

Fractions

1. Introduction

Pour exprimer les nombres rationnels, alors que les Français utilisent volontiers les nombres à virgule, les Anglo-saxons préfèrent souvent exprimer les parties non entières par des fractions.

Par exemple, ils diront d'une personne qu'elle mesure 5 pieds $\frac{2}{3}$ et non pas 5,67 pieds.

Dans cet exercice, on va définir un certain nombre d'outils permettant de manipuler des fractions de nombres entiers.

2. Classe *Fraction*

Définir la classe *Fraction*, sachant que les instances de cette classe sont définies par deux attributs : le *numérateur* et le *dénominateur* (nombres entiers). Par défaut le numérateur est initialisé à 0 et le dénominateur à 1.

2.1 La méthode `__repr__`

Définir la méthode `__repr__` qui permet d'afficher une instance de la classe *Fraction* sous la forme *numérateur / dénominateur*

2.2 Normalise

Définir une méthode *normalise* qui normalise une fraction en rendant le dénominateur positif (si vous modifiez le dénominateur, pensez à modifier le numérateur pour garder la fraction identique).

2.3 Produit de deux fractions

Définir la méthode `__mul__` qui effectue la multiplication de deux fractions. Cette méthode retourne une nouvelle fraction. On veillera à retourner une forme normalisée du produit.

2.4 Somme de deux fractions

Définir une méthode `__add__` qui effectue l'addition de deux fractions. Cette méthode retourne une nouvelle fraction. On veillera à retourner une forme normalisée de la somme.

3. Fraction irréductible

3.1 La sous-classe *Fraction_Irreductible*

Définir la classe *Fraction_Irreductible* sous-classe de la classe *Fraction* qui permet de modéliser les fractions irréductibles.

Pour ce faire, dans le constructeur d'une fraction irréductible, on appellera une méthode *set_irreductible* qui rend la fraction irréductible.

Pour réduire une fraction sous forme irréductible, il faut simplifier le numérateur et le dénominateur de la fraction par le PGCD de ces deux nombres.

Le travail préalable décrit ci-dessous permettra de définir les fonctions à utiliser dans la méthode *set_irreductible*

Travail préalable

Les fonctions demandées ci-après doivent être définies en dehors de toute classe (ce ne sont pas des méthodes) et dans un fichier spécifique à importer quand on en a besoin.

Pour réduire une fraction et la mettre sous forme irréductible, il faut simplifier le numérateur et le dénominateur de la fraction par le PGCD de ces deux nombres.

Pour calculer le pgcd de deux nombres, on pourra dans un premier temps utiliser une fonction qui met en œuvre l'algorithme d'Euclide qu'on rappelle ci-dessous :

Soit a et b deux entiers naturels, soit r est le reste de la division euclidienne de a par b :

si $r = 0$ alors b divise a et $PGCD(a,b) = b$

si $r > 0$ alors tout diviseur commun à a et b est diviseur de r et réciproquement tout diviseur commun à b et r est diviseur de a .

On a donc $PGCD(a,b) = PGCD(b,r)$.

3.2 Somme et produit de deux fractions irréductibles

Redéfinir les méthodes `__add__` et `__mul__` pour la sous-classe des fractions irréductibles. Notez bien que la somme et le produit de deux fractions irréductibles doit être une fraction irréductible.

4. Sous-classe *Fraction_Irreductible* - Compléments

a) Développement décimal périodique

Tout nombre rationnel donné sous forme de *Fraction* admet un développement décimal périodique (ou période) (suite de décimales de ce nombre qui se répète à l'infini).

Exemples: la période de $74/14$ est : 285714 La période de $73 / 6$ est 6

74	14	73	6
40	5,285714	13	12,16
120		10	
80		40	
100		4	
20			
60			
4			

Définir une méthode *developpement* qui retourne la période d'un nombre rationnel sous forme d'une liste de chiffres.

On commencera par rendre la fraction irréductible, puis pour connaître la période, il suffit d'arrêter les divisions des restes successifs par le dénominateur lorsqu'on retrouve un reste déjà obtenu.