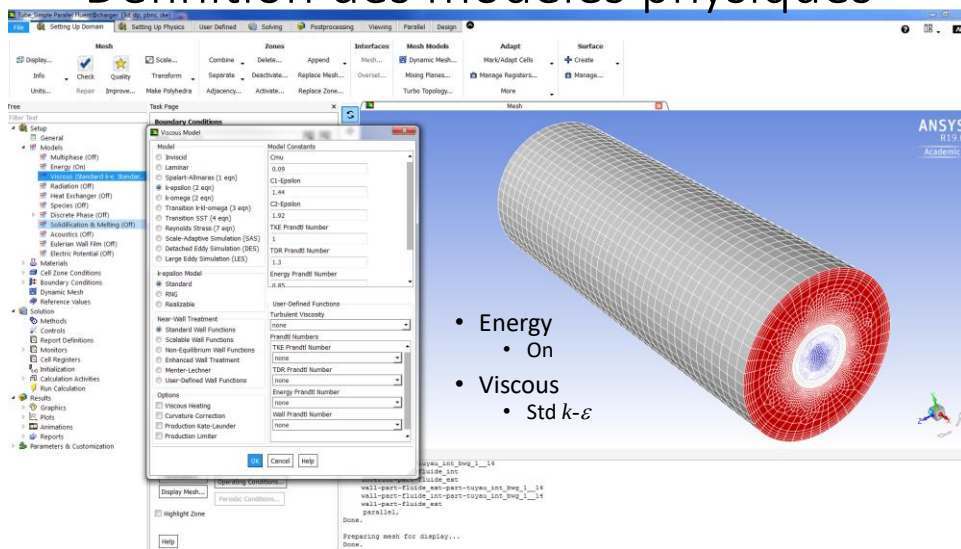


N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

59

Définition des modèles physiques

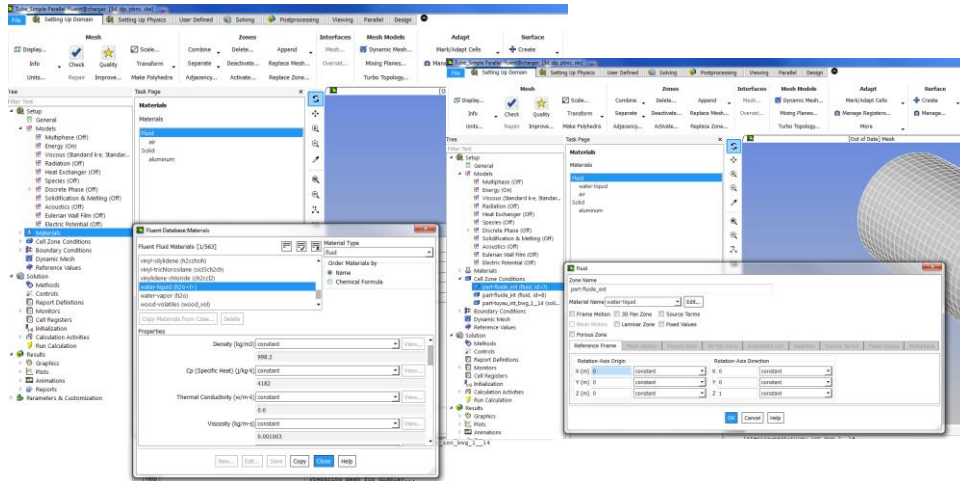


N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

60

Définition des propriétés des fluides et des matériaux

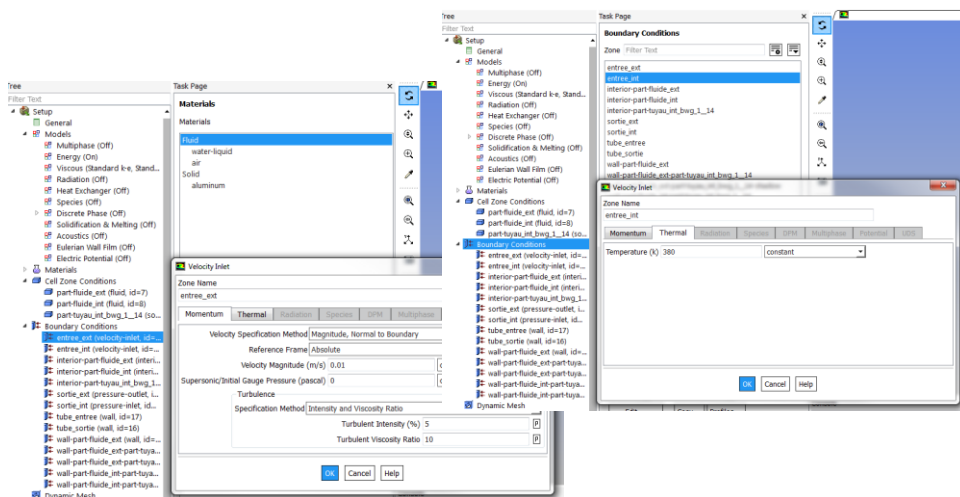


N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

61

Valeurs des entrées/sorties

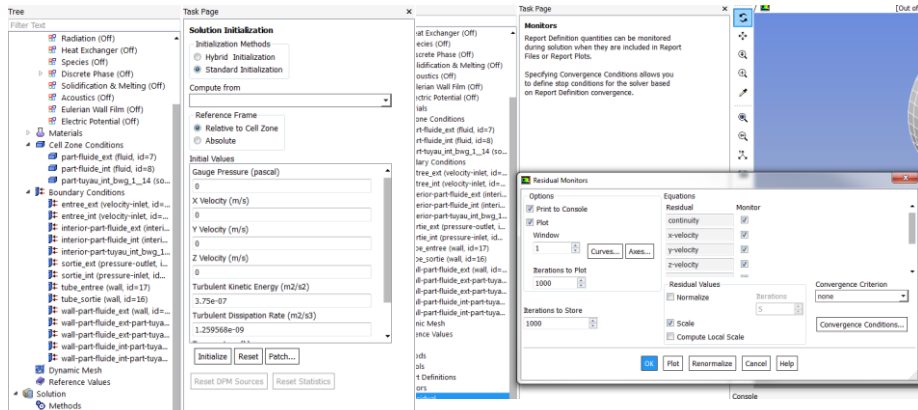


N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

62

Initialisation

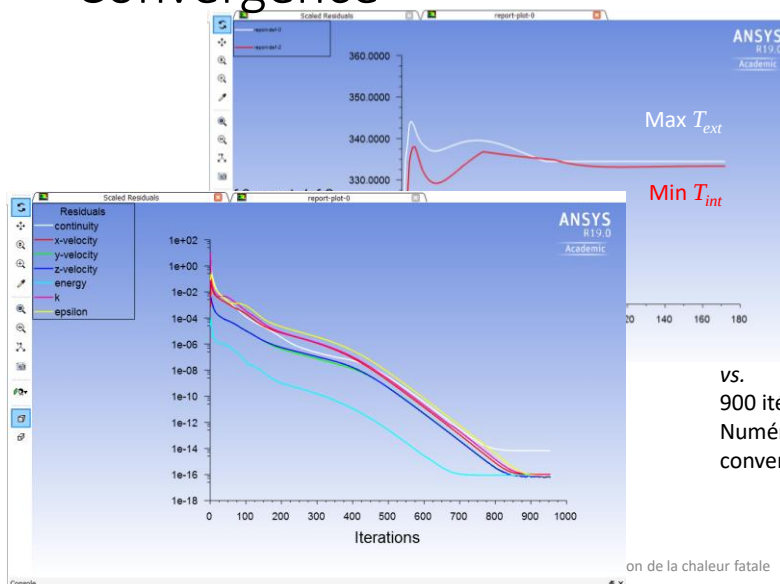


N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

63

Convergence



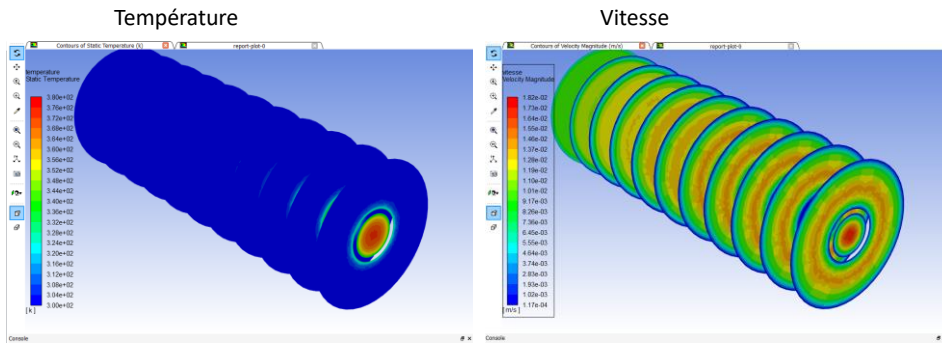
180 itérations:
Physiquement
Convergé!

vs.
900 itérations:
Numériquement
convergé!

on de la chaleur fatale

64

Résultats (1)

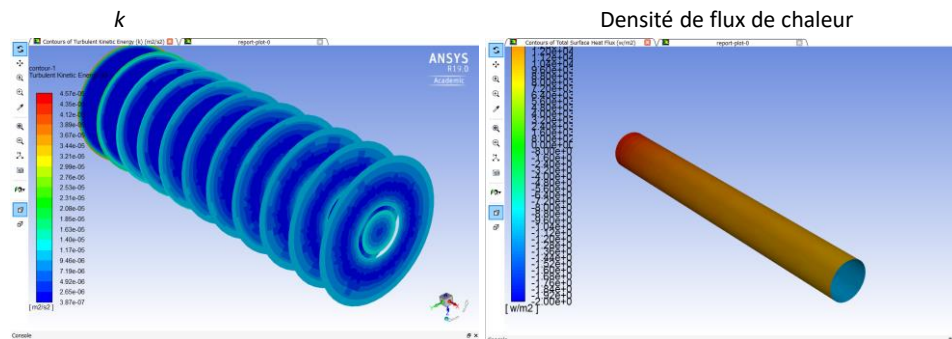


N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

65

Résultats (2)

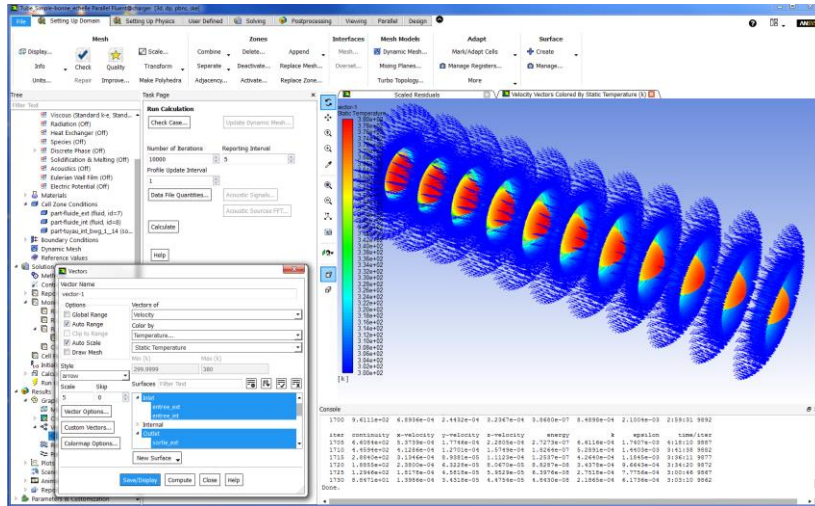


N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

66

Résultats (3)

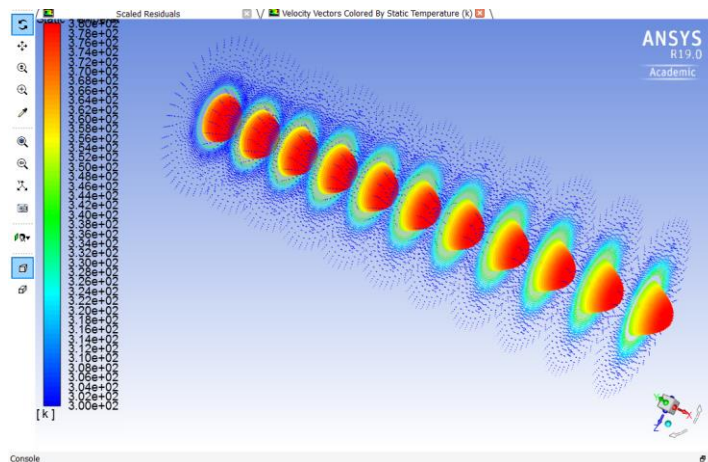


N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

67

En diminuant la vitesse extérieure
d'un facteur 10

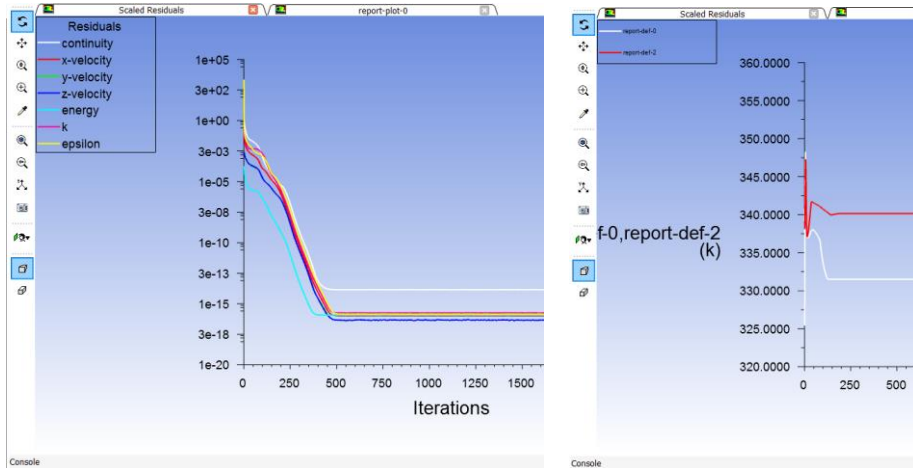


N. Rimbart

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

68

En multipliant la taille par 10

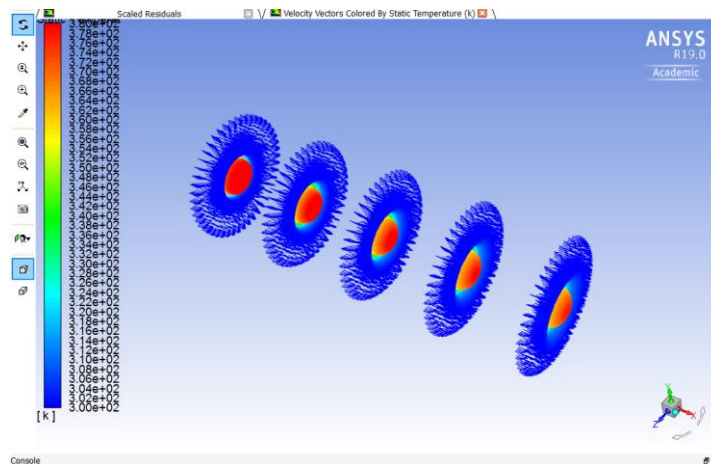


N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

69

En multipliant la taille par 10

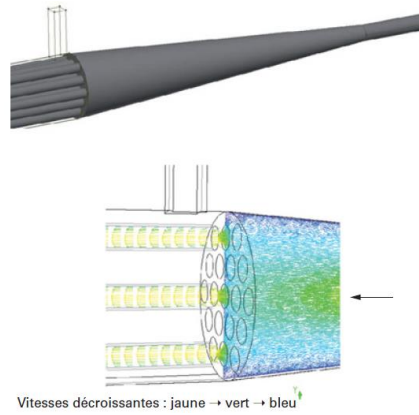
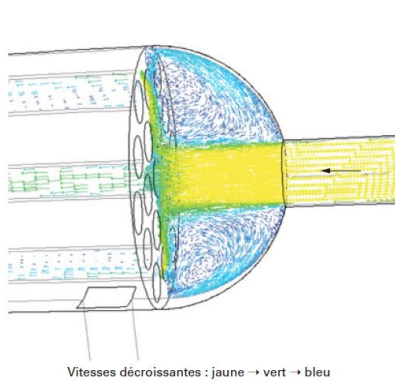


N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

70

Distribution des vitesses

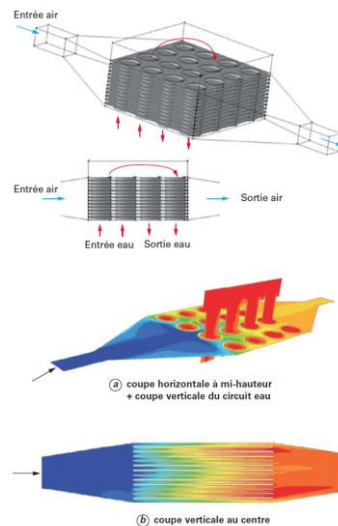
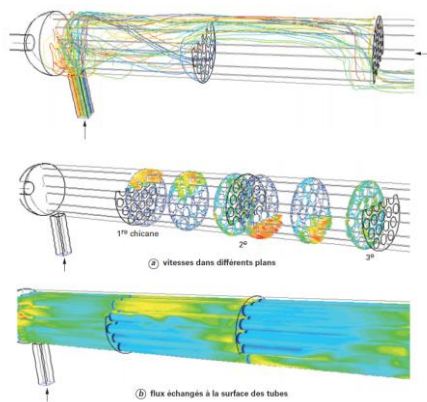


N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

71

Autres exemples



Températures décroissantes : rouge → jaune → vert → bleu → mauve

N. Rimbert

Echangeurs & Récupération de la chaleur fatale

72

Conclusion

- Pré-dimensionnement
 - Analytique
 - DTLM
 - NUT
 - Ordre de grandeur
 - Coefficient de « sécurité »
 - Encrassement
 - Nécessite
 - Abaques adaptés
 - à la géométrie
 - Corrélations (Nu) adaptées
 - à la géométrie
- Simulation numérique
 - Adaptable à la géométrie
 - Distorsion du maillage
 - Couteux
 - Calcul précis
 - Dépend de nombreux sous-modèles
 - Turbulence
 - Couche-limite
 - Il faut donc ruser
 - Méthode locale
 - Modèles « Heat-Exchanger »